

実感を伴った確率の意味指導の工夫

～多数回試行を大切にした指導を通して～

岐阜県・可児郡中数研 向陽中学校 大城 真一

概要

本校の全国学力・学習状況調査の結果から、「確率」や「同様に確からしいこと」の意味を理解していない生徒が多いという実態が明らかになった。そこで、多数回試行をしたり多数回試行のデータを提示したりして「確率」や「同様に確からしいこと」の意味を学習し、起こり得る場合の数を基に確率を求めるときにも、必ず起こり得る場合が同様に確からしいかどうかを考えさせてから確率を求め、また、起こり得る場合の数を基に求めた確率を多数回試行で確かめることで、実感を伴って確率の意味を理解することができる考えた。そこで、次の4つの実践を行った。

まず、同様に確からしい事象と同様に確からしくない事象の多数回試行を比較した。次に、多数回試行のデータを用いて、同様に確からしいかどうかを判断した。そして、同様に確からしいかどうかを判断し、起こり得る場合の数を基に確率を求めた。最後に、起こり得る場合の数を基に求めた確率を多数回試行により検証した。

このような実践を行った結果、「確率」や「同様に確からしいこと」の意味を実感を伴って理解することができた。

1. テーマ設定の理由と研究仮説

一昨年度の4月に行われた全国学力・学習状況調査の確率の問題では次のような結果となった。

〈平成28年度 全国学力・学習状況調査〉

問題 表と裏の出方が同様に確からしい硬貨があります。この硬貨を続けて投げたところ、はじめから3回続けて表が出ました。さらにもう1回投げて、4回目の表と裏の出方を調べます。4回目の表と裏の出る確率について、下のアからエまでの中から正しいものを1つ選びなさい。
ア 表の出る確率の方が裏の出る確率よりも大きい
イ 表の出る確率の方が裏の出る確率よりも小さい。
ウ 表の出る確率と裏の出る確率は等しい。
エ 表の出る確率とうらの出る確率の大小は決まらない。

	解答類型				無回答
	ア	イ	ウ	エ	
本校	14.7	7.3	<u>66.1</u>	10.1	1.8
全国	9.2	8.1	<u>66.0</u>	14.7	1.9

全国平均と比べると正答率はほぼ等しいと言えるが、解答類型を見るとアを選んでいる生徒が多い。アを選んだ生徒は、「同様に確からしい」と

いう意味が分からず、3回続けて表が出ているため、4回目も表が出ると推測したと考えられる。つまり、「同様に確からしい」ことの意味や前の試行が次の試行に影響しないことを理解していないと考えられる。

これまで単元の導入で多数回の試行から確率を求める活動を行い、単元の後半は「同様に確からしい」ときに、起こり得る場合の数を数えることによって確率を求める活動を行ってきた。しかし、単元の後半で起こり得る場合の数を基にして確率を求める活動を繰り返し行っているうちに、求めた確率の意味が分からなくなっているのではないかと考えた。

そこで、「確率の利用」の授業において、樹形図などを使って場合の数を基に確率を求めた後、多数回試行を行い、最初に求めた確率と比較することで、実感を伴って確率の意味を理解できるようにした。

その結果、単元の途中と単元終末では、確率の意味を問う評価テストの正答率が、46.3%か

ら70.0%に上がった。

しかし、単元の導入で確率の意味を学習しているにも関わらず、単元途中の正答率が46.3%と、半数以下になった要因として、次の3点があると考えた。

- ・単元の導入で多数回試行を、コインの表と裏のどちらが出やすいかを調べる活動しか行っておらず、多数回試行を経験する機会が少なかったために、確率の意味を捉えることができなかったということである。画びょうのように、同様に確からしくない場合の多数回試行を行わなかったことにより、同様に確からしいことの意味を多くの生徒が捉えられなかったのではないかと考えた。
- ・同様に確からしい事象か、同様に確からしくない事象かを考える学習をするときに、多数回試行をするるとどのような結果になるのかを予測せず、活動の目的が不明確であったために、正しく判断する力が身につかなかった。
- ・単元の後半で起こり得る場合の数を基にして確率を求めるときに、起こり得る場合が同様に確からしいかを確かめて効率よく起こり得る場合を数えることができていなかった。

