

『不等式の両辺に同じ負の数をかけたり、わったりすると不等号の向きが変わること を理解させるには』

No.13090, 13100

① 本時のねらい

不等式の性質と等式の性質を比較することを通して、不等式の両辺に同じ負の数をかけたり、わったりすると不等号の向きが変わることに気づき、不等式の性質と等式の性質の違いを理解することができる。

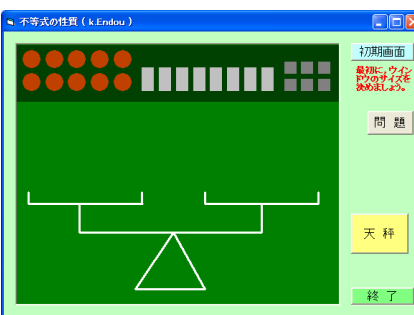
② コンピューター活用の意図

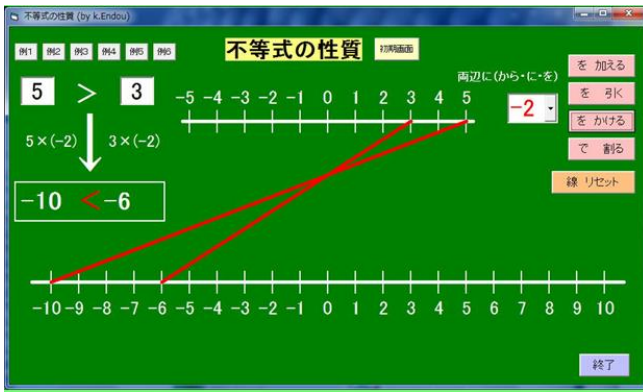
等式の性質を理解する場面では天秤のイメージを利用している。不等式についても天秤のイメージで等式の性質との比較を促していく。しかし、不等式の両辺に同じ負の数をかけたり、わったりすると不等号の向きが変わることは、天秤では表現できない。

等式の性質の「 $A=B$ ならば $AC=BC$ 」や「 $A=B$ ならば $A/C=B/C$ 」では天秤に見立てた両辺を2倍したり、その逆の見方をしたりして、生徒は理解をしている。両辺を負の数でかけたり、わったりしても等式が成り立つことは特に扱われていない。その後の方程式の解き方で、 $-4x=12$ を実際に解き、その解を与式に代入して等式が成り立つことを確認している程度である。

そこで、不等式では、シミュレーションで生徒に数直線を用いたいくつかの例を示すことによって、不等号の向きが変わることを帰納的に理解させていきたいと考えた。

③ 実践

教師の働きかけ	実際の生徒の活動
<ul style="list-style-type: none"> ○ 不等式の性質について等式の性質と比較しながら確認した。 ○ 等式の性質と似ていることを確認した。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 天秤のシミュレーションを見ながら、等式の性質と比較する。両辺に同じ数を加えたり、ひいたりしても不等号の向きは変わらない。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;">  <p>以前、方程式の導入で扱った天秤のシミュレーションを使い、大小関係を把握すればよいことが理解できるようにする。また、等式の性質との関連に気付くことができるように個のシミュレーションを用いた。</p> <p>このシミュレーションでは、負の数について触れることは不可能である。したがって、その理解はNo.13100を用いた。</p> </div>
<p>課題 不等式$5 > 3$の両辺に同じ数を加えたり、ひいたり、かけたりして、不等号の向きを確かめよう。</p>	
<ul style="list-style-type: none"> ○ 等式の性質と比較しながら、考えることができるようにした。 ○ 負の数について、不等号の向きを考慮することができるようにした。 ○ シミュレーションで不等号の向きを確認した。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 両辺に2を加えたり、ひいたり、かけたり、わったりしても不等号の向きはかわらない。 ○ 両辺に1を加えたときも、同様だ。 ○ 両辺に0をかけたら等しくなる。 ○ 不等号の向きが反対になりそうだが、よくわからない。 ○ シミュレーションでいくつかの場合を確認し、負の数でかけたり、わったりする場合は不等号の向きが反対になることを理解した。



生徒はその理解に個人差がある。一つの例では十分ではない生徒もいる。いくつかの例を挙げて考えさせる必要があった。不等号の向きが瞬時に示せるこのソフトで、大小関係を示し十分理解な理解を図った。また、両辺に0をかけた場合は等しくなることや0でわってはいけないことを確認することができた。両辺が正の数や負の数同士などいくつかの例が示せた。

