これからの先生に伝えたいこと

令和　４年　８月１９日

本日，お話しすること

1　使っている**教科書は絶対か**？

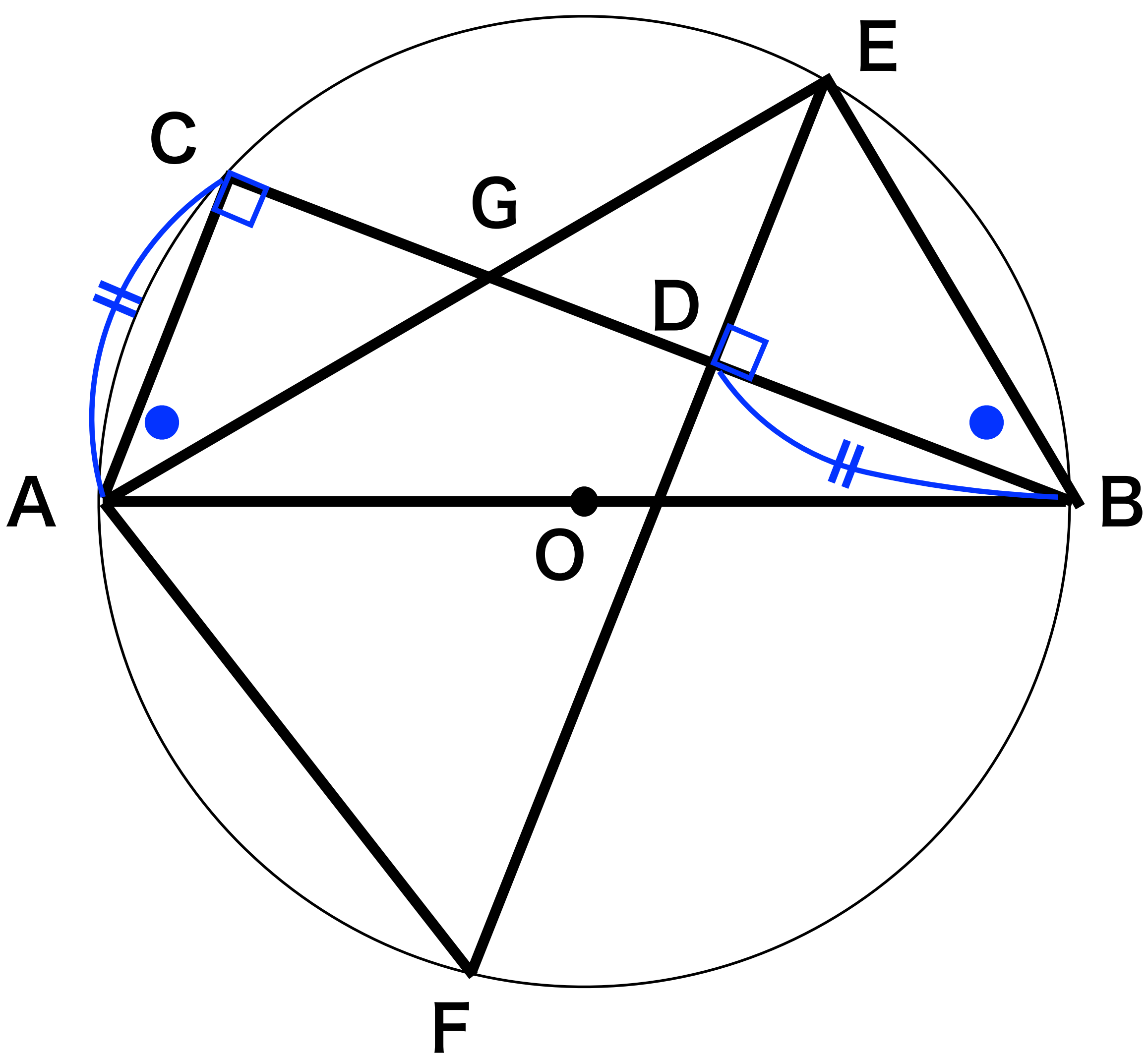
2　**「教科書で教える」とは**？

3　教材は　**Readymade か Custommade か**

1
使っている
教科書は絶対か？

2016年度　岐阜県公立高校入試問題から

下の図で，点CはABを直径とする円Oの円周上の点であり，点Dは線分BC上の点で，AC＝BDである。また，点E，FはDを通りBCに垂直な直線と円Oとの交点であり，点GはAEとBCとの交点である。



