

深い学びを具現する数学教育の創造

～主体的で対話的な学びを通して～

岐阜市小中学校教育研究会 中学校数学部会
岐阜市立陽南中学校 教諭 藤井 隆史

I 主題設定の理由

令和3年度に全面実施となった中学校学習指導要領に、「子供達がこれからの時代に求められる資質・能力を身につけ、生涯にわたって能動的に学び続けるようにするためには、学習の質を一層高める授業改善の取組を活性化していくことが必要であり、『主体的・対話的で深い学び』の実現に向けた授業改善を推進することが求められる」と述べられている。そこで令和3年度から、岐阜市の研究主題においても、このような社会的要請及び県の中数部会のテーマを踏まえ、「深い学びを具現する数学教育の創造」を新たに掲げ、知識及び技能、思考力、判断力、表現力等、学びに向かう力、人間性等の資質・能力をバランスよく育成することを目的に、岐阜市では、次に示す内容で研究を進めてきた。

- 1 基礎的・基本的な知識及び技能の確実な定着を図る指導の在り方
- 2 知識及び技能を活用して問題を解決し、思考力、判断力、表現力を育成する指導の在り方

1については、単元における各単位時間の役割を明確にしていかなければならない。これは単元のコンセプトをもとに、決め出すこととする。またこれと同様に、単位時間における各単位時間の役割に整合した授業展開になるよう、指導方法を工夫し改善していくことが必要である。さらに、生徒一人一人のつまずきや、より深い学びへの関心に対応できる問題や指導方法を開発していくことも、基礎的・基本的な知識・技能を確実に定着させるためには必要であると考えている。

2については、①で身に付けた知識・技能を活用しながら問題を解決し、思考力・判断力・表現力を育成していくことで、同時に、生徒が数学的活動の楽しさや数学のよさを実感できるようにする。数学のよさを実感するためには、単に出来上がった数学を教えるのではなく、数学の事象から

問題を見だし、数学的な見方・考え方を働かせることで問題を解決できたときの喜びを味わわせたり、問題解決の過程を振り返ることで既習内容とのつながりを実感できるようにしたりしていくことが必要であると考えている。

このことから、岐阜市では1、2の指導の在り方について研究をすすめていく。

II 本校の生徒の実態

令和3年4月、本校の全校生徒を対象に学習アンケートを行った。この学習アンケートは、「当てはまる」、「やや当てはまる」、「やや当てはまらない」、「当てはまらない」の4観点で行った。

番号	質問内容	当てはまる やや当てはまる
1	今までの単元で習った知識や技能を、毎時間の学習とつなごうとしていますか。	65.6%
2	問題を解決するとき、どのように考えていけばよいか、見通しをもって取り組もうとしていますか。	67.8%

「当てはまる」、「やや当てはまる」を選んだ生徒の割合の合計を見ると、既習内容と関連付けた知識及び技能の習得や、習得した知識及び技能を活用することに課題がみられることが明らかになった。さらに、本学年の2年生の時の図形領域の授業の場面では、以下のようなAさん、Bさんの実態が見られた。

【Aさんの実態（知識及び技能に弱さ）】

○単位時間における知識及び技能を身に付ける学習については、既習内容を根拠に考え、図形の性質を理解したり、本時習った図形の性質を使って角の大きさを求めたりすることができる。

●しかし、後に複数ある図形の角の大きさを求める問題を扱った際には、どの既習内容が使えるか選択・判断できるまでの知識及び技能は身に付いていない。

【Aさんの実態が生まれた要因】

・知識及び技能の習熟を図る授業時間の確保に

課題がある。

- ・生徒自身で体系化した知識及び技能を身に付けられていない。
- ・生徒に学習内容を体系化していることの自覚やよさの実感をさせる教師の指導に課題がある。

【Bさんの実態（思考、判断、表現に課題）】

●図形の性質の利用の問題では、自分から解決の見通しをもって追究を進めることができない。

【Bさんの実態が生まれた要因】

- ・問題に出会ってから解決するまでに必要となる、基本的な見方・考え方がわかっていないため、生徒が解決の見通しをもって追究を進めることができない。
- ・生徒が自分の学びを振り返り、できたことやできなかったことを自覚させる教師の指導に課題があるため、生徒が自分から身に付けた知識及び技能を活用していこうとできない。

