単元「関数 $y=ax^2$」の最後のまとめのレポート

＜別紙２＞

xの値を1つに決めたとき、それに対応するyの値が1つに決まる… yはxの関数である → yがxの関数で yがxの2次式で表される… $y=ax^2+bx+c$ 2次関数 ——→ 2次関数の $b=0$, $c=0$の特別バージョン $y=ax^2$ yがxの2乗に比例する関数

関数 $y=ax^2$ をグラフに表すとどうなるのか??

→ 1次関数(比例・反比例)とは全くちがうグラフになる。
なぜ?? $y=ax^2$のグラフの特徴とは何??

↓

① 必ず原点を通っている。——→ 頂点
↳ $x=0$ $y=0$を代入すると、0になるから。
　$c=0$ バージョンの2次関数だから。

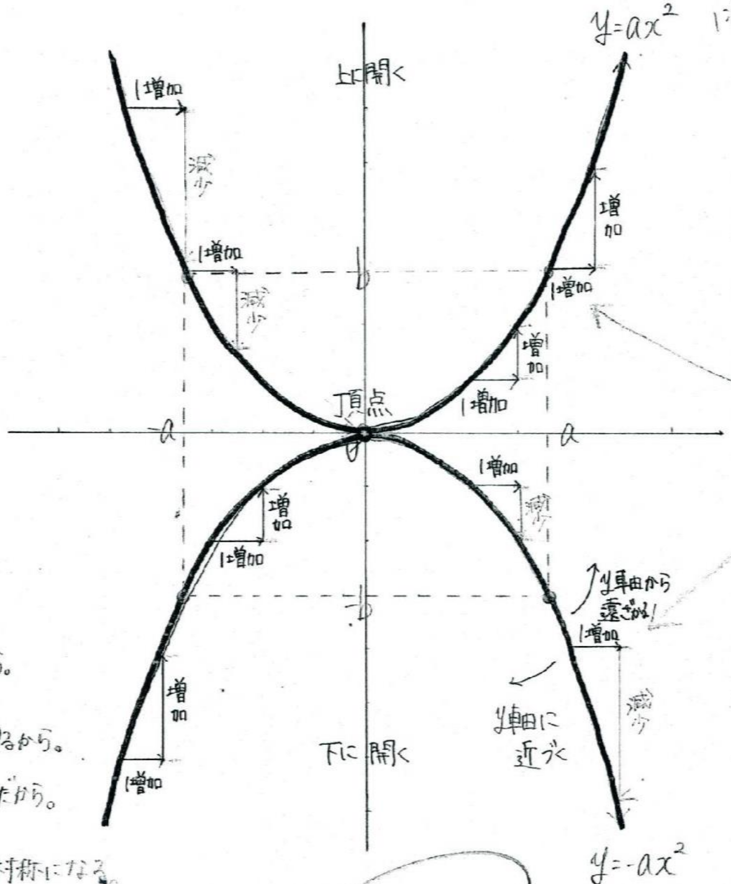
② なめらかなU字型の曲線になる。——→ 放物線

③ グラフは軸(y軸)について対称(線対称)になる。
↳ xの絶対値が同じなら、yの値は同じになるから。
↳ $y=ax^2$のグラフについて
　$x=b$ のとき、$y=a\times b^2=ab^2$ と同じ数になり、
　$x=-b$ のとき、$y=a\times(-b)^2=ab^2$ 対称の位置に点をとれるから。

④ $a>0$ のとき、グラフは $y\geqq 0$ ——→ 上に開く
↳ $x<0$でも、2乗すれば正の数だから。
↳ $y=ax^2$で $x=-b$ のとき、$y=a\times(-b)^2=ab^2$ ← 正の数だから。
$a<0$ のとき、グラフは $y\leqq 0$ ——→ 下に開く
↳ xを2乗して、正になっても、負の数をかければyは負の数になるから。
↳ $y=-ax^2$で $x=b$のとき $y=-a\times b^2=-ab^2$ ← 負の数だから。
　$x=-b$のとき $y=-a\times(-b)^2=-ab^2$

⑤ aの絶対値が同じで、異符号のグラフは、x軸に対称になる。
↳ 絶対値が同じ、ということは、xが増加したときのyの増加する量の割合が同じだから。

⑥ aの絶対値が大きい方が、y軸に近づく。
↳ $a>0$の場合、aの値が大きい方が、yの増加する割合が大きく、$a<0$の場合、aの絶対値が大きい方が、yの減少する割合が大きくなるから。 xが0でない限り、y軸には交わらない。



$y=ax^2$の関数は、1次関数や比例、反比例とちがう特徴がこんなにたくさんある。このちがいをきちんと理解することがグラフをかいたり、問題を解くうえで便利になるはず!! だから、$y=ax^2$のグラフを理解することが、$y=ax^2$を攻略するkey!!

関数 $y=ax^2$ の変化の割合はどうなるのか??

1次関数では、変化の割合は一定であった。
グラフも直線であった。

グラフが放物線の $y=ax^2$ では一定かどうか?

↓

$y=x^2$の場合で考えてみると…

x	…−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5 …
y	…25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25 …

x: +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1
y: −9 −7 −5 −3 −1 +1 +3 +5 +7 +9
+2 +2 +2 +2 +2 +2 +2 +2 +2

xが1増加したときのyの増加量はバラバラ → $y=ax^2$の変化の割合は一定ではない → 発見!! yの増加する割合は一定である。
→ 放物線になる。

$y=-x^2$の場合で考えてみると…

x	…−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5 …
y	…−25	−16	−9	−4	−1	0	−1	−4	−9	−16	−25 …

x: +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1
y: +9 +7 +5 +3 +1 −1 −3 −5 −7 −9
−2 −2 −2 −2 −2 −2 −2 −2 −2

↓

こんな変化の割合でも、簡単に求まる方法がある!!

$y=ax^2$で、aが mからnまで増加するとする。

変化の割合 $=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ だから

$$\frac{an^2-am^2}{n-m}=\frac{a(n^2-m^2)}{n-m}=\frac{a(n-m)(n+m)}{n-m}=a(n+m)$$

そう!! 変化の割合は、「mからnまで増加」の「m」と「n」をたして、aの値をかけるだけ!! これは便利である。