次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

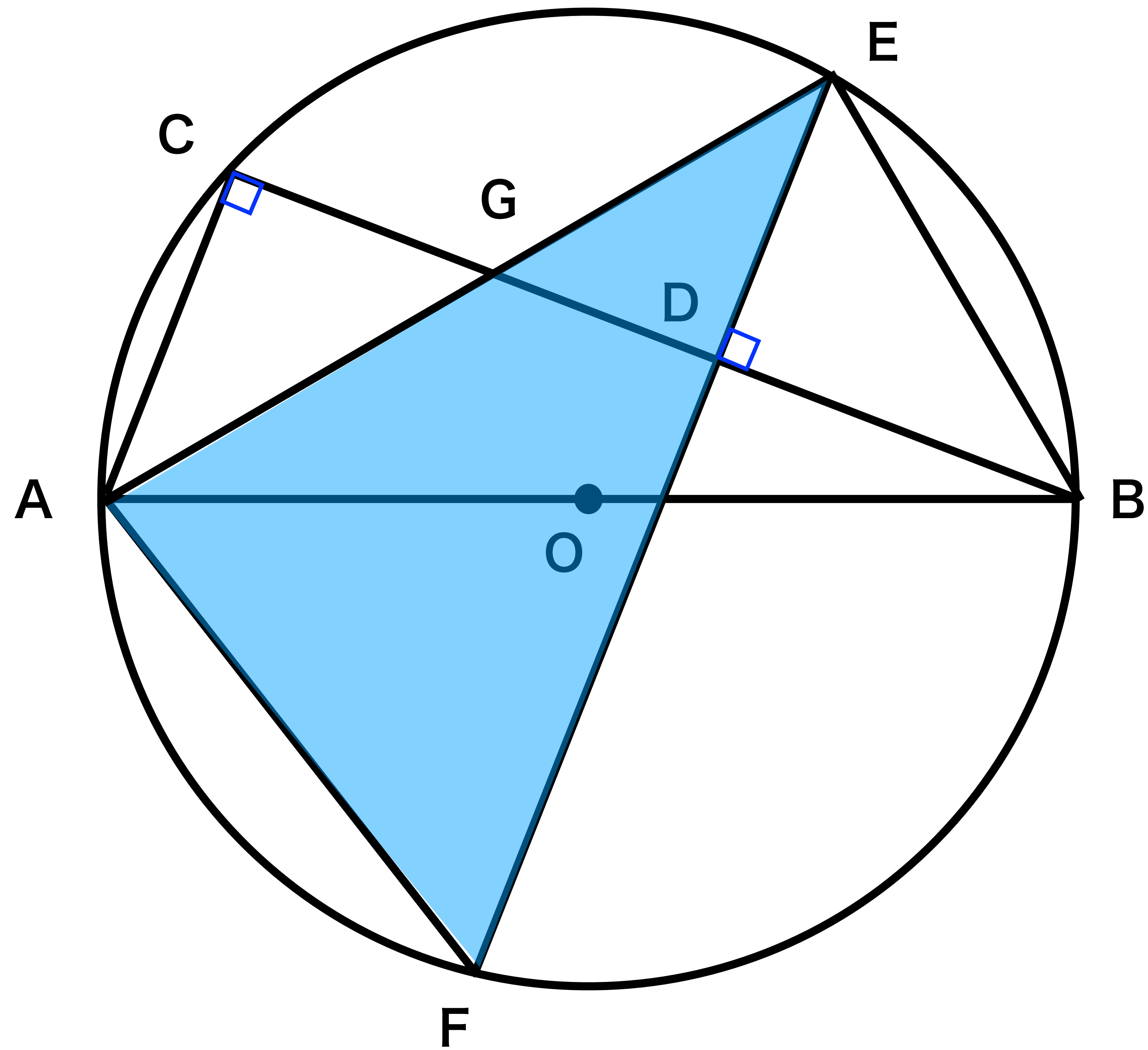
⑴ △ACG≡△BDEであることを証明しなさい。

⑵ AC＝4cm，CG＝３cmのとき

(ア) DGの長さを求めなさい。

(イ) △AEFの面積を求めなさい。

△AEFの面積　FEを底辺，CDを高さと見ることができる



高さ　CDの長さを求める

$AC = 4cm$，$CG = 3cm$ だから

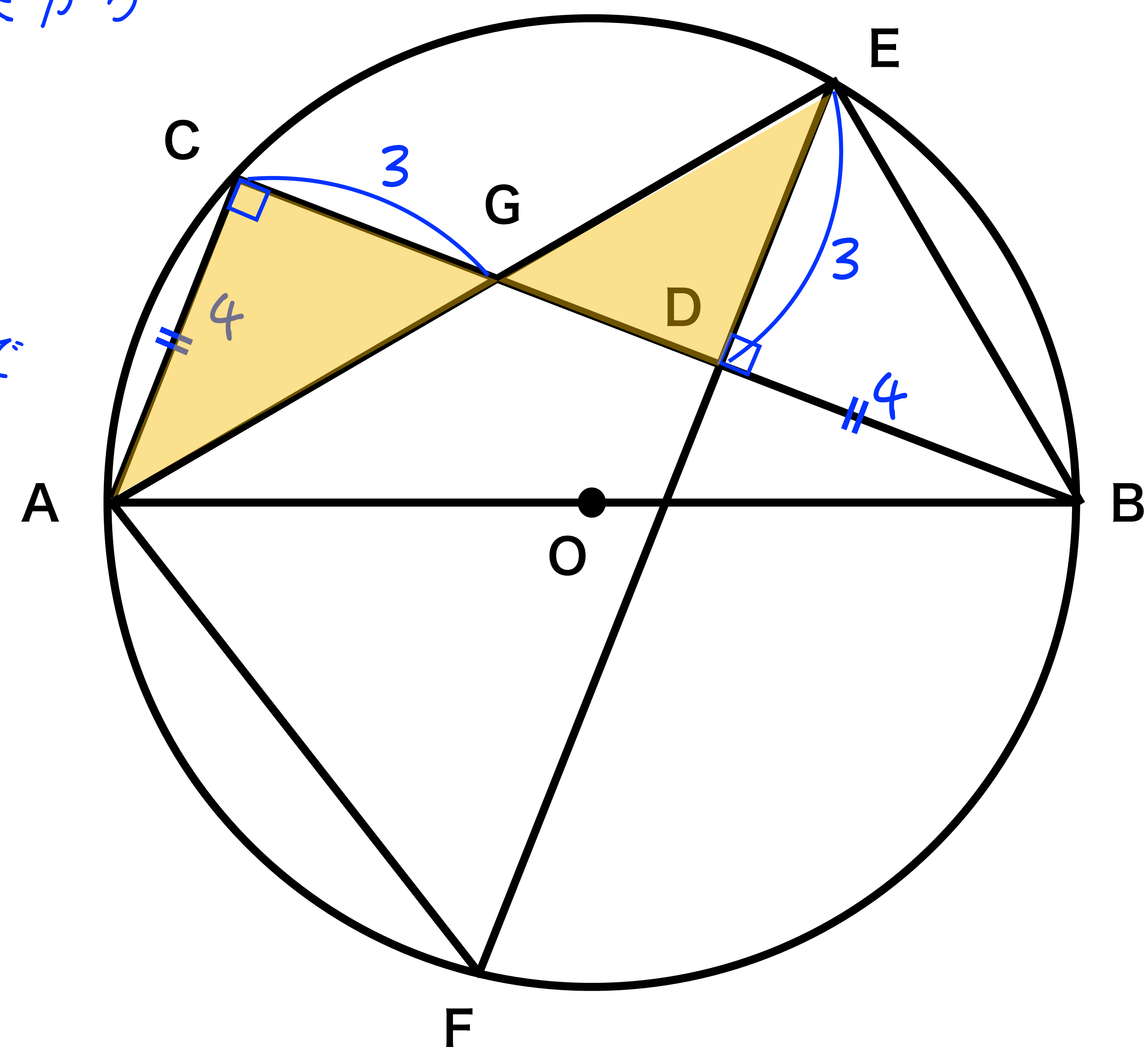
$DE = 3cm$

$\triangle ACG \sim \triangle EDG$　なので

$AC : ED = CG : DG$

よって $DG = \dfrac{9}{4}$

$CD = \dfrac{21}{4}$



底辺 EFの長さを求める

EF=ED+DF なので

DF の長さを求める

DE = 3 cm だったから

△CFD∽△EBD なので

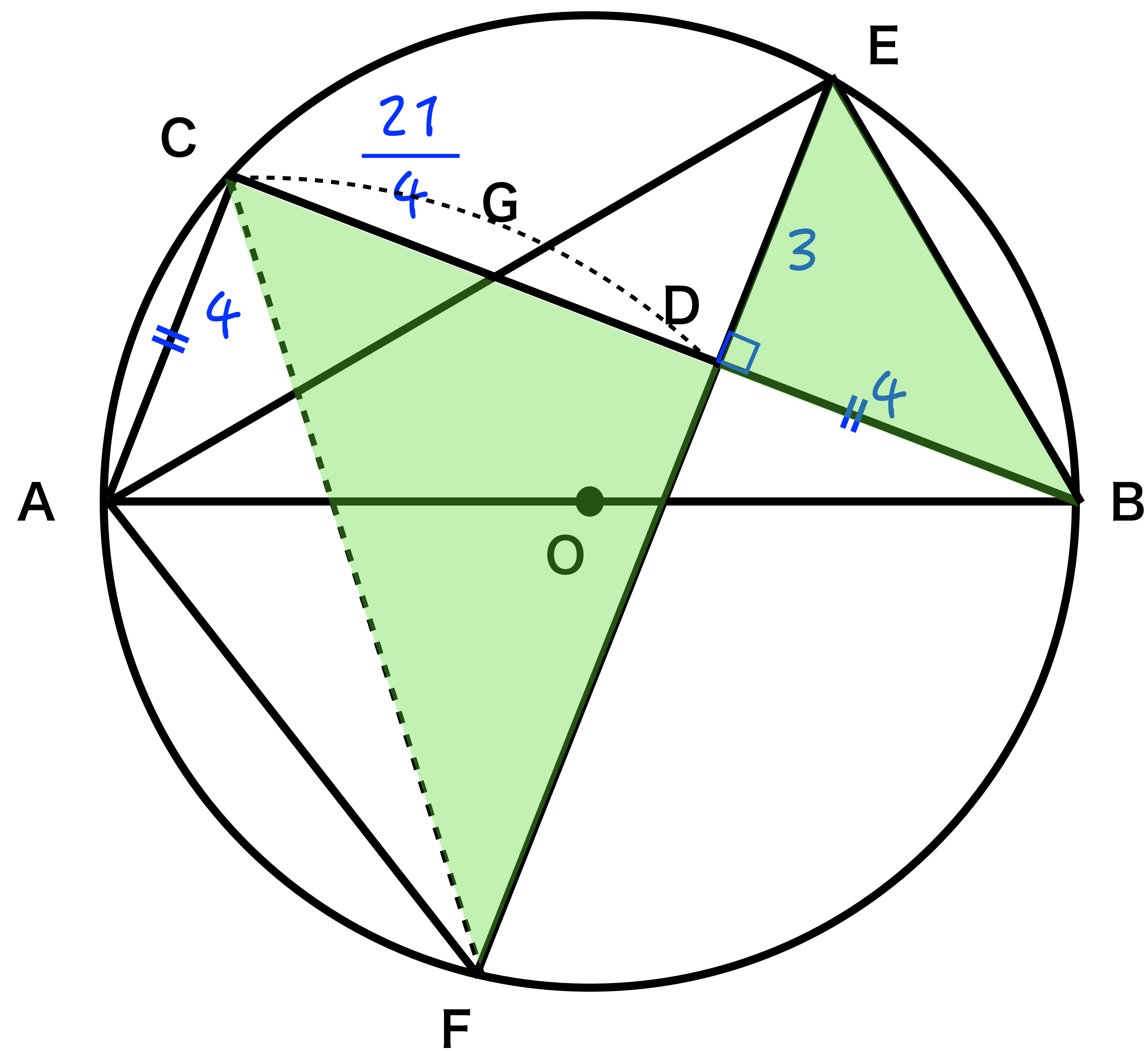
CD : ED = DF : DB

$\frac{21}{4}$: 3 = DF : 4

よってDF = 7

以上から

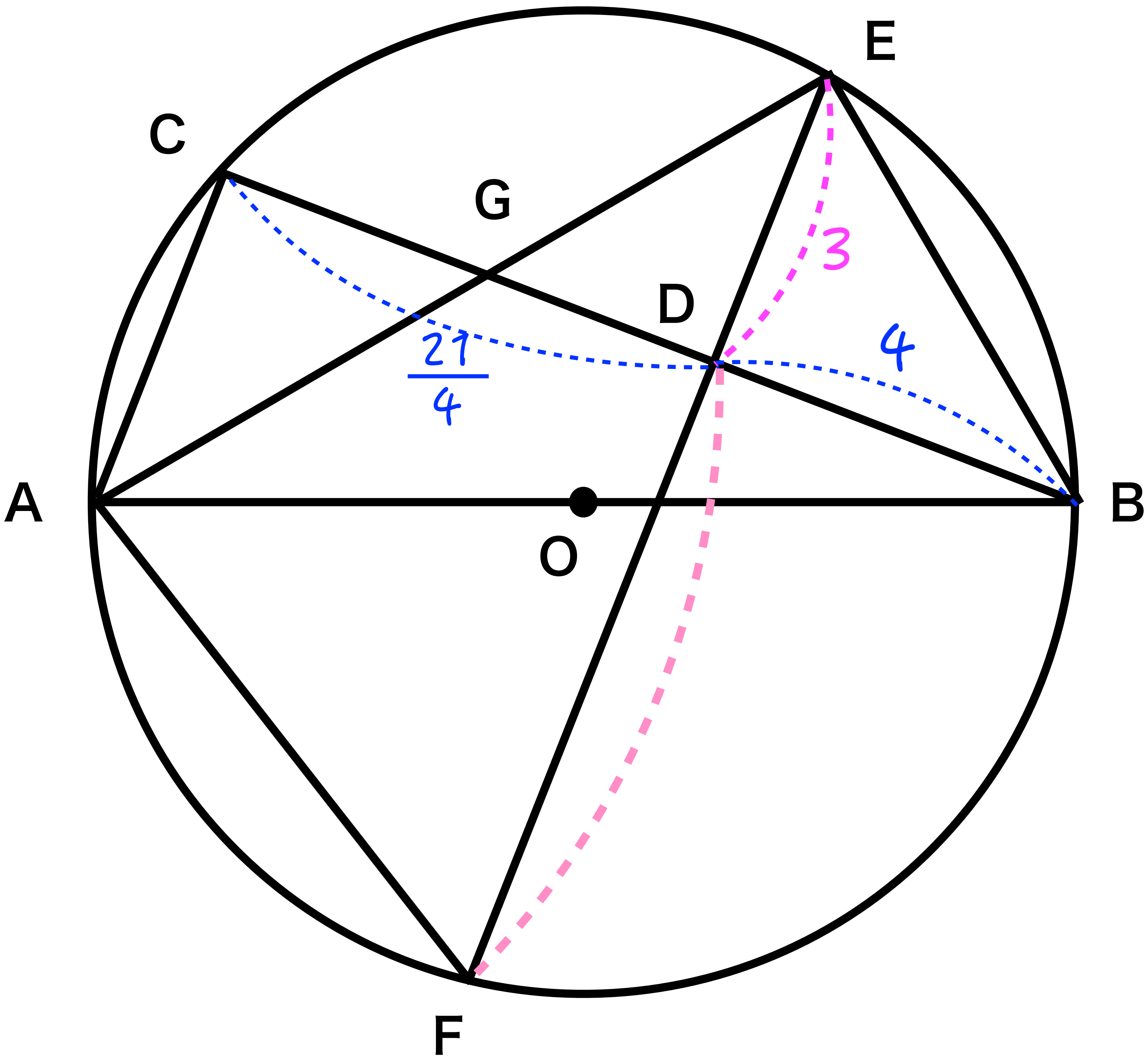
EF = 10



EFの長さを求めるのに

$CD = \frac{21}{4}$　$DB = 4$　$ED = 3$　だから　$\boxed{3 \times DF = \frac{21}{4} \times 4}$

(方べきの定理)