Aさん、Bさんのみならず、アンケート結果で「(やや)当てはまらない」と答えている多くの生徒が同様の実態である。過去の実践の成果と課題、今年度の生徒の実態を踏まえ、本校では、以下のように指導を改善していくことの必要性を感じた。

- (1) 学習内容が体系化された知識及び技能を身に付けられるようにするための指導の工夫
- (2) 身に付けた知識及び技能を活用する問題で味方・考え方を働かせ、思考、判断、表現できるようにするための指導の工夫
- (3) 個々が身に付けている資質・能力に対する適切な評価の工夫

そこで本実践では、知識及び技能を身に付けることに弱さの見られるAさん、身に付けた知識及び技能を活用する問題で、思考、判断、表現することに弱さのあるBさんの2名に焦点をあてて、3年生「相似と比」の単元における研究実践を行うことにした。

Ⅲ 研究内容

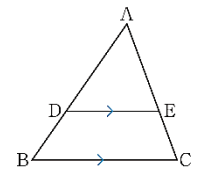
- (1) 「数学MAP」を用いた、体系化された知識及び技能を身に付けられるようにするための指導と評価の工夫
- (2) 「数学的なプロセス」を用いた、身に付けた知識及び技能を活用し、思考、判断、表現できるようにするための指導と評価の工夫

Ⅳ 研究実践

- (1) 「数学MAP」を用いた、体系化された知識及び技能を身に付けられるようにするために指導と評価の工夫～Aさんに焦点を当てて～

① 「三角形と比」における実践

導入では、三角形の中にできる線分の比について、いえそうな性質はないかを見いだす時間を確保した。Aさんは、最初いえそうな性質を見いだすことはできなかったが、教師が定規を使って測ることを促し、比をもとめることで、「(i) $AD : AB = AE : AC = DE : BC$ 」、 「(ii) $AD : DB = AE : EC$ 」であることをみいだすことができた。



(i) の証明では、Aさんは、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ であることを自分で証明し、相似な三角形の対応する辺の比が等しいことから導くことができた。その後、全体でDEをEの方向に延長した半直線と、点Cを通りDBと平行な直線との交点をFとすることを確認し、(ii) の証明に入ったが、手が止まっている生徒が何人かいた。そこで、ヒントがほしい生徒を集めたところ、その中にAさんがいた。以下のように、証明の道筋の中におけるポイントをプレートにして、証明できるようにするにはどの手順で示したらよいか、生徒たちに並び替えるように指示をした。

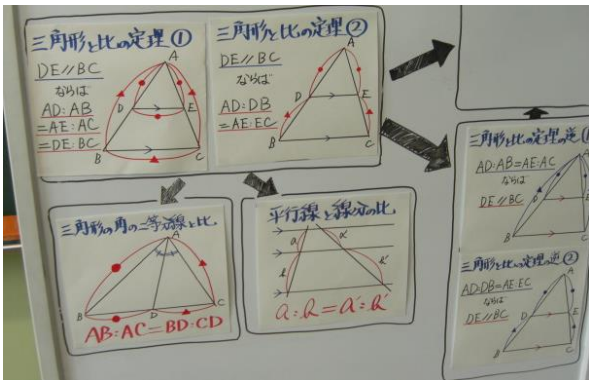
- ア $AD : DB = AE : EC$ を示す。
- イ 平行四辺形 $DBCF$ を示す。
- ウ $AD : CF = AE : CE$ を示す。
- エ $\triangle ADE \sim \triangle CFE$ を示す。
- オ $DB = FC$ を示す。

「ウはエを示すことで相似な三角形の性質が使えるな」「アは結論だから順番は一番最後だ」という仲間とのやりとりの中から、Aさんも、「オはイを示すことでいえるから、まずはイを示すことが必要だ」と話すことができた。証明の手順を確認した。その後は席に戻って自分で証明を書くことに挑戦するよう促した。このように、(i)、(ii)の

