自ら学び考える力を育てる数学教育の指導

～数学的な見方や考え方を活用できる指導の在り方～

岐阜県岐阜市立東長良中学校　植田　一弥

１　研究主題

本校で，一昨年度末に行った学習到達度調査によると，自分の考えをもてないことや仲間の考えを理解できないために，仲間との学び合いによって，数学的な見方や考え方のよさを実感できない生徒がいることが分かった。これは，自分の考えをもつことや，仲間の考えを理解するための知識や技能が十分に身に付いていないためだと考え，昨年度は，知識や技能を確実に身に付けられる学習活動を実践してきた。その結果，知識や技能について，生徒の「分かる」「できる」という実感と，教師による定期テストでの到達度評価の相関が認められた。しかし，数学的な見方や考え方については，生徒の「身に付いた」という実感と，実際の到達度は低いままであった。

生徒に，自ら学び考える力を身に付けるためには，私たち教師が指導すべき内容（一単位時間ごとの「知識」「技能」と「数学的な見方や考え方」）を正しくとらえ，指導内容を焦点化し，それに応じて適切な方法で指導をすることが大切だと考えている。そこで今年度は「自ら学び考える力を育てる数学教育の指導」の具現に向けて，生徒一人一人が，数学的な見方や考え方を活用して学習を進めていくための指導内容の正しいとらえと適切な指導方法を追究していきたいと考えた。

＜研究主題＞　自ら学び考える力を育てる数学教育の指導
　　　　　　　～数学的な見方や考え方を活用できる指導の在り方～

２　研究仮説

中学校での関数学習のねらいは，具体的な事象から関数関係にある二つの数量を取り出し，変化や対応の様子をとらえ，問題解決に活用できるようにすることである。下記は第２学年「１次関数」の第３時におけるＡさんの振り返りである。

表の特徴を調べるためには①１年生のときに学習した「変化の見方」と「対応の見方」で調べることが大切だと思いました。②Ｂさんの「xの値が１ずつ増加すると対応するyの値がaずつ増加することは比例との共通点です。」という発言に納得できました。比例$y=ax$と１次関数$y=ax+b$の違いは$+b$だけなので，共通するのだと思いました。さらにＣさんの「表とグラフは関連があるから，x＝０のとき$y=b$とか，xの値が１ずつ増加すると対応するyの値がaずつ増加することから，③１次関数のグラフは原点は通らないけれど直線になると思う」という予想に驚いたし，比例との共通点がグラフにも表れるんだと思いました。

この振り返りに表れているように，①の部分から「表から変化と対応の様子を調べる」という知識及び技能を習得した上で仲間との学び合いに臨んでいたことが分かる。さらに②や③の部分からは，学び合いの中で，共通点を明らかにした

り，既習内容と関連させて考察したりする発言から「表，式，グラフを関連付けて考察する」という数学的な見方や考え方のよさに気付くことができたことが分かる。

このＡさんのような生徒を育てるために，領域における数学的な見方や考え方を明確にするとともに，それを活用する学習活動を創っていくことが大切だと考えた。そこで下記のような研究仮説を立てた。

○指導内容を正しくとらえるために，**数学的な見方や考え方の系統図を作成**し， ○学年や領域を超えて**数学的な見方や考え方を活用していく学習活動をする**ことで， 自ら学び考える力を育てることにつながる。

３　研究内容

（１）数学的な見方や考え方の系統図の作成 （２）数学的な見方や考え方を活用していく学習活動の在り方

（１）数学的な見方や考え方の系統図の作成

生徒に身に付けさせたい数学的な見方や考え方の系統性を明らかにするために，中学校の学習内容を中心として，小学校から高等学校までの関数を学習する上で大切な数学的な見方や考え方を調べた。私たち教師は，数学の系統性を意識した指導をしなければいけないと考えている。既習の数学的な見方や考え方が，いつどこで活用できるのかを明らかにしていくために系統図を作成した。系統図を作成して，小学校から中学校，高等学校までの関数の学習を見通すことで，各学年や他領域においての学習活動で，どのように活用していくのか，どんな指導をしていくのかを考察することができた。実践については次項で述べる。