$DF = 7$

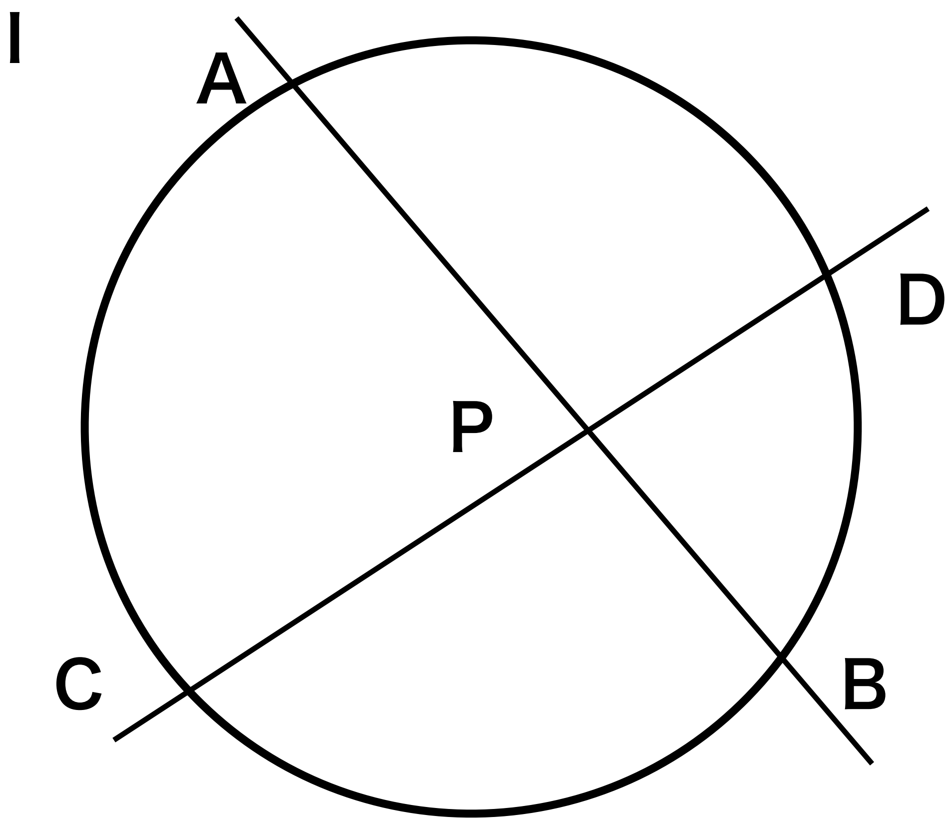
よって

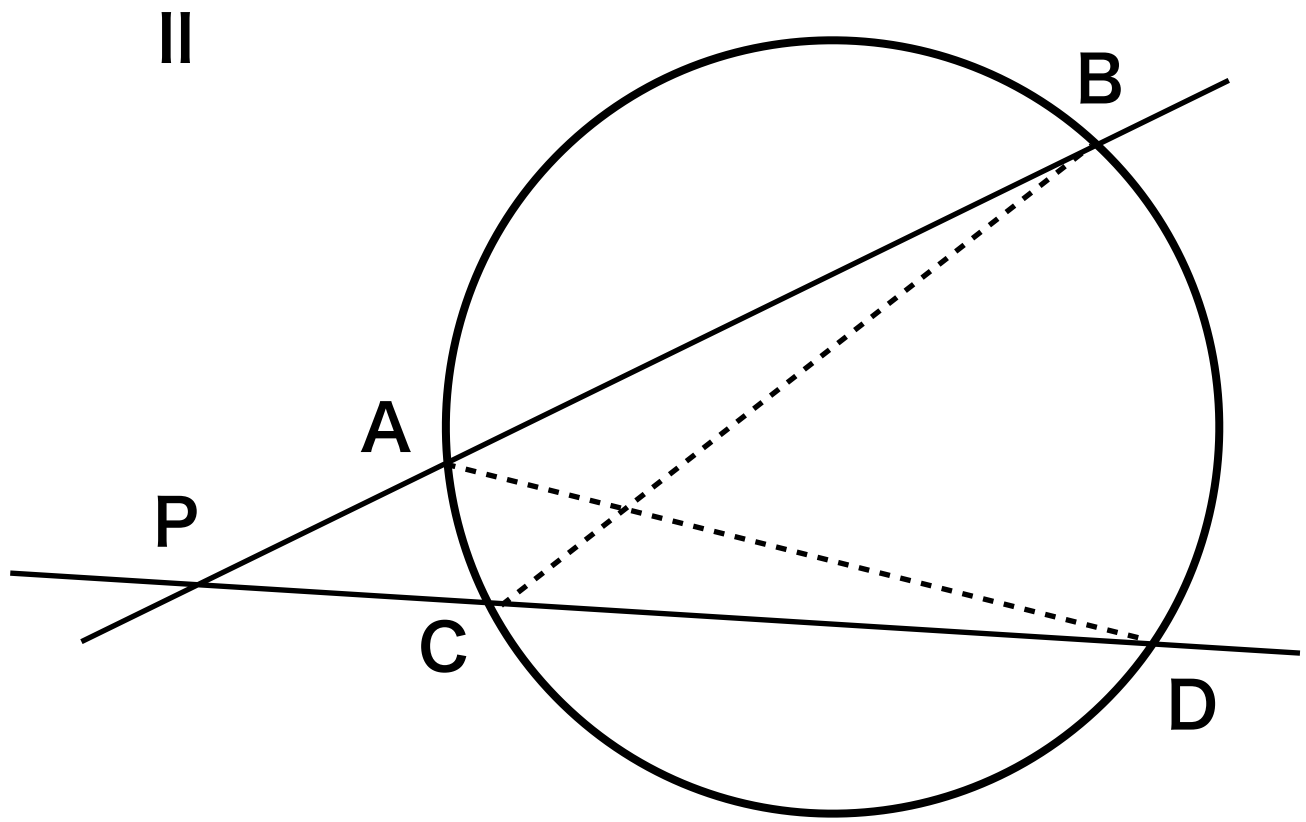
$EF = 10$

方べきの定理

※ 中学校３年生の相似と比の学習内容で証明可

※ 円に内接する四角形の性質(数学Aの履修内容)がなくても証明可





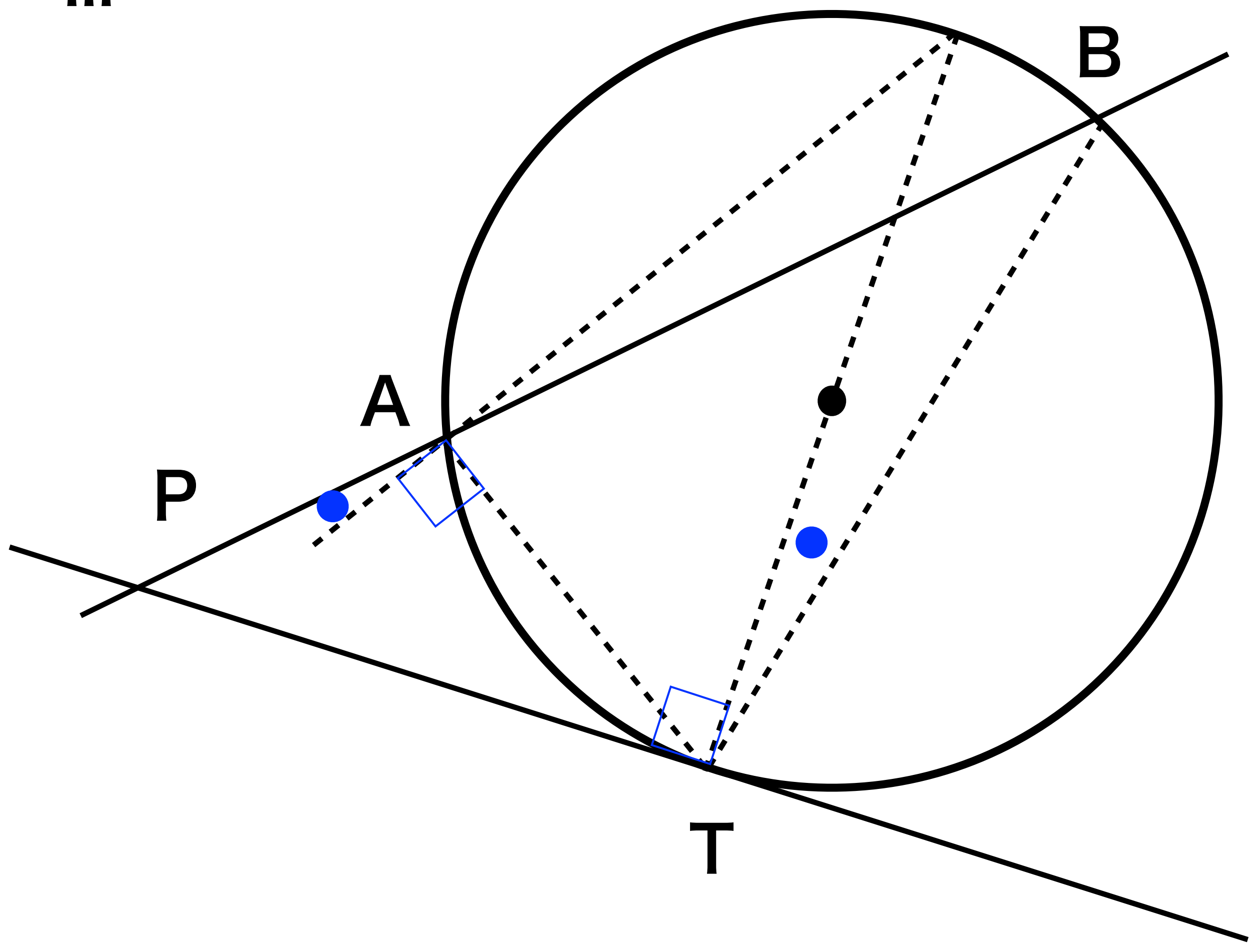
点Pを通る２つの直線が，円とそれぞれ２点A，Bと２点C，Dで交わる時

PA・PB＝PC・PD

が成り立つ。

方べきの定理

III



※ 証明には接弦定理(数学Aの履修内容)を使うと容易

左図のように考えると
●の角が等しいから

∠PAT＝∠PTBが言えて
△PTA∽△PBTを示すことができる

円外の点Pを通る２つの直線のうち，一方が円と２点A，Bで交わり，
もう一方が円と点Tで接している時，

$$PA \cdot PB = PT^2$$

が成り立つ。

高等学校　数学A　学習指導要領解説から

円の性質 中学校では，第3学年で円の半径と接線の関係，円周角と中心角の関係を扱っている。

ここでは，**円に内接する四角形の性質及び四角形が円に内接するための条件，円の接線と接点を通る弦とのなす角の性質，** **方べきの定理**及び二つの円の位置関係などを扱い，これらを図形の性質の考察に活用できるようにする。

また，二つの円の位置関係に関連して，共通接線について触れることも考えられる。

中学校では「円周角と中心角の関係」について学習

学習指導要領解説に，円と弦の関係，相似に関する活用の例示なし

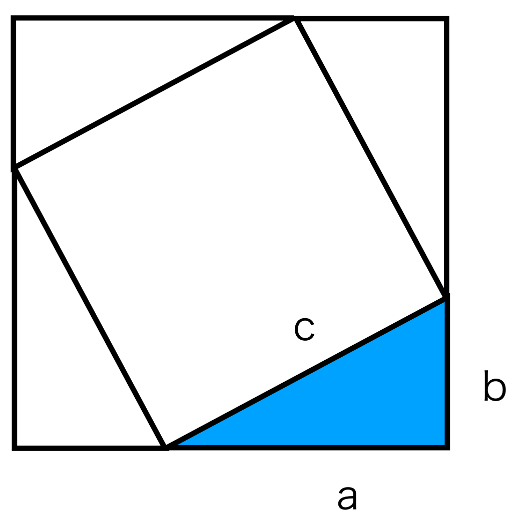
「方べきの定理」等の扱い

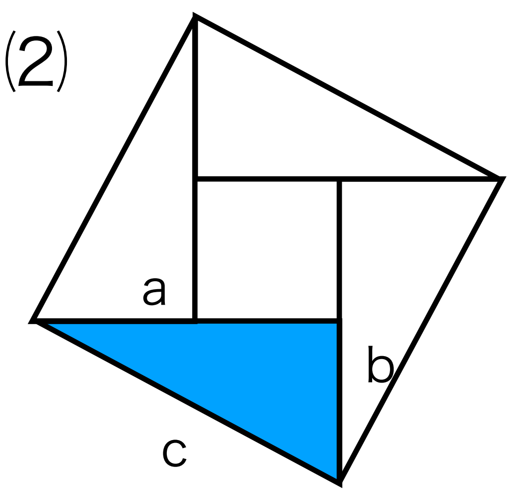
大日本図書	東書書籍	啓林館	数研出版	教育出版	日本文教	学校図書
「円の性質の利用」で**Ⅰ・Ⅱの相似を扱い**「学びにプラス」で**「方べきの定理」としてⅠ・Ⅱを扱う**	「円周角の定理の利用」で**Ⅰ・Ⅱの相似と比例式を扱う**	「円周角の定理を利用した証明」で**Ⅰ・Ⅱの相似のみ示す**	「円の性質の利用」の「相似な三角形と円」で**Ⅰ・Ⅱの相似と比例式を扱う**	「円周角の定理の活用」で**Ⅰ・Ⅱの相似と比例式を扱う**	「円周角の色々な問題」で**Ⅰ・Ⅱの相似と比例式を扱う**	「円周角の定理の利用」で**Ⅰ・Ⅱの相似のみ示す**
	用語は扱わず	「学びをいかそう」で**「方べきの定理」としてⅠ・Ⅱ・Ⅲを扱う**	用語は扱わず	「数学の広場」の「弦の長さ」で用語は出さず，**関係式を扱う**	用語は扱わず	用語は扱わず
「力をのばそう」で長さを求める問題出題	補充問題で長さを求める問題出題		確認問題で長さを求める問題出題		「発展／高校数学」で**関係式**	「トライ」で**関係式**
「学びにプラス」で円に内接する四角形，接弦定理も扱う		従って，**円に内接する四角形，接弦定理も扱う**	**「発展」で円に内接する四角形、接弦定理も扱う**	**同じ「数額の広場」で接弦定理、内接四角形の性質を扱う**		

各発行者の「三平方の定理の証明」の扱い

<table>
<tr><th>大日本</th><th>東書</th><th>啓林</th><th>数研出版</th><th>教育出版</th><th>日本文教</th><th>学校図書</th></tr>
<tr><td colspan="7">各辺を１辺とする正方形の面積から関係を見出し,

図の面積の関係　(1)から　$c^2+2ab=(a+b)^2$　より　$a^2+b^2=c^2$　を導く

(1)


(2)


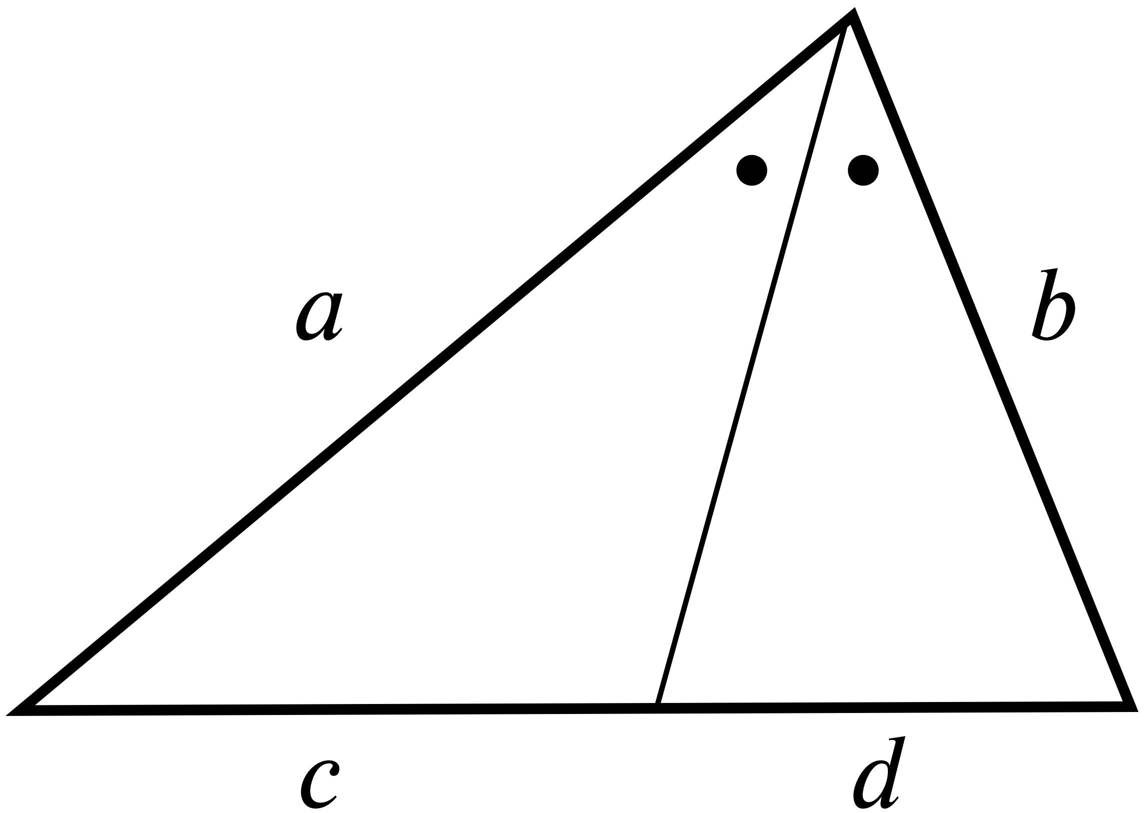
(2)は，学校図書，啓林以外は問いなどで扱っている</td></tr>
<tr><td>「MATHFUL」で相似を用いたものも扱う</td><td>「数学の自由研究」で相似を用いたものも扱う</td><td>「学びをいかそう」で相似を用いたものも扱う</td><td>「調べよう」で相似を用いたものも扱う</td><td>「数学の広場」で相似を用いたものも扱う</td><td>「やってみよう」で他の方法を扱うが，相似はなし</td><td>「更なる数学へ」で相似を用いたものも扱う</td></tr>
</table>

