授業実践　シミュレーション　「３年　相似と比」

「問題の場面を具体的に想像するには」

GeoMathRoom　3st grade　『中点連結定理』『中点によってできる四角形』

①本時のねらい

三角形と比の定理の特別な場合としての中点連結定理を理解し，その定理を用いて図形の性質の証明をすることができる。

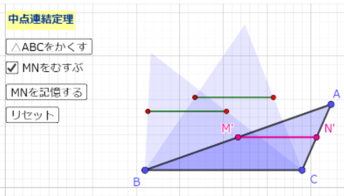
②コンピュータ活用の意図

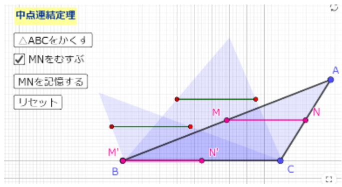
- 三角形の各頂点を自由に移動させることで，視覚的に中点連結定理を発見することができる。
- もとの四角形の各頂点を自由に動かすことで，どんな四角形でも各辺の中点を結ぶと平行四辺形ができることを視覚的にとらえることができる。

③実践

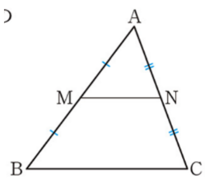
<table>
<tr><th>教師の働きかけ</th><th>実際の生徒の活動</th></tr>
<tr><td>○問題を確認する。

「問題１」
右の図は，線分 AB，AC のそれぞれの中点 M，N を結ぶ線分 MN をひいたものである。
BC を固定し，点 A の位置をいろいろ変えると，MN の長さや位置関係はどうなるだろうか。

三角形の形を変えても，BC と MN の関係が変わらないことを視覚的に捉えたことにより，自然に証明へとつながった。特に長さに関しては，固定した MN を動かすことができるので，長さを比べるのに有効であった。</td><td>○問題場面を把握し，操作方法を理解する。
・BC を固定して，点 A をいろいろ動かし，MN を記憶する。
・MN は全て BC と平行になりそうだ。
・記憶した MN を BC に重ねると，MN の長さは BC の半分になりそうだ。
・BC の長さを変えても，同じことが言えそうだ。




・仮定は，AM : MB＝1 : 1，AN : NC＝1 : 1
・結論は，MN//BC，MN＝$\frac{1}{2}$BC
・三角形と比の定理の逆を使えば証明できそうだ。
・相似な三角形からも証明できそうだ。</td></tr>
<tr><td colspan="2">課題　　MN//BC，MN＝$\frac{1}{2}$BC であることを証明しよう</td></tr>
<tr><td>○見通しをもとに，個人で考える。

○全体交流で確認する。</td><td>○個人追究・全体交流


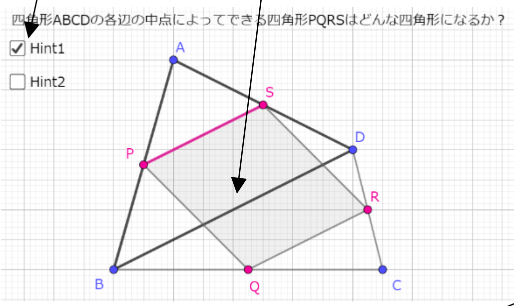
＜仮定＞
AM : MB＝1 : 1，AN : NC＝1 : 1
＜結論＞
MN//BC，MN＝$\frac{1}{2}$BC
＜証明＞
△ABC で，仮定から
AM : MB＝1 : 1，AN : NC＝1 : 1
よって，AM : MB＝AN : NC＝1 : 1
三角形と比の定理の逆から
MN//BC…①
①より，三角形と比の定理から，
AM : AB＝AN : AC＝MN : BC＝1 : 2
よって，2 MN＝BC
つまり，MN＝$\frac{1}{2}$BC</td></tr>
</table>

○中点連結定理をまとめる。

「問題２」
次の図で，線分 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ P，Q，R，S とする。このとき，四角形 PQRS はどんな四角形になるだろうか。

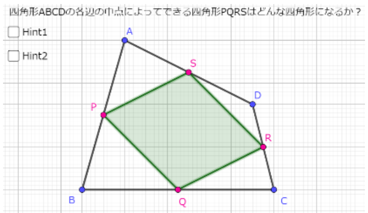
○全体交流で確認する。

ヒントを押すと，対角線が引かれ，２つの三角形に分かれる。それを手掛かりとしながら，四角形の形を変えても中点連結定理が成り立つことを視覚的に捉えることができ，スムーズに証明することができた。

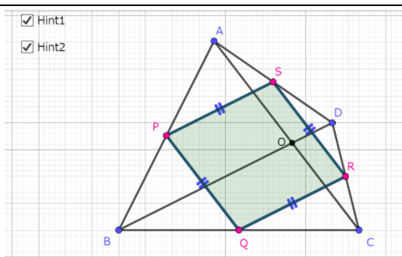


四角形 PQRS が特別な四角形になる場合，線分が等しいことや角の大きさが表示される。「中点を結んだ四角形が特別な四角形になる場合は，どんな条件があればよいか」について，自分で課題を見つける生徒が多くいた。

○中点連結定理を使って，練習問題を解く。
○問題２に取り組む。
・正方形，長方形，ひし形，平行四辺形になりそう。
・さっきの問題のように補助線を引けば，中点連結定理が使えそうだ。



＜証明＞
対角線 BD を引く。
△ABD で，P，S がそれぞれへん AB, AD の中点であることから，
中点連結定理より
$PS//BD$，$PS=\frac{1}{2}BD$ …①
△CBD で，同様に
$QR//BD$，$QR=\frac{1}{2}BD$ … ②
四角形 PQRS で，①，②より，PS//QR，PS＝QR
１組の対辺が平行で長さが等しいので，四角形 PQRS は平行四辺形である。



○予想の中でひし形が出ていたけど，四角形 PQRS がひし形になるときどんな条件があればよいだろう。
・定義から，対角線の長さが等しければひし形といえる。
○正方形や長方形はどうだろう。

④授業の様子

【生徒の感想】	＜タブレットで定理を発見している様子＞
・自分でいろいろと三角形の形を変えてみたけれど，どんな三角形でも中点連結定理が成り立ちそうだということが予想できた。 ・自由に動かしていたら、長方形や正方形になるときがあった。どんなときに特別な四角形になるのか証明してみたいと思った。	 

⑤授業を終えて

○成果

・中点連結定理を発見する際，作った三角形を記憶したり線分を動かせたりするので，平行や線分の長さの関係について全員の生徒が見通しをもつことができた。
・特別な四角形になる場合については、生徒の自由な操作の中で疑問が生まれた。これはシュミレーションソフトならではのよさであると感じた。