そこで、実感を伴って「確率」の意味と「同様に確からしいこと」の意味を理解することができるよう、次のような研究仮説を立てた。

〈研究仮説〉

実際に多数回試行をして不確定な事象の起こりやすさを比べること、多数回試行をしたデータを提示して同様に確からしいか判断すること、さらに、起こり得る場合の数を基にして求めた確率を多数回試行で検証すること、これらの活動を通して、実感を伴って確率の意味を理解することができる。

2. 研究内容

- (1) **同様に確からしい事象と同様に確からしくない事象の多数回試行を比較する。**

学習指導要領解説の、多数回試行に関する記述は、「指導に当たっては、実際に多数回の試行を行うなどの経験を通して、ある事柄の起こる割合が、一定の値に近づくことを実感を伴って理解できるようにする」とある。そこで、実際に多数回試行を行い、試行の回数を増やした。1円玉のコインは、相対度数が0.5と、だんだんと一定の値に収束していくから、同様に確からしい事象といえる。一方画びょうは、針が上になるほうが出やすくなることから、同様に確からしい事象とはいえないことを、実感を伴って理解できると考えた。

- (2) **多数回試行のデータを用いて、同様に確からしいか判断する。**

実感を伴った理解を大切にしていきたいが、毎回多数回試行を行うことはできない。そこで、さいころやトランプなど、いろいろな場合について同様に確からしいかを考えさせる学習では、多数回試行を実際に行う代わりに、多数回試行のデータを生徒に提示して、同様に確からしいかを考えさせる。生徒は、小学校の算数の学習では、折り紙などの具体物を用いた学習から、ブロックやおはじきなどの半具体物を用いて学習し、最後に式などで計算できるように段階を踏んで学習を行っている。本単元でも、実際に多数回試行を行う段階から、多数回試行のデータを用いて学ぶ段階を経て、最終的に生徒が自分自身で同様に確からしいかどうかを判断できるように指導を行いたいと考えた。

- (3) **同様に確からしいかどうかを判断し、起こり得る場合の数を基に確率を求める。**

樹形図などを使って、起こりうる場合の数を基にして確率を求める学習を行う際も、同様に確からしいかを考えさせてから起こり得る場合を基に

して求められるように指導する。同様に確からしいかを確かめずに、起こり得る場合の数を確実に数えられていない例を示し、同様に確からしいかを確認して、確実に起こり得る場合の数を数えることによって、効率よく確率を求められることを実感できるようにする。

(4) **起こり得る場合の数を基に求めた確率を多数回試行により検証する。**

学習指導要領解説に、コインを2個投げるときの表・裏の出方で2個とも表になる確率を求める問題についての記述は、「ところで、この例で『確率が1/4である』とは、先にも述べたように2個の硬貨を4回投げると、そのうちの1回は必ず二つとも表が出るという確定的なことを意味するものではないことに注意する必要がある。また、上の事例では、表・裏の出方のすべての場合が(表、表)(表、裏)(裏、裏)の3通りであると考え、2個とも表になる確率は1/3であるとする誤りが起こりやすい。この場合、起こり得る場合を落ちや重なりがないように数えられるようにするとともに、実際に多数回の試行を行ってその結果と比較し、実感を伴って理解できるようにする」とある。そこで、単元の後半、起こり得る場合の数を基に確率を求める学習を行った後、実際に多数回試行を行い、起こり得る場合の数を基にして求めた確率との比較を通して、実感を伴って理解できるようにしたいと考えた。