各発行者の「三平方の定理」定義後の流れ

大日本	東書	啓林	数研出版	教育出版	日本文教	学校図書
直角三角形の３辺の長さ。ピタゴラス数 三平方の定理の逆 **他者が活用で扱う図形の計量を節を起こし，特別な三角形も扱う**	**直角三角形の辺の長さを求めることを問いで扱う。** 三平方の定理の逆	**直角三角形の辺の長さを求める。** 三平方の定理の逆	**直角三角形の辺の長さを求める。** 三平方の定理の逆	**直角三角形の辺の長さを求める。** 三平方の定理の逆 用語：**ピタゴラス数**	**直角三角形の辺の長さを求める。** 三平方の定理の逆 「数学の探検」で 用語：**ピタゴラス数**	**直角三角形の辺の長さを求めることを問いで扱う。** 三平方の定理の逆 用語：**ピタゴラス数**
活用	活用 特別な直角三角形の３辺の比	活用 特別な角を持つ直角三角形	活用 「数学旅行」で**ピタゴラス数**	活用 「数学の広場でピタゴラス数	活用 特別な直角三角形の項目起こす	活用 **フェルマーの最終定理紹介**

２
「教科書で教える」
とは？

角の二等分線と線分の比の性質



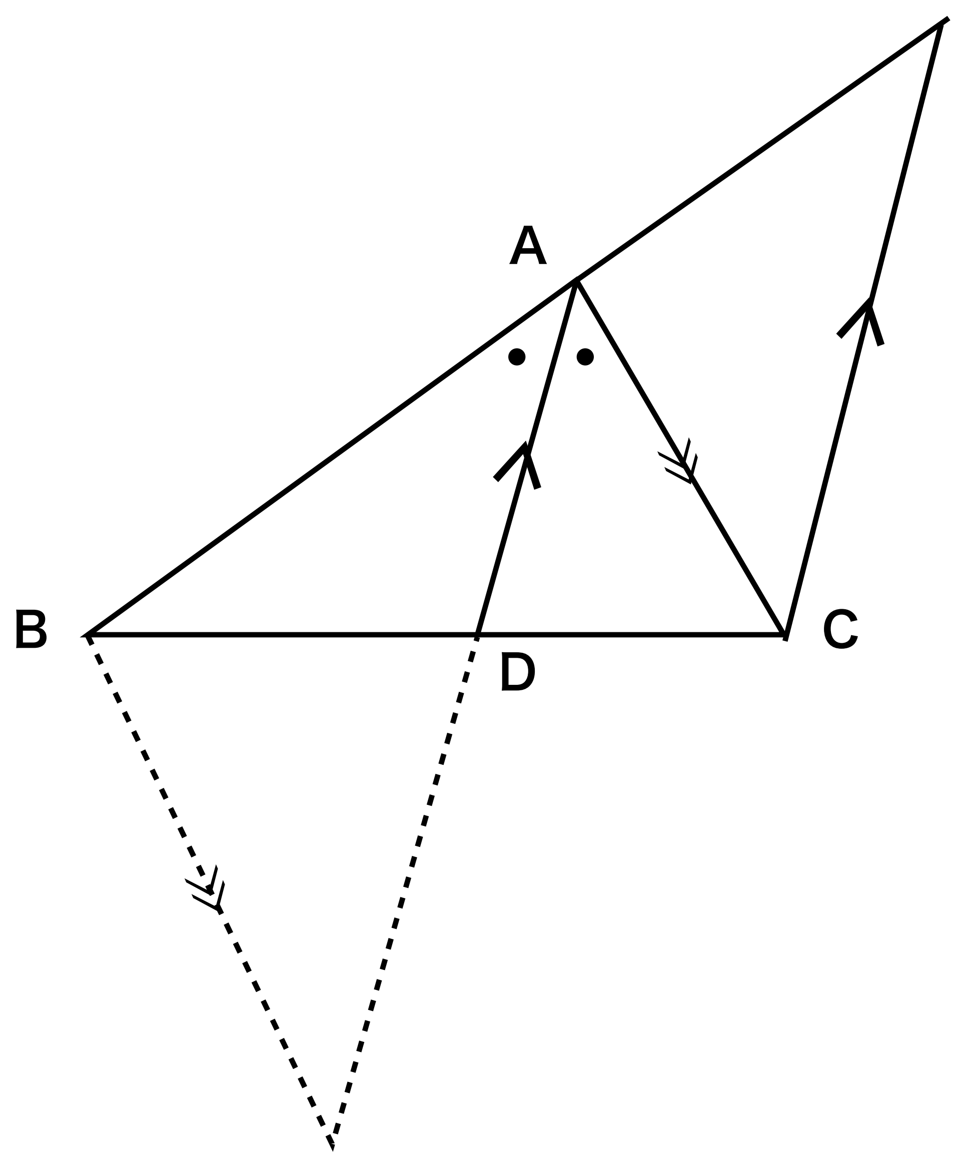
$$a : b = c : d$$

$$\Updownarrow$$

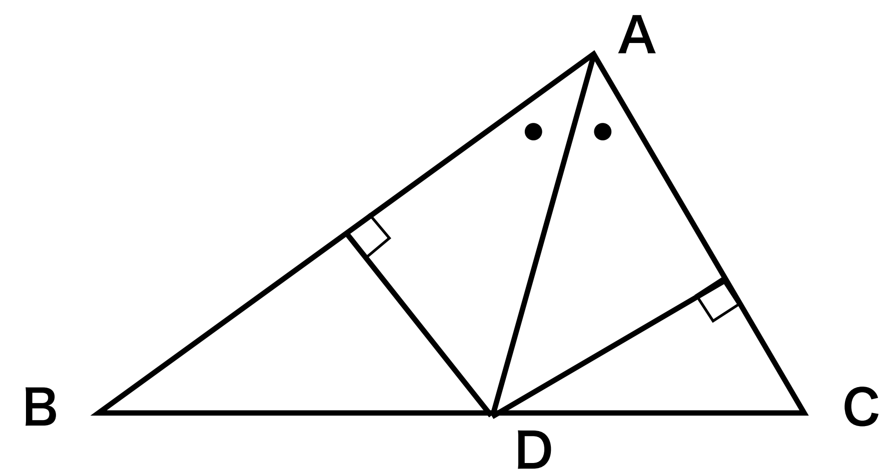
$$ad = bc$$

「どうして？」と感じること

「平行線と線分の比」の活用
としての扱いであるなら
AB：AC=BD：DC
の証明は次で十分では？



この方法での証明は必要か？



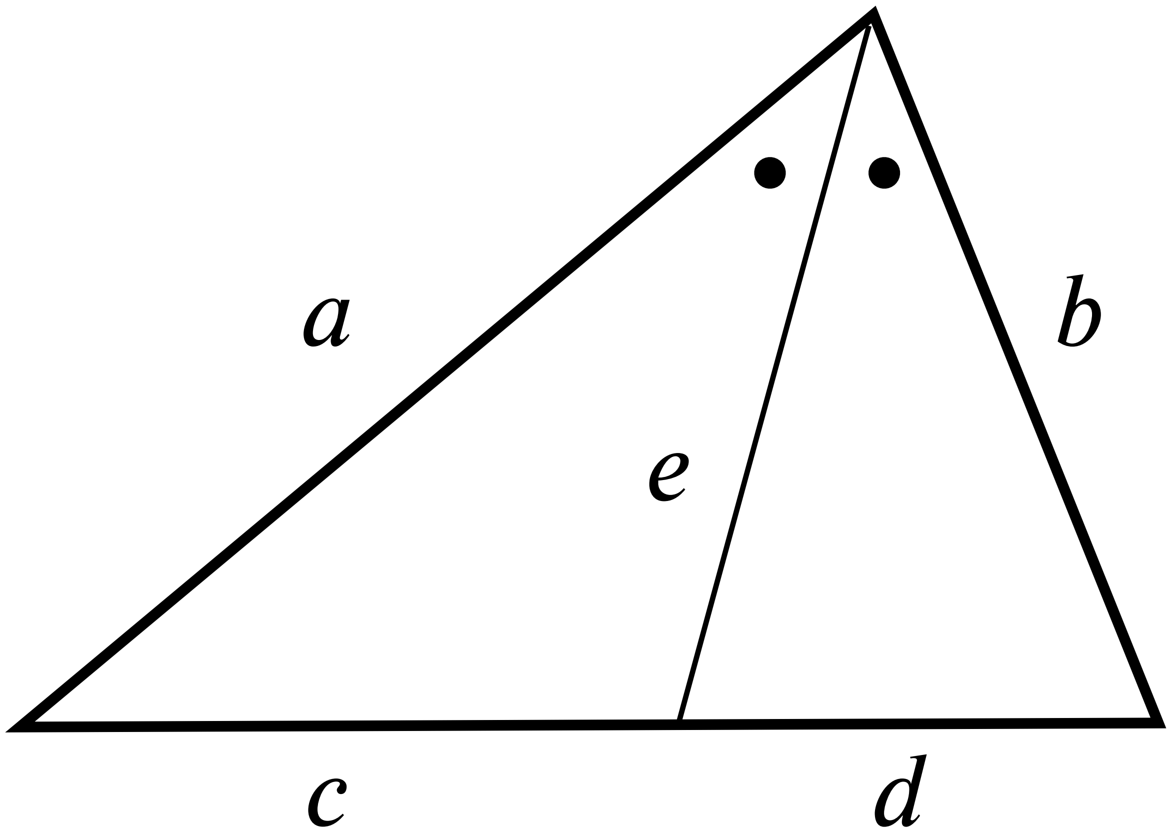
生かすのであれば

２節「図形と比」の活用として
（平行線と図形の面積の後）の
扱いも可能

「三角形の角の二等分線と比」の扱い

大日本図書	東書書籍	啓林館	数研出版	教育出版	日本文教	学校図書
「図形と比」で面積を使った証明も含め多様な証明を扱う	**「平行線と比」の問いで２通りの証明で扱う**	「平行線と線分の比」の「ひろげよう」で**１通りの証明**を扱う **二等辺三角形の頂角の二等分線が底辺を二等分することと関連付け**	「平行線と線分の比」で扱う（**１通りの証明**） 問いで面積を使った証明を扱う	「平行線と線分の比」で「辺をどのように分けるのかな」として扱う（**２通りの証明**）	「平行線と線分の比」の問いとして扱う 「やってみよう」で**面積を使った証明も含め多様な証明**も扱う	章のまとめの問題の応用で扱う（**１通りの証明**）