○不等式の性質を確認した。

不等式では、両辺に正の数を加えたり、ひいたり、かけたり、わったりしても、負の数を加えたりひいたりしても、不等号の向きは変わらないが、負の数をかけたり、わったりした場合は不等号の向きは反対になる。

○不等式の性質を式で表した。

- 1 $A > B$ ならば $A + C > B + C$, $A - C > B - C$
- 2 $A > B$, $C > 0$ ならば $AC > BC$, $A/C > B/C$
- 3 $A > B$, $C < 0$ ならば $AC < BC$, $A/C < B/C$

○式と確認された文章を一致させた。

○ $x < 6x + 10$ で不等式の性質の使い方を確認した。

$$x < 6x + 10$$

$$-5x < 10$$

$$x > -2$$

不等号の向きを確認する。

$$x + 5 > -2$$

$$x > -7$$

$$-\frac{1}{3}x < 6$$

$$x > -18$$

ここでは、式の操作を確認する活動にとどめる。

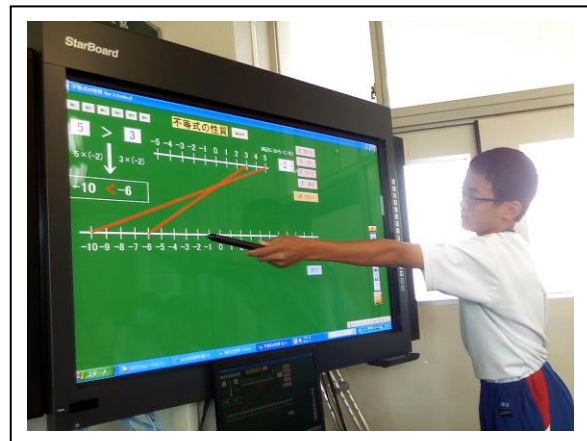
○はじめに、両辺から $6x$ をひいているので性質1を使い、次に両辺を -5 でわっているので性質3を使う。

・不等号の向きが、負の数でわるために変わることを確認した。

・両辺から 5 をひけば次の式が得られることから性質1を使えばよい。
・不等号の向きが変わらないことを確認した。

・両辺を -3 倍すれば次の式が得られることから性質3を使えばよい。
・不等号の向きが、負の数をかけることで変わることを確認した。

④ 授業の様子



【生徒の感想】

- 頭の中では考えづらく、数直線の赤い線が少しずつ伸びていくところがわかりやすい。計算後の結果が数直線で実際に見ることができるので大小関係が分かりやすかった。
- いくつかの場合が見られて、よく分かった。後から不等号が現れてくるのが面白かった。
- 黒板に書くより、シミュレーションはおもしろいし、しっかり見たいと思う意欲がわいてくるから役に立つと思う。
- 両辺に0をかけたときに等しくなることがわかった。0でわったときに、うごかないのが面白かった。
- 数直線からの赤い線が交わると不等号の向きが変わることがよくわかった。

⑤ 授業を終えて

○本時の授業について

- ・ 生徒に天秤の大小関係のシミュレーションによって、等式の性質を想起させることができた。不等式の性質との違いを後半で明らかにすることができた。
- ・ 不等式の性質を理解する場面では、両辺が正の数同士・負の数同士だけではなく、負の数と正の数、正の数と負の数といくつかの場合や任意の数での確認ができた。これにより、負の数をかけたり、負の数でわったりしたときのみ、不等号が変わることを印象付けることができた。不等式の性質の理解が一層深まった。
- ・ 生徒の感想にもあるように、表示の仕方に工夫があり、興味・関心をもって学習をすすめることができた。

○ソフト使用について

- ・ 前教育課程の2年生の後半の不等式の扱いならば、計算後の符号や絶対値に着目させて、不等号の向きを明らかにしていくことが妥当であろう。しかし、1年生の生徒にとっては、いくつかの場面を経験させることで理解を図ることが適当である。概念を獲得する上で多くの事象から帰納的に考察することはシミュレーションが有効と考える。
- ・ いくつかのパターンを視覚的に表現しようと考えたときに、黒板での授業ではその量は限られる。瞬時に大小関係が瞬時に示すことができた。