授業実践　シミュレーション　「３年　関数」

『日常の事象で，関数 y=ax^2 と１次関数の交点を理解させるには』

No.34115　列車とマラソンランナー　（平成１７年度新作）

①　本時のねらい

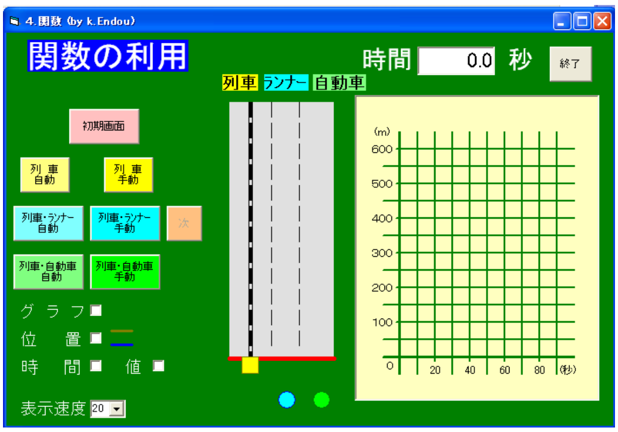
マラソンランナーが駅を発車した列車に追いつかれる時刻を求めることを通して，その時刻と地点がそれぞれの式を同時に満たす x，y の値であることに気付き，グラフや式をもとに問題を解くことができる。

②　コンピューター活用の意図

この単元の終末では日常の事象において関数 $y=ax^2$ が現れる場面を扱い，関数 $y=ax^2$ を利用させていく。ここでは，列車が動き出して加速する場面を扱い，その横をマラソンランナーが一定の速度で走っていく。生徒にランナーが列車に追いつかれる時刻を考えさせる。ここで，時間に伴って変化する数量が２つであることから，数量関係の把握について，困難が予想される。そこで，シミュレーションソフトを使用する。このソフトでは，列車とランナーの動きがイメージでき，ランナーが列車に追いつかれる瞬間をしっかりと確認できる。更に列車とランナーの動きがグラフとして描かれる。身の回りの事象と数学を切り離しがちな生徒に興味や関心を持たせられ，２つの関数式を同時に満たす x,y の値が追いつかれる時刻と地点であることに気付くと考えられる。

２つの関数式を同時に満たす x,y の値については，２学年の１次関数において，グラフの交点がそれであることを理解している。ここでは，表示されるグラフをもとに関数 $y=ax^2$ と比例の交点について考えさせ，理解を更に深めていく。

③　実践

<table>
<tr><th>教師の働きかけ</th><th>実際の生徒の活動</th></tr>
<tr><td>○　問題を提示する。</td><td>○　問題をマラソンランナーが追いつかれる時刻を求めることを知った。</td></tr>
<tr><td colspan="2">まっすぐな道路と，その横を平行に走る列車の線路がある。列車が駅を出発してから，x 秒間に進む距離を ym とすると，0≦x≦60 では，$y=\frac{1}{6}x^2$ の関係があるという。
列車が駅を出発すると同時に秒速 5m で走ってきたマラソンランナーが駅を通過した。ランナーが列車に追いつかれるのは何秒後だろうか。</td></tr>
<tr><td>○　列車の動きを確認し，時間と距離の関係を理解させる。マラソンランナーの動きを確認させる。</td><td>○「追いつかれる」状態が駅を出発してからの時間と距離が一致した状態であることを理解した。
・ランナーと列車について，それぞれの時間と距離の関係を式やグラフに表せばよいのではないか。
・ランナーは秒速 5m で走っている。
・列車の時間 x 秒と距離 ym の関係は $y=\frac{1}{6}x^2$ で表される。</td></tr>
<tr><td colspan="2">

問題の文章だけでは，十分に理解できなかったが，始めにマラソンランナー，次に列車の動きというように，一つ一つの動きを確認することができた。それに，マラソンランナーが追いつかれる瞬間が何度も確認できた。ランナーの駅を通過してからの時間と距離の関係が，関数 $y=5x$ であることに気づいた。</td></tr>
</table>