「どうして？」と感じること　２



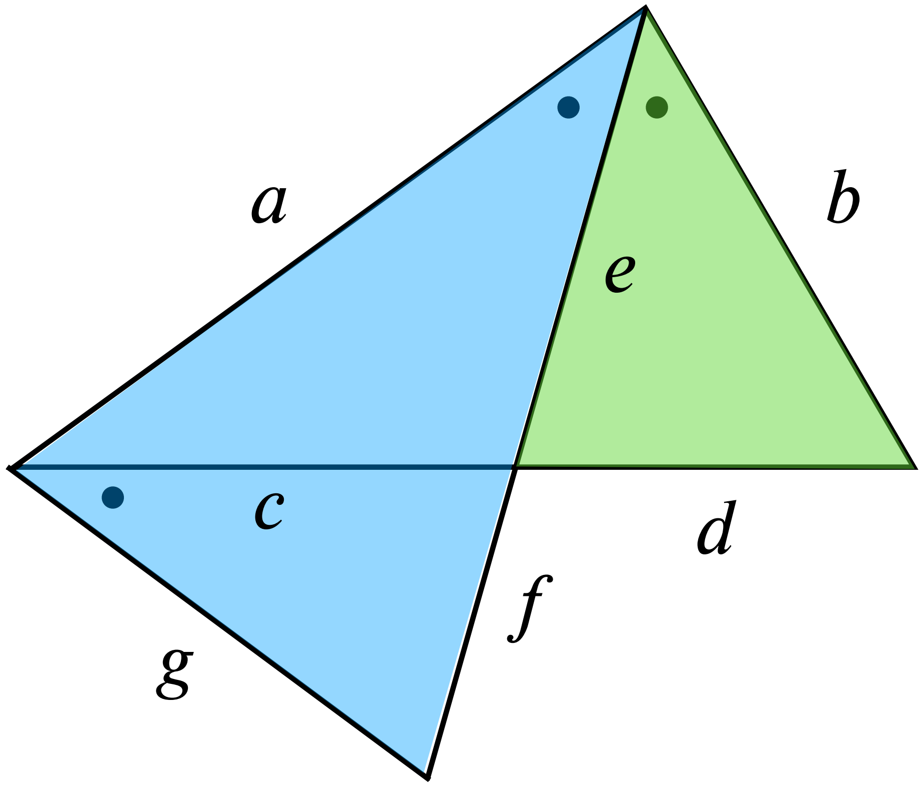
$ad = bc$

同じ辺の長さの関係を表すならば

⇩

$e^2 = ab - cd$

この関係式は，どの発行者も扱いなし。

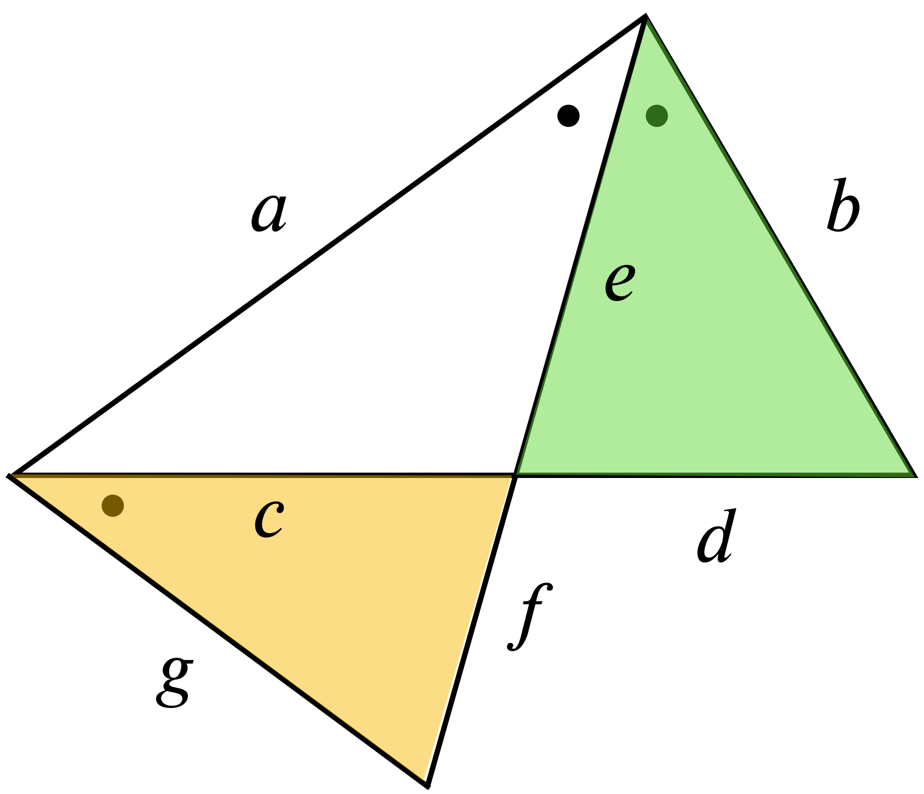


$$\boxed{a : e = (e+f) : b}$$

$$e(e+f)=ab$$

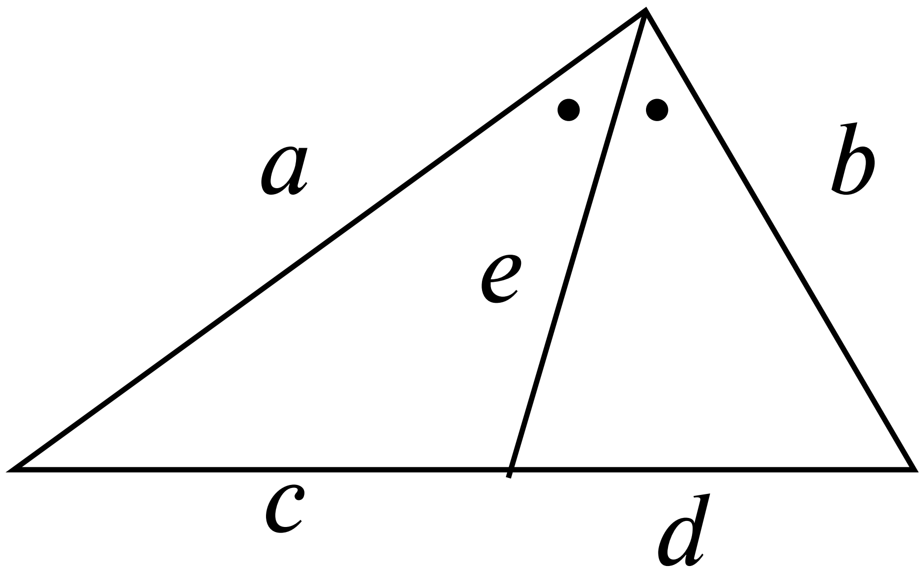
$$e^2+ef=ab$$

$$e^2=ab-cd$$



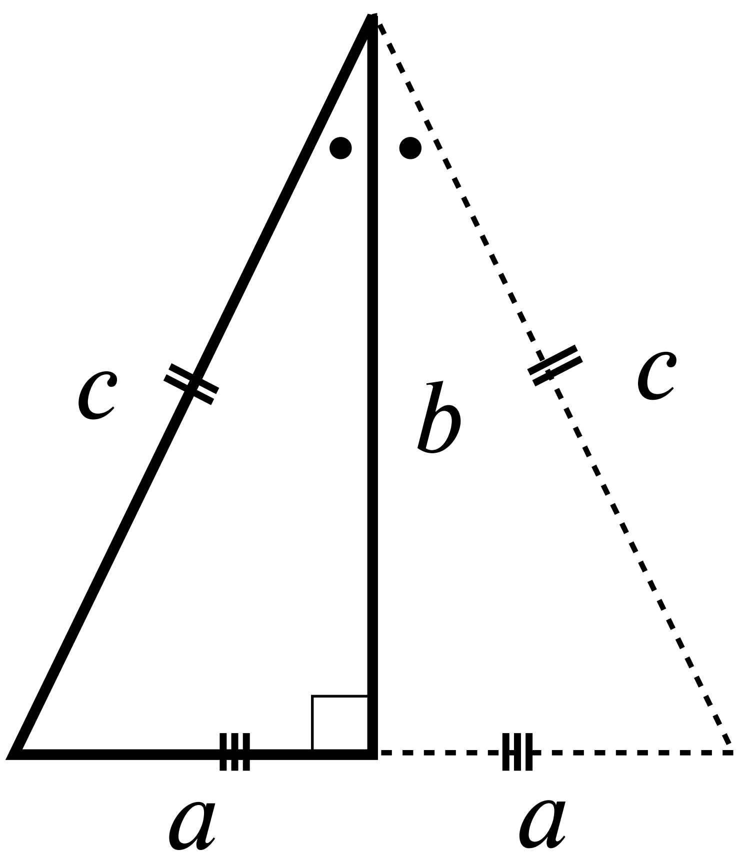
$$\boxed{c : e = f : d}$$

$$cd=ef$$



$$e^2 = ab - cd$$

適用すると

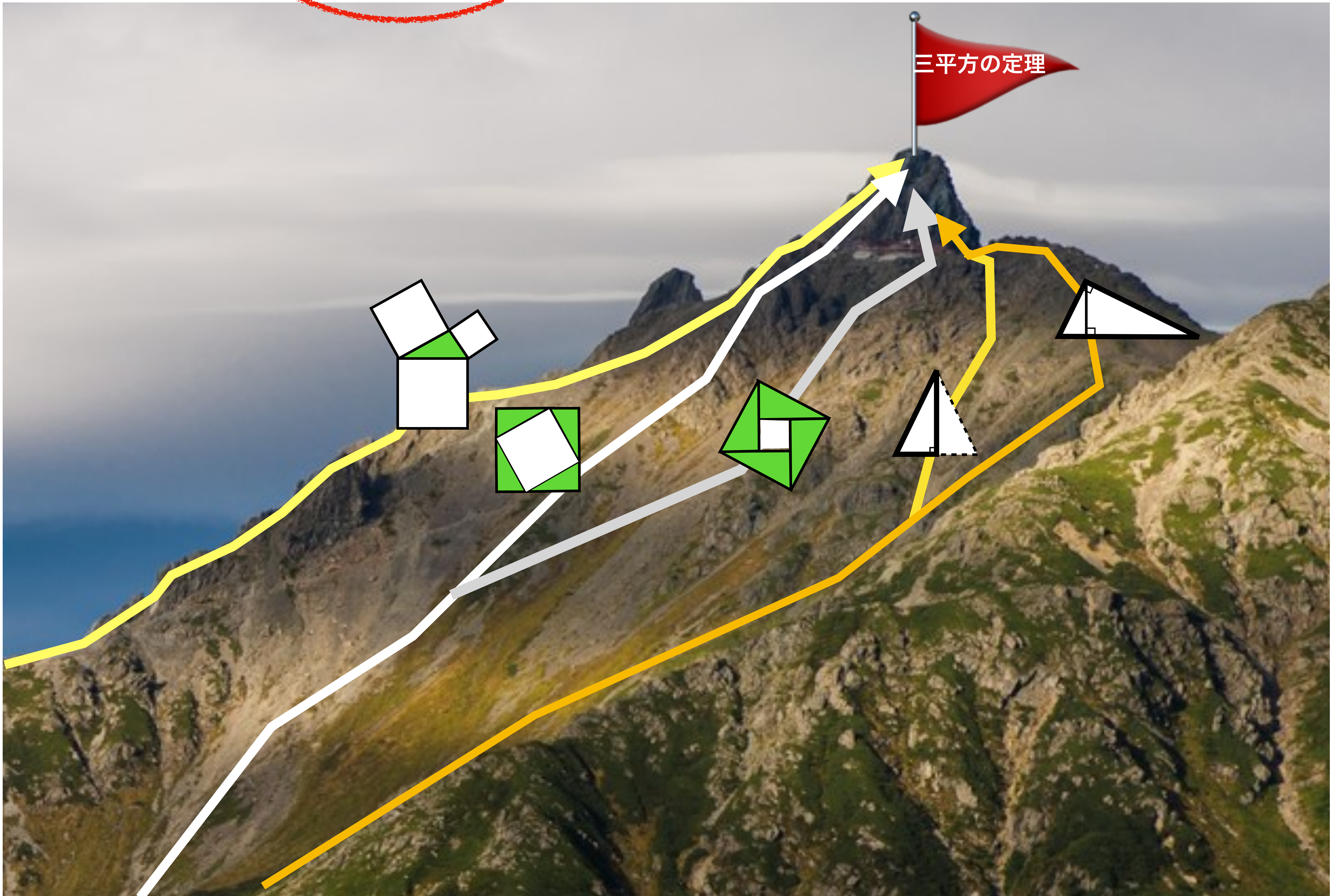


$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

（三平方の定理）

見いだし・検証する楽しさ　アプローチが多様



3

教材は

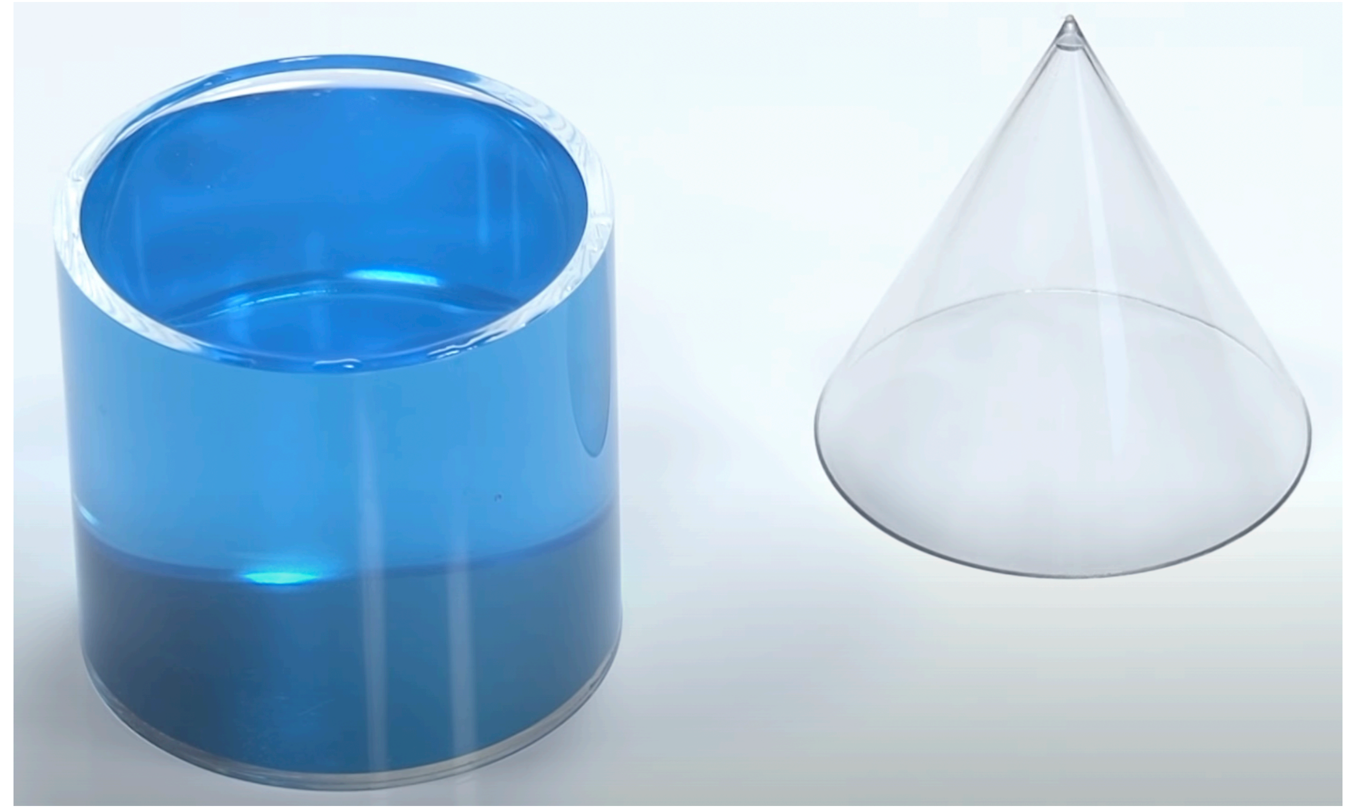