三角形と比の性質を全体で証明し、1人1人が話せるように、ペアでもう一度考えを伝え合った後、得られた図形の性質をまとめた。

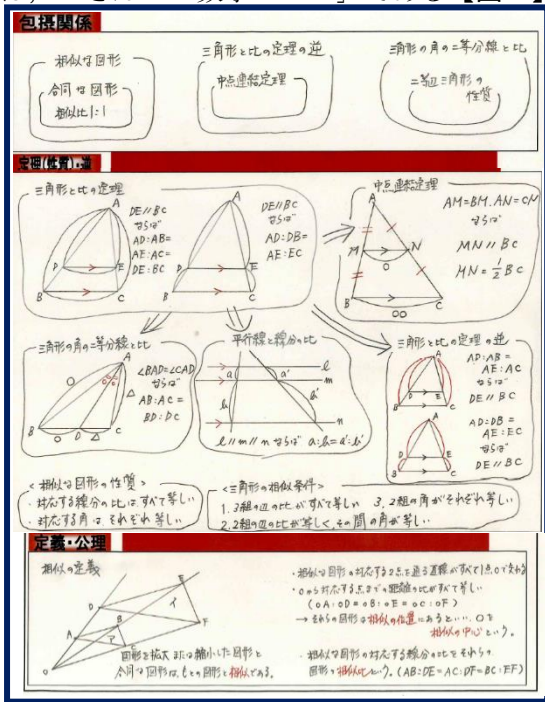
② 「数学MAP」の作成

毎時間、教師は得られた図形の性質を、ペープサートにしてまとめている【図1】。



【図1 既習内容をまとめたペープサート】

そして、生徒は毎時間の終末に「数学MAP」をまとめ、単位時間の学習内容と、既習の内容とのつながりをもたせることを大切にしている。以下は、Aさんの「数学MAP」である【図2】。



【図2 Aさんの「数学MAP」】

「数学MAP」の作成後は、隣の生徒と、自分がどのようにまとめていったのかを説明することで、Aさん自身の考えを整理していった。

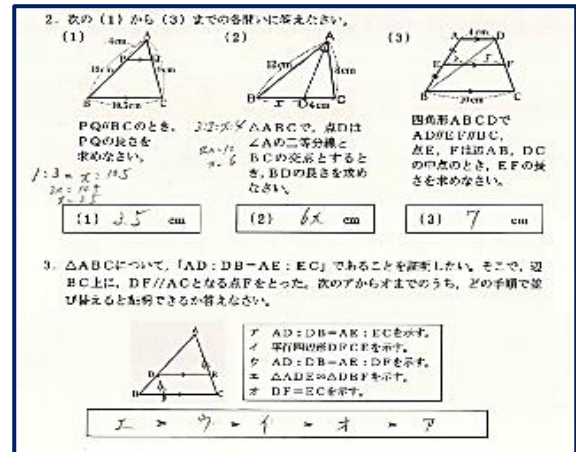
③ 知識及び技能の確実な定着の時間の位置付け

単位時間の授業の中では、図形の性質の証明に時間が多くかかるため、図形の性質を使って辺の長さを求める問題の時間が確保されていないことが、知識及び技能についての定着が不足している原因でもある。それを補うための時間を設けた。

Aさんは、複数ある図形の性質の中からどの図形の性質を使えそうか、選択・判断することが苦手である実態があったため、単元で学習する比の性質を一通り学習した後で、この時間を設けることにより、ペープサートや学習MAPを用いながら、「どの図形の性質が使いえそうかな」と教師と一緒に考えることで、適切に選択・判断する力を身に付けられるように指導した。

④ 知識及び技能の確認テスト

単元で学習する知識及び技能を学習した後は、以下のような確認テストを行った【図3】。



【図3 知識・技能 確認テストの一部】

確認テストの中では、単に用語を確認する知識の問題や計算をする技能の問題ではなく、図形の性質の証明の過程を問うような知識及び技能の問題を提示することも大切にしました。特に(3)では、三角形と比の授業で指導した証明の手順を並び替える問題を提示し、指導した内容が確実に定着できているかを確認められるようにした。

①から④まで述べたような手立てを講じることで、Aさんは、学習内容が体系化された知識及び技能を身に付けてきた。

(3) 「数学的なプロセス」を用いた、身に付けた知識及び技能を活用し、思考、判断、表現できるようにするための指導と評価の工夫～Bさんに焦点を当てて～

① 利用の問題で活用できる「数学的なプロセス」の作成

生徒たちが自分で見方・考え方を働かせられるようにするために、学習指導要領や国研の全国学調分析に書かれた資料を参考に、「数学的なプロセス」を作成した。教師と生徒が共有できるように一人一人に配付している【図4】。

Bさんは問題を解決したあとに、他のわかることを考えたり、条件を変えて考えたりする発展的な考え方をすることに課題があった。そこで、問題を解決した後にBさんの手が止まっていた場合

は、数学的なプロセスを確認し、「4-(1)他にわかることはないか」「4-(2)条件を変えて考えると」といった発展的な考え方の働き方を教えていくことを大切にしたい。