3. 研究実践

(1) **同様に確からしい事象と同様に確からしくない事象の多数回試行を比較する。**

単元導入の多数回試行の学習では、まず、画びょうを投げて針が上向きになる相対度数が一定の値に近づいていくことを学習した。その後、1円玉を投げて、同じように相対度数が一定の値に近づくことが明らかになった。

1円玉の表が出る相対度数をグラフにかき込ん

だ後、画びょうの表が出る相対度数をかき込んだグラフと比較して、似ているところはどこか考えさせた。「相対度数が同じになっていく」、「グラフが真っ直ぐになっていく」という意見が出された。そこで、これらの生徒の意見から事象の起こりやすさを表すその一定の値を確率ということを教えた。その後、画びょうのグラフと1円玉のグラフを比較して違うところを考えさせた。「画びょうは針が上向きのほうが出やすかったが、1円玉は一緒ぐらい出やすい」という意見が出された。そこで、1円玉のように、表が出ることも裏が出ることも同じ程度に期待できることを同様に確からしいということを押さえた。

確率の意味と、同様に確からしいことの意味を学習した後、評価問題として、次のような問題を出した。

- ア. コインの表が出やすいか裏が出やすいかを調べるには、5回投げればよい。(○・×)
- イ. 画びょうの上向きが出ることと、下向きが出ることは同様に確からしい。(○・×)
- ウ. コインを投げるとき、表が出た後は必ず裏が出る。(○・×)

その結果9割以上の生徒が正解することができた。

多数回試行で比較を行ったことにより、「大数の法則」を基にして、不確定な事象を数値で表すことができるという、確率の意味を生徒が確実に理解することができた。

また、同様に確からしい事象と確からしくない事象を比較することによって、同様に確からしいという意味を確実に理解することができた。

(指導案 資料①)



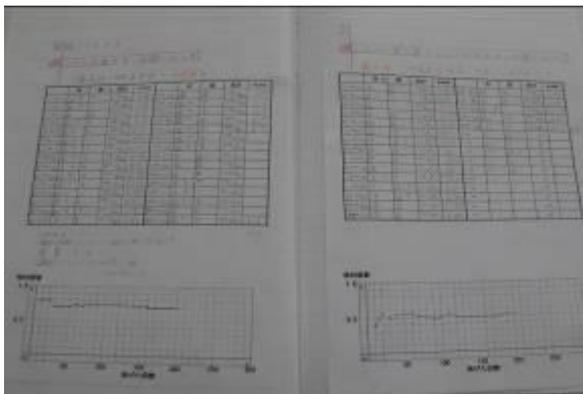
画びょうのデータ 1円玉のデータ

相対度数 \rightarrow 表裏 \rightarrow 確率
 似た回数 \rightarrow 回数
 にならなく
 かつま取 (結果)
 運つた回数
 表と裏 一緒くた (結果)
 同様に確からしい

【図表1 多数回試行を比較した板書 資料⑤】



【図表2 多数回試行をしている生徒の様子】



画びょうグラフ 1円玉のグラフ

【図表3 生徒のノート 資料⑦】

(2) 多数回試行のデータを用いて、同様に確からしいかどうかを判断する。

ア. 同様に確からしいか判断する学習

同様に確からしいことの意味を学習した後、他

の事象について多数回試行をしたデータを見て、同様に確からしいかを判断する学習を行った。

生徒は相対度数のデータを見て、直方体のサイコロの目の出やすさは、同様に確からしくないことを判断することができた。

(指導案 資料①)



直方体の形のサイコロです。1と6は出やすいのか!?