Ready made か

Custom made か

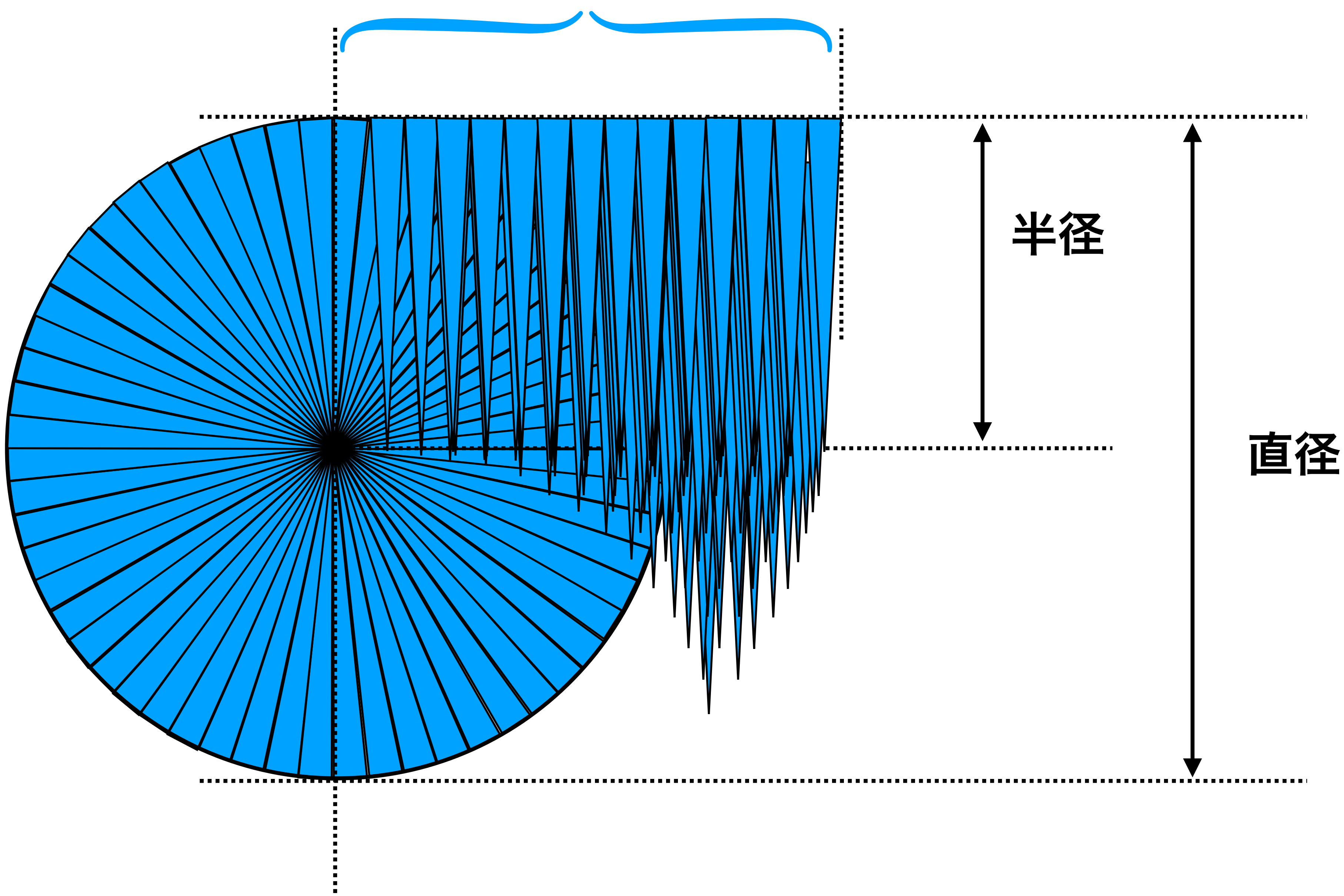
「三角すいの体積

の求め方」の指導

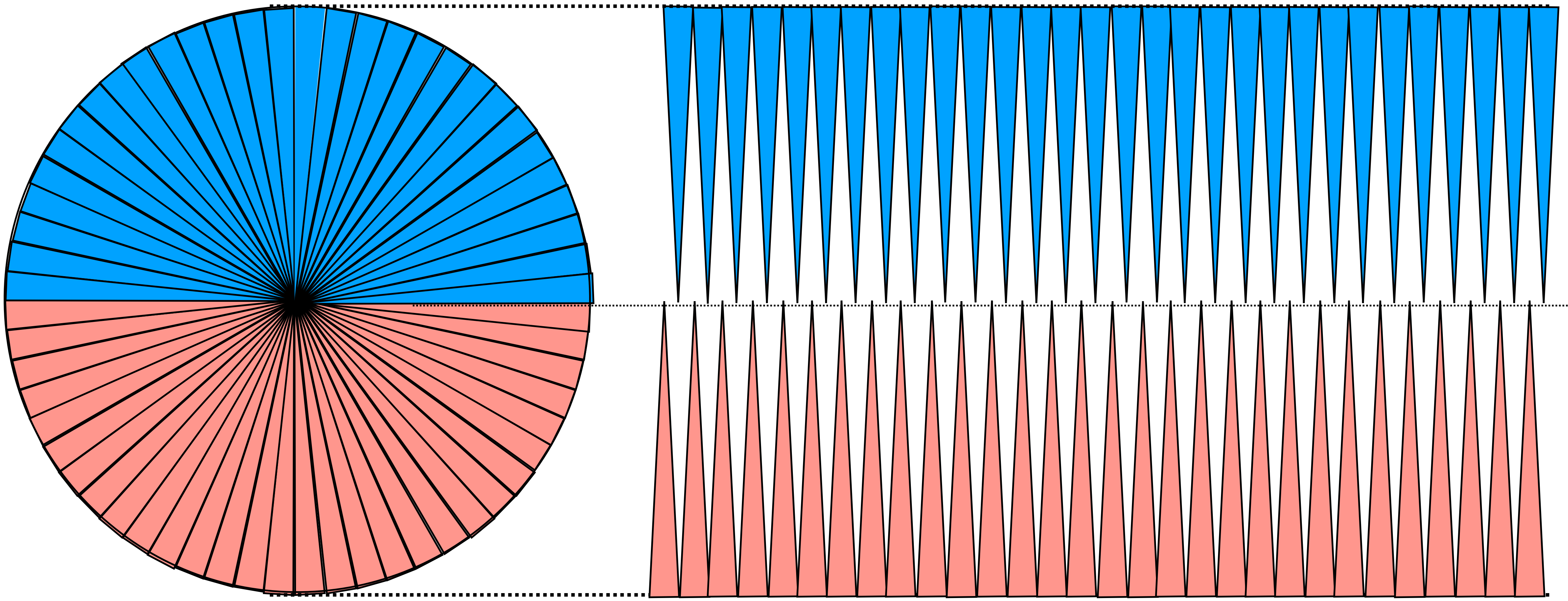
水を使った実験



円の４分の１を細かな二等辺三角形に切り分けていくと



できる図形は長方形の半分見なせる

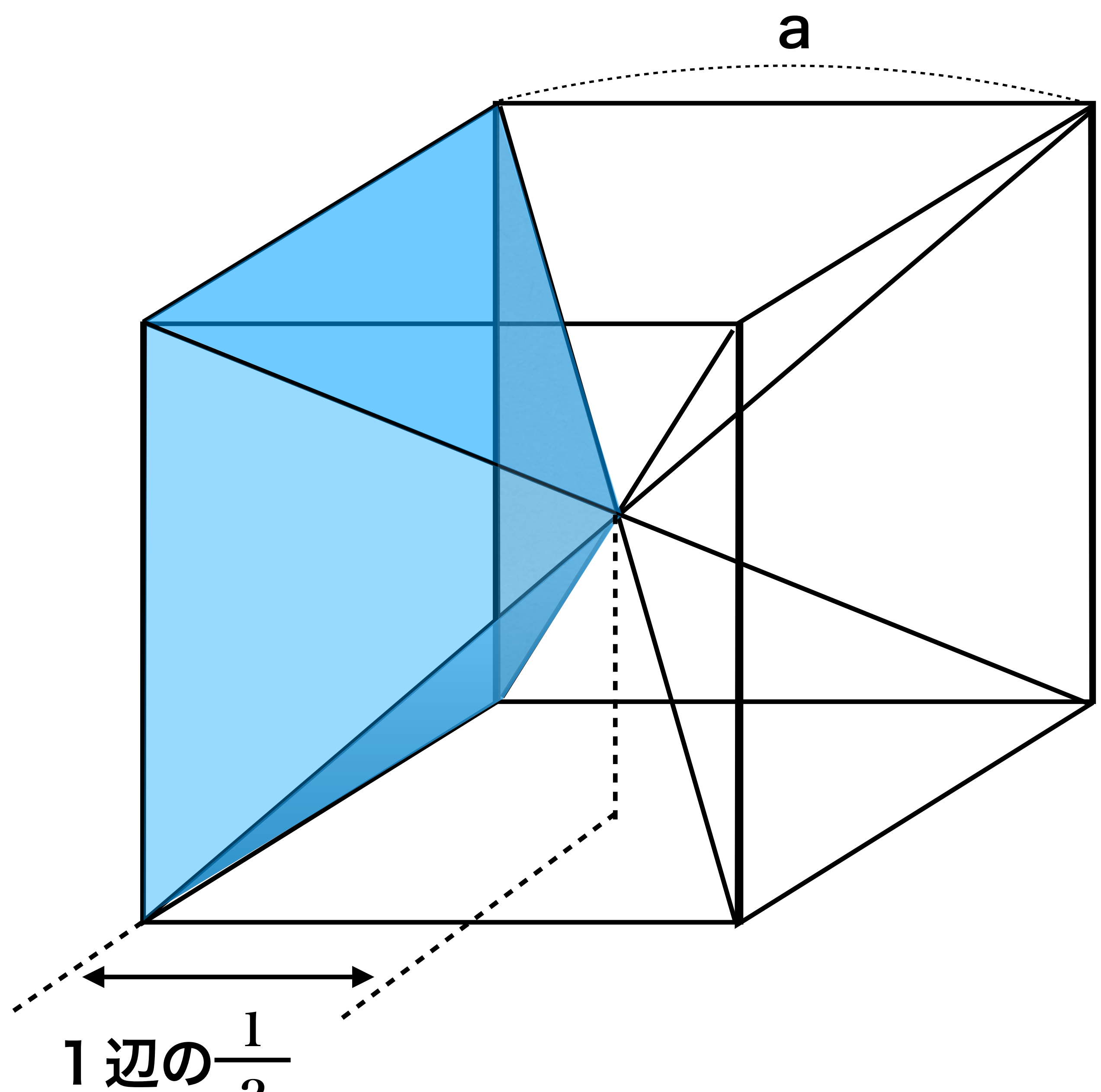


円の面積＝円周の半分×半径

＝（直径×円周率）÷２×半径

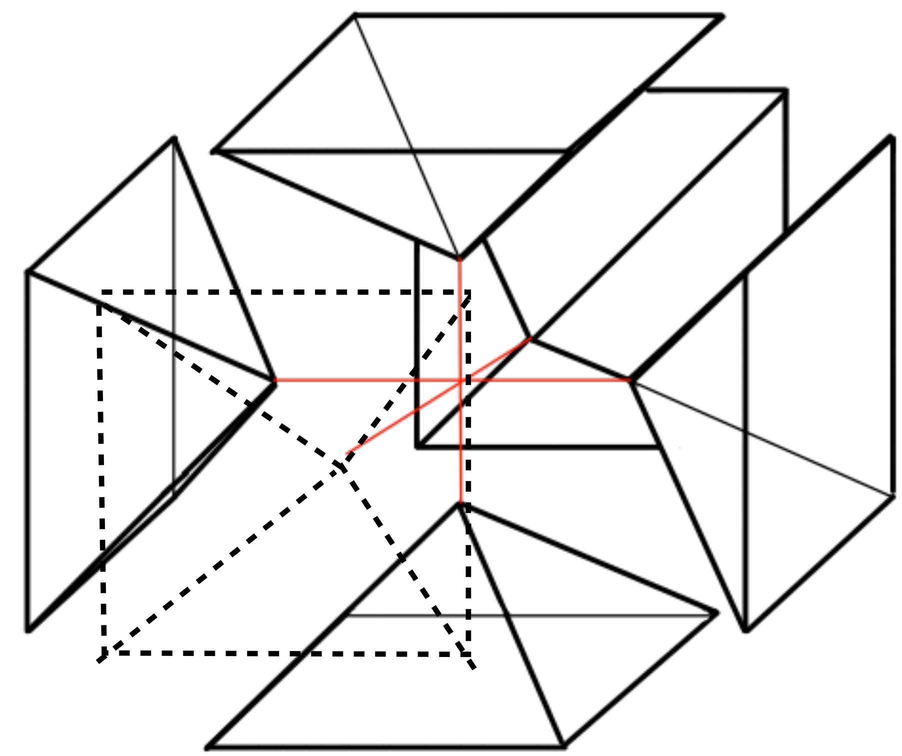
＝２×半径×円周率÷２×半径

＝半径×半径×円周率



合同な正四角すいが6個できるから

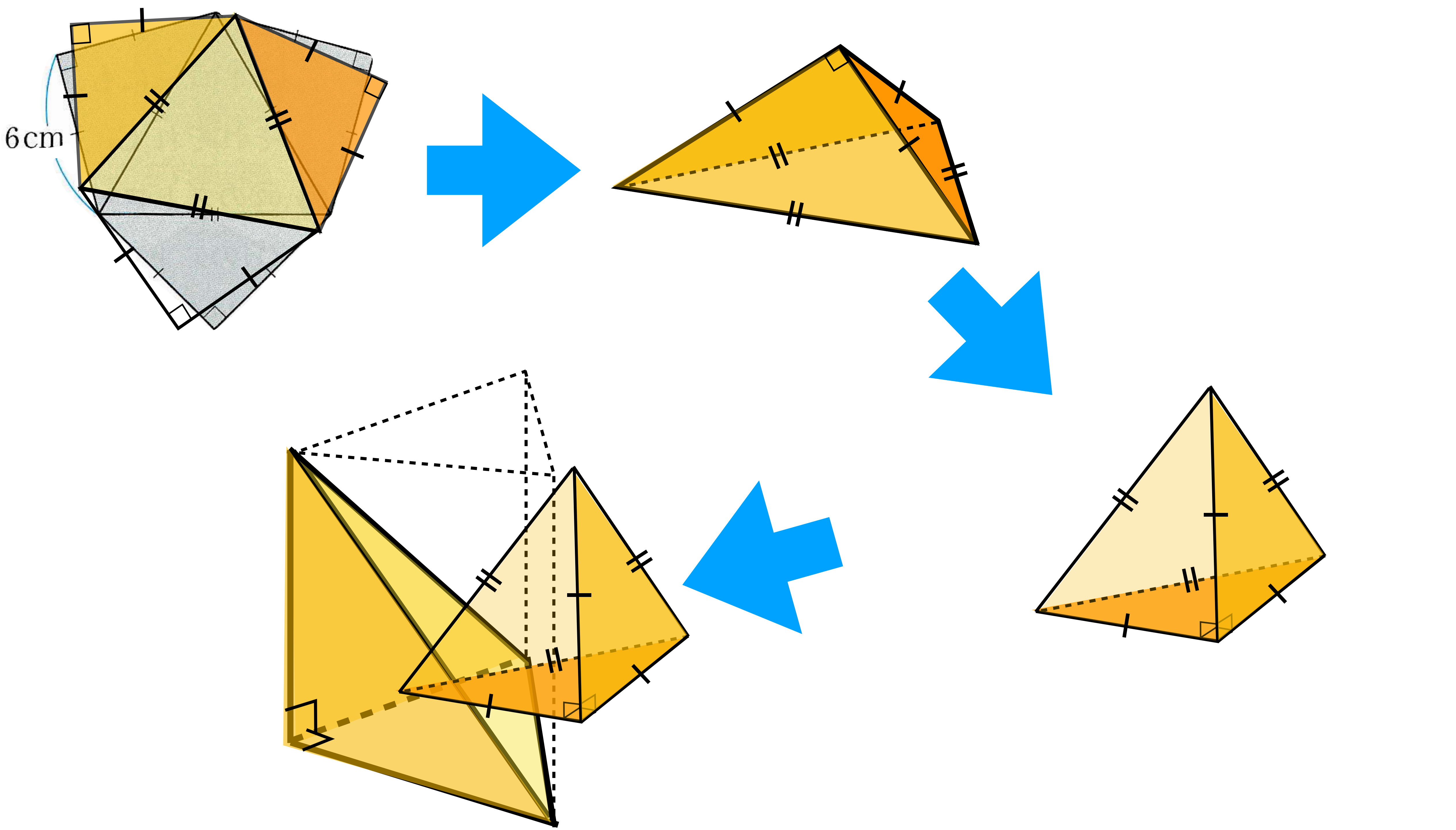
一つの正四角すいの体積　$V=\frac{1}{6}a^3$



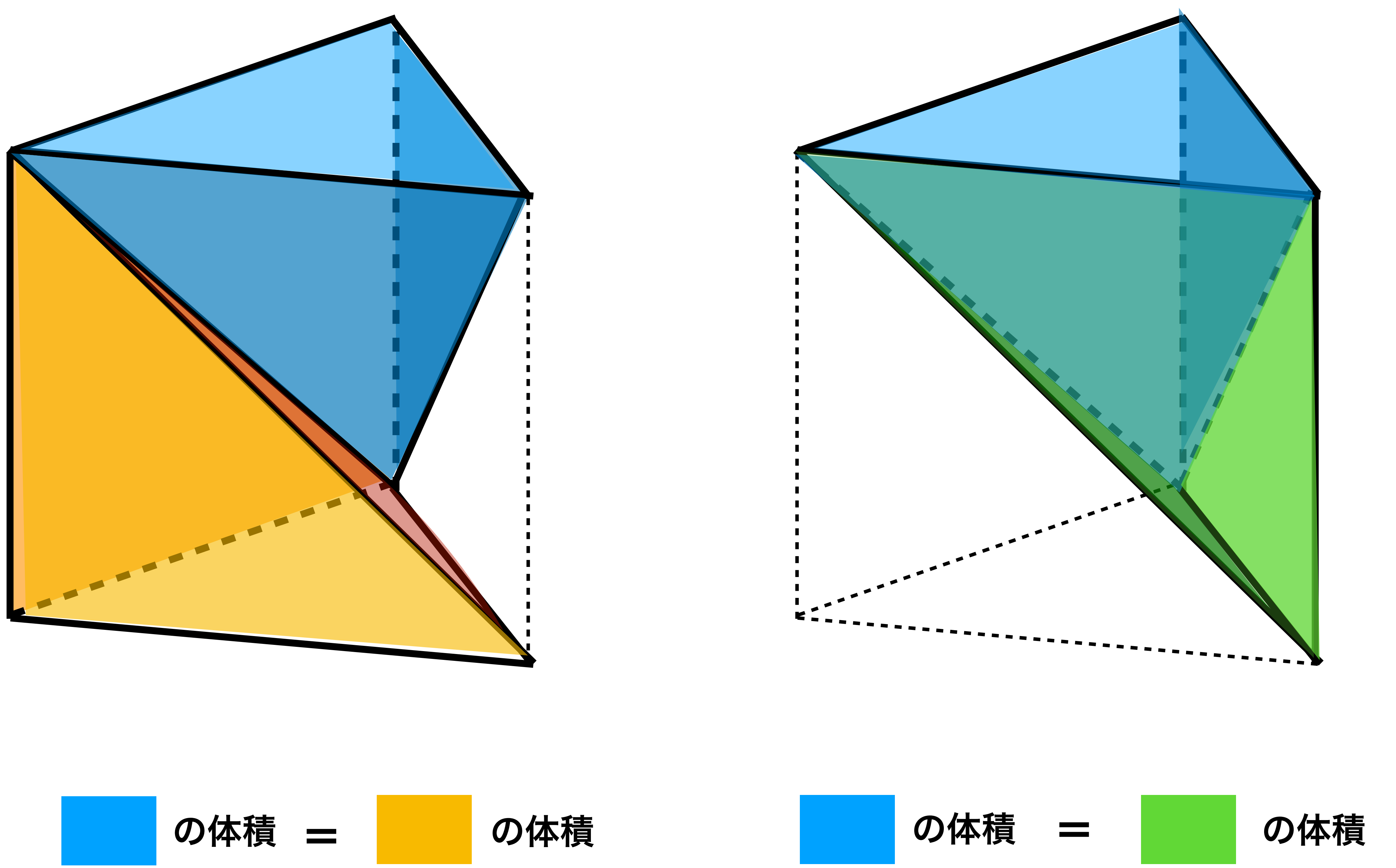
一つの正四角すいの高さ　$h=\frac{1}{2}a$　だから

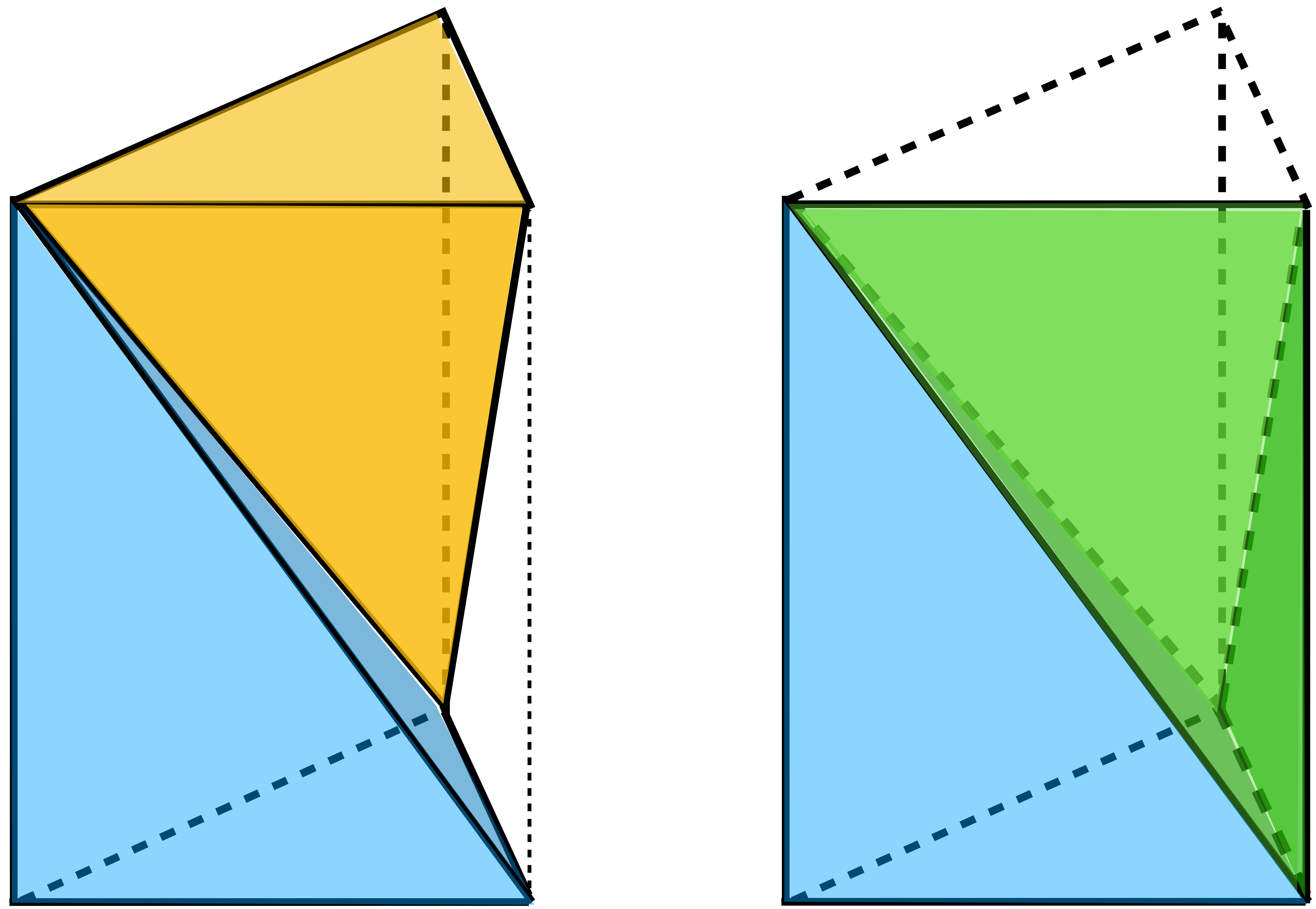
よって　$V=\frac{1}{3}a^2h$