それぞれの時間と距離の関係を式やグラフに表し，ランナーが追いつかれるのは何秒後かを求めよう。

○　グラフをもとに確認する。

○　列車とランナーのそれぞれの関数をグラフに表した。

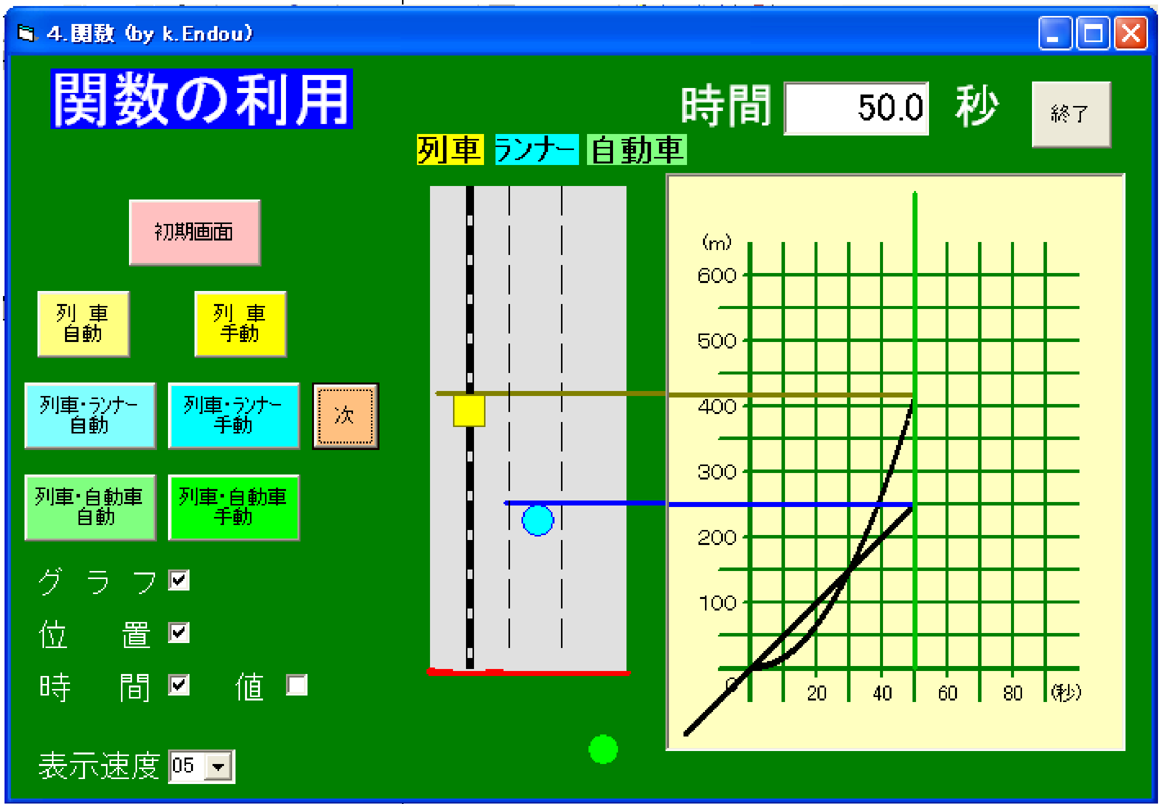
・列車は 0≦x≦60 では，$y=\frac{1}{6}x^2$ になる。

・ランナーは秒速 5m で走っている。$y=5x$ になる。

・２つの交点を読み取ると（30,150）

・ランナーが 30 秒後に追いつかれたことになる。

グラフ



・交点が追いつかれた状態を表しているといえるのだろうか。

・列車とランナーが同時刻に同じ場所であるといえる。交点は２つの関数式を同時に満たす x,y の値だから，交点が追いつかれた状態を表す。

○計算で求める方法を考えさせる。

・$\begin{cases} y=\frac{1}{6}x^2 \\ y=5x \end{cases}$ を解くといいと思う。

・y を消去して解くと次のようになる。

$$\frac{1}{6}x^2=5x$$

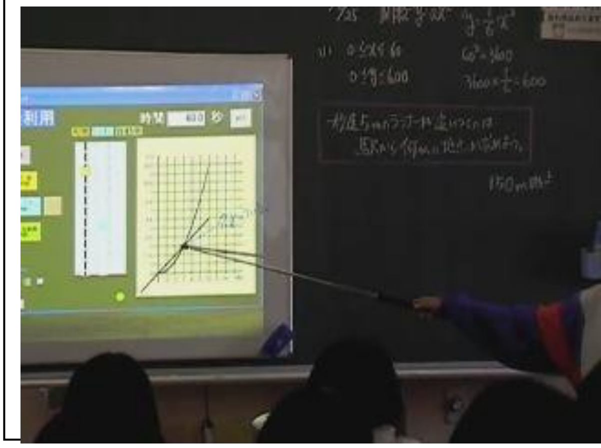
$$x^2-30x=0$$

$$x(x-30)=0$$

$$x=0, x=30$$

・0 秒は駅を通過した時刻だから,30 秒後に追いつかれたことに

○練習問題に取り組ませる。 ・シミュレーションを必要に応じて見せる。	なる。 数量関係を式やグラフに表すことで, 時間や距離などの数量を求めることができる。 練習問題 列車が駅を出発すると同時に秒速 10mの自動車が駅を通過した。自動車が列車に追いつかれるのは何秒後だろうか。



【生徒の感想】
・始めはマラソンランナー列車より先を走っていて, 徐々にランナーに列車が近づいていき, やがて, ランナーが列車に追いつかれることがよくわかった。
・実際に動きを見ることで, 列車の加速が関数 $y=ax^2$ と理解することができた。
・マラソンランナーが追いつかれた瞬間のランナーの ymと列車の ymが等しいことがよくわかった。
・追いつかれた時刻と距離が, シミュレーションの動きと一致した。

○本時の授業について
・ マラソンランナーの動きと列車の動きを詳しく観察することにより，時間の経過に伴って，１秒ごとにランナーと列車の距離が近づいていくことが捉えやすくなり，追いつかれる場面がどんな数量関係になるのかその意味を考えさせる土台とすることができた。導入の段階において，本時学習する内容を把握できるかどうかに，その後の生徒の意欲や関心が大きく関わっていることを感じた。
・ 列車の動きを細かく示すことにより，関数 $y=ax^2$を身近な関数と感じさせることができた。
・ マラソンランナーの動きとの比較から, これまでの関数との違いが明確になった。
・ 動きのある具体的な素材提示によって, ほとんどの生徒が素材について容易に理解でき, グラフ作成の時間や式による解法に取り組む時間を確保することができた。
・ 今後，日常における関数 $y=ax^2$の素材をいくつか提示し, 見方や考え方を広げられるようにしていきたい。

○ソフト使用について
・ 実際の実験では，見ることのできない１秒ごとの距離をパソコンのシミュレーションであれば，見ることができるので，時間の経過に伴い，加速していく列車の動きをどの生徒も把握することができた。日常の事象と関連づけた指導に効果的であった。
・ 時刻と列車の地点・ランナーの地点がグラフと一致することで，追いつかれることが同時刻・同地点であること，それがグラフの交点であることを，ほとんどの生徒が容易に理解することができた。

これらのことから，ソフトの使用は有効であったと考えられる。