直方体サイコロの目の出やすさ

投げた回数	1	2	3	4	5	6
100	0.04	0.24	0.19	0.15	0.33	0.05
200	0.05	0.21	0.17	0.16	0.36	0.05
300	0.05	0.23	0.15	0.17	0.36	0.04
400	0.05	0.25	0.16	0.18	0.32	0.04
500	0.04	0.27	0.15	0.17	0.33	0.04

【図表4 生徒に提示したプリントの一部 資料⑧】

イ. 多数回試行のデータから2枚の硬貨の表と裏の出方を考えさせる学習

2枚の硬貨を同時に投げるときの、表と裏の出方が(表、表)(表、裏)(裏、裏)の3通りではなく、(表、表)(表、裏)(裏、表)(裏、裏)の4通りであることを考えさせるために、次のような多数回試行のデータを示した。(図表5)そして、なぜ、相対度数が1/3、およそ0.33にならないのかを考えさせた。

回数	表と表	表と裏	裏と裏
~100	0.24	0.56	0.20
~200	0.24	0.51	0.25
~300	0.24	0.52	0.24
~400	0.24	0.52	0.24
~500	0.24	0.51	0.25

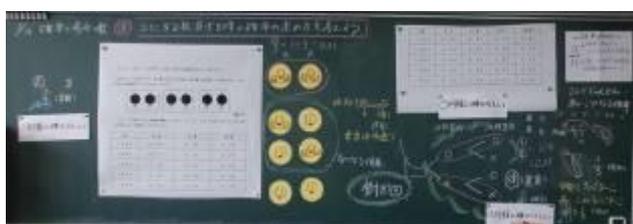
【図表5 最初に生徒に示した多数回試行のデータ 資料⑨】

ペアとグループで話し合った後、全体交流をした。「(表、裏)(裏、表)は区別しなければならず、本当は4通りある」という意見が出されて、相対度数が1/3にならない理由を求めることができた。

その後、次のようなデータを示し、(図表6)(表、表)(表、裏)(裏、表)(裏、裏)の4通りで考えると同様に確からしいということを確認することができた。

回数	表、表	表、裏	裏、表	裏、裏
～100	0.24	0.21	0.35	0.20
～200	0.24	0.23	0.28	0.25
～300	0.24	0.25	0.27	0.24
～400	0.24	0.25	0.27	0.24
～500	0.24	0.24	0.27	0.25

【図表6 後で生徒に示した多数回試行のデータ 資料⑨】



【図表7 データから考えた時の板書 資料⑤】

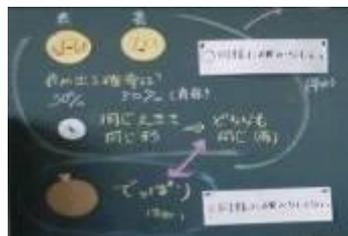
(3) **同様に確からしいかどうかを判断し、起こり得る場合の数を基に確率を求める。**

起こり得る場合の数を基にして確率を求める際には、同様に確からしいか、確からしくないかを考えさせて、同様に確からしいことを確認してから計算で確率を求めるようにした。そして、そのことを常に意識できるように、「同様に確からしいカード」(表に「○同様に確からしい」、裏に「×同様に確からしくない」と書かれたカード)を掲示した。

ア. 計算で確率を求める学習の導入

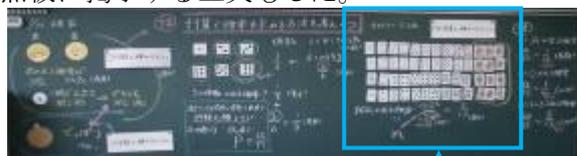
多数回試行で画びょうと1円玉の確率を求めた後、起こり得る場合を基にして確率を求めていく学習をする場面では、「10円玉の表の出る確率はどれだけでしょう？」と発問した。「1/2」と生徒が答えたので、「なぜ、1/2になると思う？」と発問した。すると、「10円玉は表も裏も同じ大きさで同じ形だから、表も裏も同じ確率になる」、「画びょうは、でっぱりがあるから同様に確からしくなかったけど、10円玉は1円玉と一緒に形

が同じだから同じくらい出やすい」という意見が出された。そこで、10円玉の表と裏の出やすさは同様に確からしいということを確認し、起こり得る場合の数を基にして確率を求める方法を進めることができた。