この展開図を組み立てた立体の体積は？

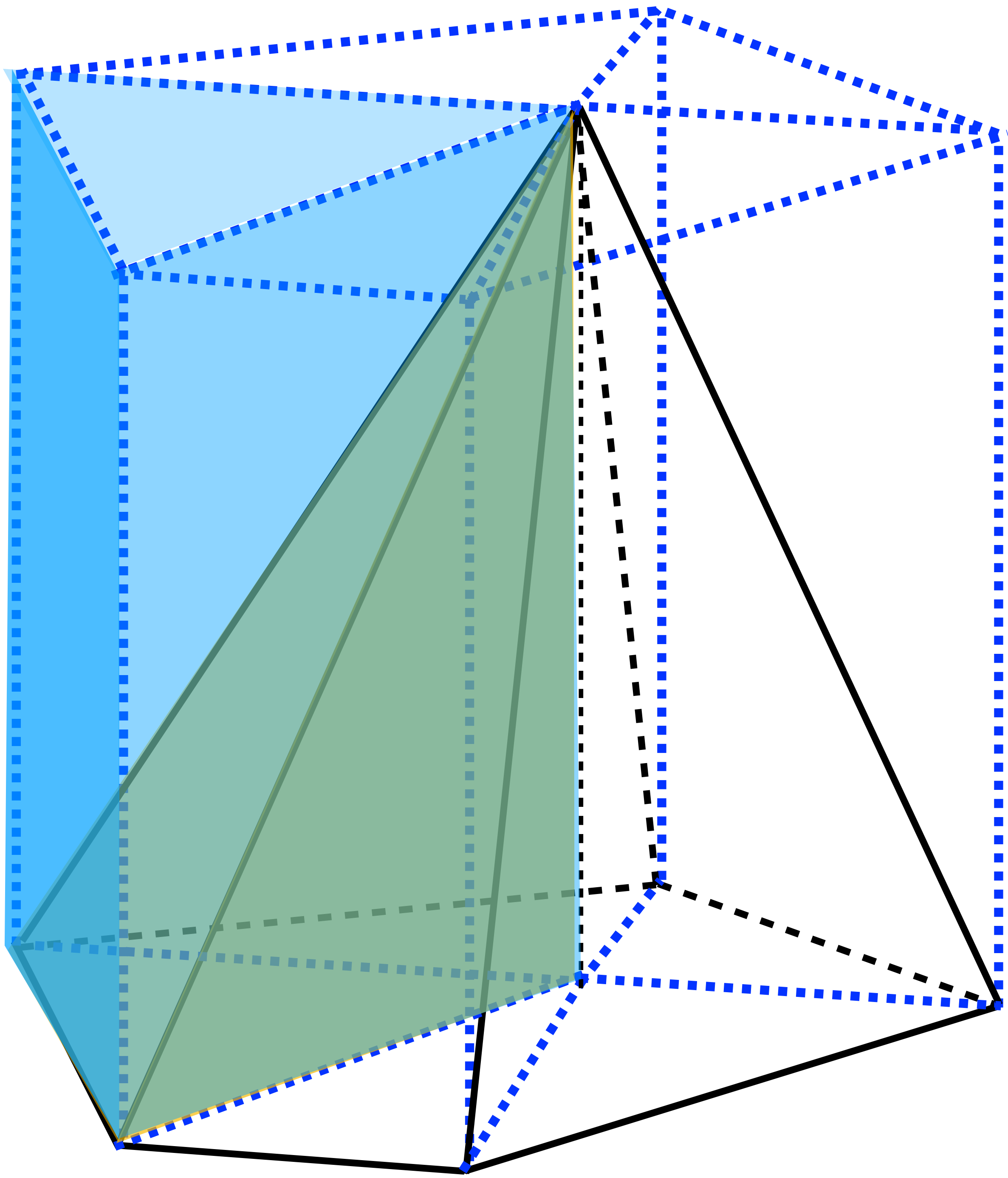


すっぽり入る三角柱が考えられる


の体積 ＝ の体積
の体積 ＝ の体積



なぜ三角柱・三角すいなのか



n角柱の体積V

＝三角柱n個の体積の和

$V=V_1+V_2+\cdots+V_n$

とすると

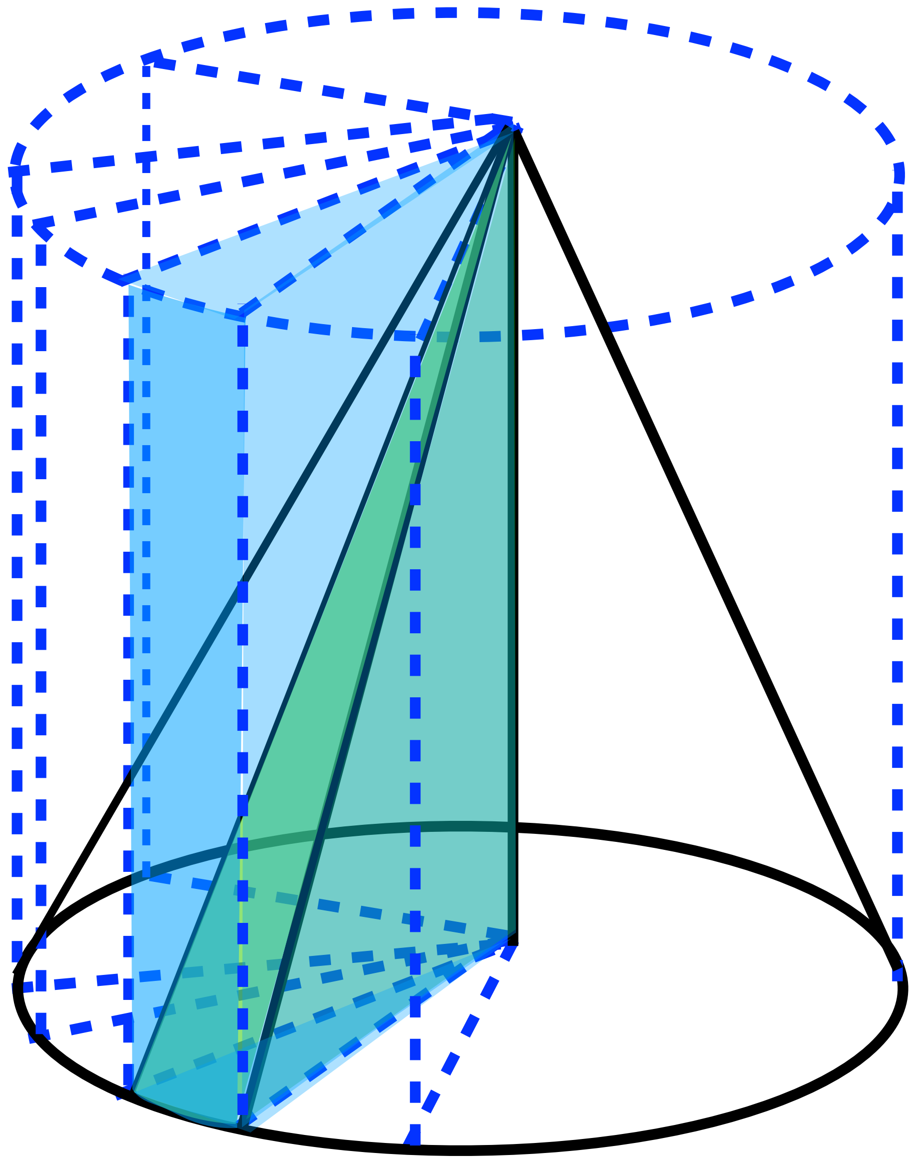
１個の三角柱の中にできる三角すいの体積は，それぞれの三角柱の $\frac{1}{3}$ だから

n角すいの体積は

$$\frac{1}{3}(V_1+V_2+\cdots+V_n)$$

$$=\frac{1}{3}V$$

他のすい体への一般化　　円すいの場合



底面を十分に細かい扇形状にすると，三角柱と三角錐の集まりと見ることができる。

⬇

$\frac{1}{3}$ がどれだけか集まっても，その合計は全体の $\frac{1}{3}$

⬇

$$(\text{円錐の体積}) = \frac{1}{3}(\text{円柱の体積})$$

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

(底面の半径：r　高さ：h としたとき)