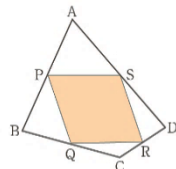
数学的な見方・考え方を働かせよう!
～数学的なプロセス 図形編～

- 1 問題を見いだす場面
 - (1)「いくつか試すと～がいえそうだ。」
→試していく中で、共通していそうな図形の性質は何か
 - (2)「結論は～だ。」
→求めることは何か
 - (3)「仮定は～だ。」
→わかっていることは何か
- 2 問題解決の見通しをもつ場面
 - (1)「～の図形の学習と似ているから…」
→既習のどの図形の性質と似ているか
 - (2)「～を使えば解決できそうだ。」
→どの既習の図形の性質が使えそうか
- 3 正しいことを明らかにする場面
 - (1)「～するために、…と考えた。」
→結論から考えて証明の方針を立てる
 - (2)「根拠は～だから、～がいえる。」
→仮定や既習の図形の性質を根拠にする(あいまいな所はないか)
- 4 まとめたり、新たな問題を見いだしたりする場面
 - (1)「他の○○で考えると…だ。」
→他の補助線や、他の既習の図形の性質を用いた方法はあるか
 - (2)「もし～を変えたら…だ。」
→図形の辺や角の条件を一部変えたらどうなるか
 - (3)「○○と比べると～と考えられる。」
→他の証明方法、他の図形の性質と比較するといえることは何か
 - (4)「共通して(まとめると)～といえる。」
→共通している(包含関係でまとめられる)図形の性質は何か

【図4 数学的なプロセス】

② 「中点連結定理」の授業における実践

導入では、自分のノートに四角形ABCDを書き、それぞれの中点PQRSをとったとき、四角形PQRSはどんな図形になるかを調べた。

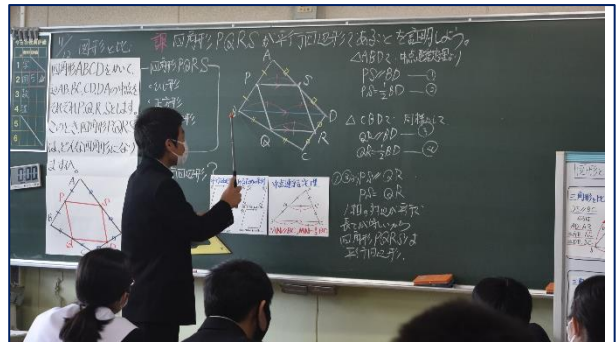


Bさんは調べていく中で、長方形になるのではないかと予想した。全体の意見を聞くと、平行四辺形、正方形といろいろな図形となる場合が出てきた。教師が「どんな四角形って言えそう？」ときくと、「すべて平行四辺形だ」という生徒の発言より、課題を「四角形PQRSが平行四辺形になることを証明しよう。」として追究を始めた。追究を始めていく中で、見通しのもてない生徒が多くいたため、教師が声をかけ、教室前方で仲間と見通しをもつ場を設けた【図5】。



【図5 見通しがもちたい生徒への手立て】

前方に集った生徒同士の議論の中からBDに補助線を引くことで中点連結定理が使えることを見だし、代表生徒のCさんが全体の前で四角形PQRSが平行四辺形になることを証明することができた【図6】。



【図6 Cさんの説明の様子】

Bさんは証明をした後、最初は手が止まっていたが、追究の後で四角形ABCDにどんな条件が加わると四角形PQRSがひし形になるかと発展的に考えはじめた。そんなBさんの追究の様子を教師が紹介し、四角形ABCDにどんな条件が加わると四角形PQRSが特別な四角形になるか追究することを促した。イメージをもたせるために、GeoGebraで図形を操作して考察できるようにした【図7】、【図8】。



【図7 タブレットを用いて発展的に考察する様子】

四角形ABCDの各辺の中点によってできる四角形PQRSはどんな四角形になるか？

Hint1

Hint2



【図8 GeoGebraを用いた中点連結定理のソフト】

Bさんは、タブレットを用いて発展的に考え続けることで、四角形PQRSがひし形だけでなく、長方形や正方形になる場合の四角形ABCDの条件をまとめることができた。

③ レポート課題の実施

単元の終末で、以下のレポート課題を提示した。

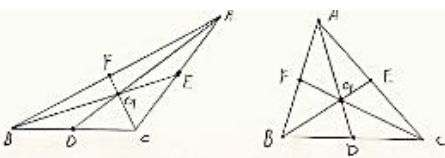
△ABCの辺BCの中点をD、辺CAの中点をE、辺ABの中点をFとし、それぞれ線分AD、線分BE、線分CFをひくと、それぞれの線分の交点は1点で交わることが知られている。この点をGとする。このとき、△ABCについていえそうな性質を予想し、それがいえることを証明しなさい。