【図表8 同様に確からしいか考えた時の板書 資料⑥】

起こり得る場合の数を基にして確率を求める方法を10円玉を使って学習した後、ジョーカーを除いた52枚のトランプで絵札の出る確率を求めた。その際は、「52枚のトランプの中で、特別に出やすいカードはある？」と聞き、同様に確からしいことを生徒と確かめた後、確率を求めた。52枚のカードの出方が同様に確からしいことを視覚的に捉えやすくするために、52枚のカードを黒板に掲示する工夫もした。



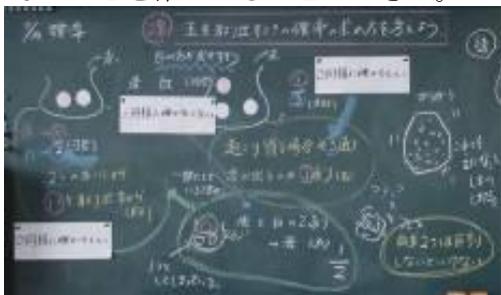
【図表9 トランプと「同様に確からしいカード」資料⑥】

イ. 白玉と赤玉の出る確率を考える実践

同じ色の玉を区別して確率を求める学習では、まず、白玉1つと赤玉1つ入った袋からよくかき混ぜてから、赤玉を取り出す時の確率を求めた。その後、白玉2つと赤玉1つ入った袋をよくかき混ぜてから、赤玉を取り出す時の確率を考えた。

起こり得る場合が3通りで、赤玉が出るのが1通りなので、1/3という確率を求めた後、「Aさんは起こり得る場合が赤と白の2通りで、赤玉が出るのが1通りだから確率は1/2だと思ったのだけど、違う？」と発問した。すると、「Aさんは白玉2つを一緒に考えてしまっている」、「Aさん

のだと、最初に解いた白玉1つと赤玉1つの場合と一緒にになってしまう」、「Aさんの考え方だと、ガラガラで白玉がたくさん入っていて、赤玉が1つしか入っていないなくても、確率が1/2になってしまう」、「白玉の方が出やすいのに1/2だとおかしい」という意見が出された。そこで、「赤玉と白玉が出るのは同様に確からしい？」と発問すると、「同様に確からしくない」と生徒達は答えて、白玉2つを同じ一つの色と捉えてしまうと、同様に確からしくないのです、白玉二つを区別しなければいけないことを確かめることができた。



【図表10 赤玉1つ白玉2つの確率を求める板書 資料⑥】

(4) **起こり得る場合の数を基に求めた確率を多数回試行により検証する。**

単元の終末では、樹形図などで起こり得る場合の数を基にして求めた確率を多数回試行によって確かめ、確率の意味や同様に確からしいことの意味を再確認できるような活動を行った。

「3本のくじの中に1本の当たりくじが入っている箱がある。先にAさんが1本引き、それを箱に戻さずにBさんが箱からもう1本引く。AさんとBさんのどちらが当たりやすいか調べよう。」という問題を、まず、樹形図で解き、どちらも確率は1/3で等しくなることを確認した後、本当に正しいかを多数回試行を行って確かめた。

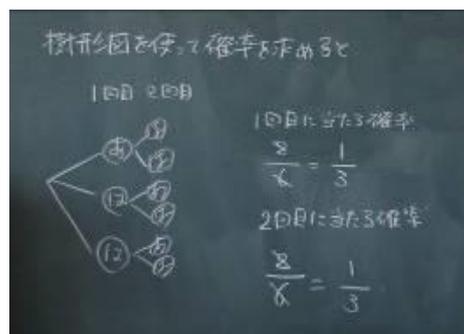
多数回試行はペアで行い、クラスで集計して結果を出した。樹形図などで起こり得る場合の数を基にして求めた確率とおおよそ等しい値となったので、生徒は自分達が求めた確率の意味を、実感を伴って確かめることができた。(指導案 資料②)