4
まとめ＝提言

教師がcreativeでなければ，creativeな子どもは育たない。

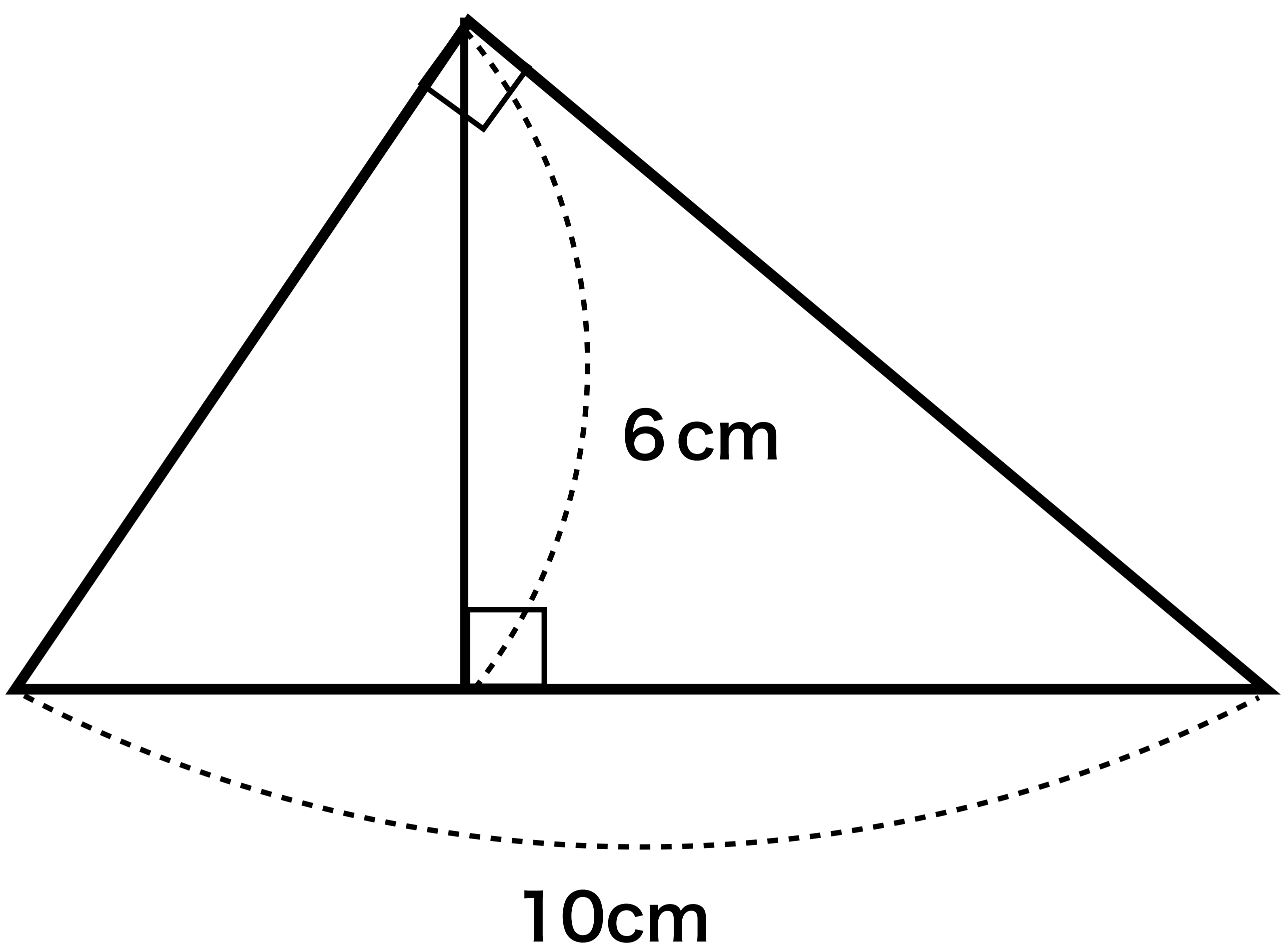
・「教科書にあるから」というので扱うより，納得して教えたい。
・問題を解くためだけに性質や原理を教えるのでは面白くない。
・新しい性質や原理を見いだすことに活用できる面白さを味わせたい。

教材を，自分で納得し，その扱いを工夫して子どもの前に立つ。

専門性から見て理に適っていることは絶対
奇を衒うあまりの誤りや，学習指導要領からの逸脱は許されない
納得できるまで，同僚や先輩に学んでみること

教師の　critical thinking　が重要
key word：**「何故（どうして）扱うのか？」**
「扱うのであれば，どのように扱うか。」

M社入社試験より



どのように
「教科書を我が編集の書」として
生徒の前に立つか。

自らの教科書を編集し得るの力あるにあらざれば，授業は真に徹底せず。借り物で相手を鍛えようとは虫の良き話なり。かくして教科書を持ちながら，いかにしてこれを我が編集の書とするかが，教師に課せられた代々の公案というべし。

※**公案**：修行者が悟りを開くための課題として与えられる問題

森　信三　「修身教授録」より