このように、教科書の章末にあった重心に関わる問題を提示し、レポートを作成するように求めた。レポートについての評価は以下のように数学科で相談して臨んだ。

- A : 図形を描き、いくつか調べることでいえそうな性質を予想し、それが正しいことを証明できていること
 B+ : 図形を描き、いえそうな性質を予想し、それが正しいことを証明できていること
 B : いえそうな性質を予想し、それが正しいことを証明しようとしていること
 B- : いえそうな性質を予想しようとしていること
 C : いえそうな性質を予想することができない

Bさんのレポートは、いくつも図形を描くことで△ABCの内部にある線分は2:1にわけられるのではないかと予想を見だし、証明することができていた【図9】。

Bさんがこのように追究を進めていくことができたのは、数学的なプロセスにある、数学的な見方・考え方が身についてきた成果であると考えている。



$AG : GD = 2 : 1$ のことを証明する。

線分FDをひくと、 $FB = FA$, $BD = DC$ となる。中点連結定理より、 $FD \parallel AC$ かつ $FD = AC = 1/2 AC$ となる。

$\triangle FDG$ と $\triangle CAG$ について、①より錯角が等しいので、 $\angle DFG = \angle ACG$ かつ $\angle FDG = \angle CAG$ となる。

①②より2組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle FDG \sim \triangle CAG$ となる。

相似な図形の対応する辺の比は等しいので、 $FD : AC = DG : AG$ かつ $1 : 2 = DG : AG$ となる。よって $AG : GD = 2 : 1$ が成り立つ。

同様にして、 $BG : GE = CG : GF = 2 : 1$ もいえる。

したがって、三角形の各頂点と頂点対称点の交点にひいた線分はすべて重心を中心として2:1にわけられる。

【図9 Bさんのレポート】

レポートの作成後は班の生徒と自分がどのようにまとめていったのかを説明し、他者の考えを聞くことで、Bさん自身の考えを広げ、深めていった。

①から③までに述べた手立てを講じることで、Bさんは問題解決の見通しをもつことができ、思考力、判断力、表現力等を身に付けていくことができた。

V 研究の成果と今後の研究の方向性

以下は4月の学習アンケートと同様の質問内容で行った12月の結果である。

番号	質問内容	当てはまる やや当てはまる
1	今までの単元で習った知識や技能を、毎時間の学習とつなごうとしていますか。	89.3% +23.7%
2	問題を解決するとき、どのように考えていけばよいか、見通しをもって取り組もうとしていますか。	85.7% +17.9%

「当てはまる」「やや当てはまる」と答えた生徒が増えたことは、個の実態に応じた指導を行った結果、Aさん、Bさんだけでなく、一人一人の生徒たちが知識及び技能、思考力、判断力、表現力が身に付いてきていると実感しているのだと捉えている。つまり、「主体的で対話的な学び」の中で、「深い学び」を具現することで、資質・能力が育成されたのだといえる。

今後は、「数学MAP」を用いて学習内容を体系化するという数学の楽しさだけでなく、既習の内容のどれを選択・判断していけば解決していけるかにかかわって数学の楽しさをさらに研究していきたいと考えている。また、「数学的な問題解決の?プロセス」を、更に生徒にとって、見通しをもって問題解決に向かうことができるものにしていきたい。

VI 参考文献

- ・片桐重男 (1988). 数学的な考え方の具体化. 明治図書.
- ・杉山吉茂 (2012). 確かな算数・数学教育をもとめて. 東洋館出版社.
- ・中島健三 (2015). 算数・数学教育と数学的な考え方～その進展のための考察～. 東洋館出版社.
- ・岐阜県教育委員会学校支援課 (2018). 子どもの目線に立つ2018
- ・新井紀子 (2019). AIに負けない子どもを育てる. 東洋経済新報社
- ・国立教育政策研究所 (2020). 「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料.

本日の会の感想を、下の QR より回答してください。



[https://forms.gle/
Ni23j7jasvvedoGg7](https://forms.gle/Ni23j7jasvvedoGg7)