〈生徒の感想〉

- ・くじの当たりやすさなどは、2人だけでやるよりも、より多い人数でやると、最初に計算した数により近づくことが分かった。
- ・樹形図を使って確率を求めても、実際にやってみても確率はだいたい同じになることが分かった。
- ・やっている途中はあれっ…?と思ったけれど集計するとほとんど同じ確率だった。
- ・最初、2回目の当たりの方が、1回目にはずれが引かれているぶん、当たりが出やすいと思っていたけれど違った。実際に計算したり、やってみたりして数字を出してみると分かりやすかった。
- ・自分達で集計することによって、本当にそうなることが分かるから、理解を深めることができました。



【図表11 多数回試行を行っている時の様子】



【図表12 樹形図などで求めた確率 資料⑦】

回数	当たり回数	確率
1	25	1/2
2	27	2/3
3	7	1/3
4	28	2/3
5	21	1/2
6	21	1/2
7	12	1/3
8	10	1/3
9	20	2/3
10	23	2/3
11	16	1/2
12	17	1/2
13	14	1/2
14	17	1/2
15	21	2/3
16	20	2/3
17	20	2/3
18	21	2/3
19	20	2/3
20	21	2/3
21	21	2/3
22	21	2/3

【図表13 多数回試行の結果の板書 資料⑧】

4. 研究の成果と課題

単元途中で行った確率の意味を問う問題（平成28年度全国学力・学習状況調査）では、下ののような結果となった。

	正答	誤答	無回答
昨年度	46.3	51.3	2.4
今年度	69.7	30.3	0

また、単元後に行った確率の問題では、下ののような結果となった。

〈平成29年度 全国学力・学習状況調査〉

<p>1つのさいころを投げるとき、1から6までの目の出方は同様に確からしいとします。このとき、目の出方が同様に確からしいことについて、正しく述べたものを、下のアからオまでのの中から1つ選びなさい。</p> <p>ア 目の出方は、1から6の順に出る。</p> <p>イ 目の出方は、どの目が出ることも同じ程度に期待される。</p> <p>ウ 6回投げるとき、1度は続けて同じ目が出るのが期待される。</p> <p>エ 6回投げるとき、1から6までのどの目も必ず1回ずつ出る。</p> <p>オ 6回投げるとき、必ず1回は1の目が出る。</p>
--

	正答	誤答	無回答
全国平均	78.2	20.1	1.7
昨年度	80.2	16.3	3.5
今年度	87.0	13.0	0

この評価テストの結果と、授業での生徒の様子や評価問題の様子から次のような成果と課題があると考えた。

○同様に確からしい事象と同様に確からしくない事象の多数回試行を比較することによって、確率の意味や、同様に確からしいということの意味を、実感を伴って理解することができた。

○多数回試行のデータを用いて同様に確からしいかどうかを考えさせたことによって、多数回試行を行ったときのことを想起して、同様に確からしいかを考えることができた。

○同様に確からしいかどうかを考えてから起こり得る場合の数を基に確率を求めることを継続して取り組んだことにより、起こり得る場合を確実に数えて効率よく確率を求めることの大切さを理解することができた。

○起こり得る場合の数を基に求めた確率を多数回試行によって確かめる活動を通して、起こり得る場合の数を基に求めた確率の意味を、実感を伴って理解することができた。

△授業での生徒の様子から硬貨を2枚同時に投げるときに（表、裏）と（裏、表）を区別することが生徒にとって理解することが難しかった。生徒が実際に多数回試行を行った方が、（表、裏）と（裏、表）の区別が必要であることを、実感を伴って理解することができると考えた。

△多数回試行のデータを示したときに、同様に確からしいか確からしくないかを考えさせるだけでなくデータの意味を考えさせ、データを深く読む力をつける必要があると考えた。