（２）数学的な見方や考え方を活用していく学習活動の在り方

（１）で明らかにした数学的な見方や考え方を活用する学習活動についての実践を下記に示す。

①１年生「比例と反比例」

比例の学習では，「関数関係を明らかにする方法」を学ぶ。それは，表の変化と対応の様子を考察したり，グラフの特徴を比例定数の正負や絶対値の大きさをもとに考察したりすることである。表やグラフは二つの数量関係の変化や対応の様子を具体的にとらえることができるよさがある。式は形式的に処理したり，一般化して表せたりするよさがある。これらは，比例の式 $y = ax$ の比例定数 a によってもたらされる特徴であることを，表，式，グラフを関連付けていくことで十分に理解できるようにすることが大切であると考えている。

反比例の学習では，比例の学習で身に付けた「関数関係を明らかにする方法」を使って学習を進めていく。そうすることで，比例との共通点や相違点が明らかになり，反比例の特徴を十分に理解することにつながると考えるからである。こうした数学的な見方や考え方は，１次関数や関数 $y = ax^2$ の特徴を明らかにする際

に活用できる。つまり，第１学年で学習する「関数関係を明らかにする方法」を身に付けることで，今後の学習や，ともなって変わる二つの数量関係を考察することができるようになると考えた。

生徒は小学校で反比例についての学習をしてきている。$xy = a$となることやグラフが直線ではないこと，xの値を２倍，３倍，…としてもyの値は２倍，３倍，…とならないことを学習してきている。そこで，反比例の学習の始めに，反比例は $y = \frac{a}{x}$ という式で定義されることを教えることにした。そして，学習課題を「反比例の値の変化の特徴やグラフに表れる特徴を見つけよう」と設定し，追究の時間に入った。

比例の学習で学んだ表から変化や対応の様子を調べたり，比例定数によってグラフがどんな形になるのかを調べたりする姿が見られた。学習活動では比例の学習を生かした，生徒の追究が見られた。

比例で「関数関係を明らかにする方法」を丁寧に指導し，生徒が身に付けていけば，ともなって変わる二つの数量関係にはどんな関係があるのかを調べることができるようになっていったのである。

②第２学年「１次関数」

新たな関数に出会ったときに，その関数関係を表現し考察するための見方として，既習の関数と比較するという見方がある。既習の関数と比較することでその特徴を捉えやすくなるため，数学的な見方や考え方として大切な視点であると考える。例えば，第３時「値の変化の様子」や第５時「１次関数のグラフ」の学習を通して，比例との共通点や相違点を見付けることで，変化の様子や，グラフの傾き・切片などの特徴を理解することができる。

このような見方は，第３学年の関数$y = ax^2$の学習にも生かされる。例えば，表から特徴を考察する際，増加量に着目して，「１次関数と違って，増加量は一定ではないけど，増加量の増え方を調べると，それは一定になっている。」ということに気付いたり，グラフから特徴を考察する際，aの値に着目して，「１次関数と同じように，$y = ax^2$も，aの値の正負によって，グラフの向きが変わってくる。」ということに気付いたりするのは，既習の関数と比較して考察したからである。

このように新たな関数と出会ったとき，既習の関数と比較することで数学的に考察していくことができるのである。

第２学年の第５時では，既習の関数と比較するという見方を身に付けるため，まずは１次関数の表やグラフに表れる特徴を明確にするために，aやbの値のどちらかを固定し，いくつかの表やグラフをかくように指導する。いくつもの表やグラフから帰納的に特徴を見つけることができる。次に，比例と１次関数を比較していくためのノートへの書き方指導をした。このノートを横に見ると比例や１次関数といった関数の特徴を関連付けて見ることができる。また，このページを縦に見ることで，式，表，グラフをそれぞれ比較し共通点や相違点に気付くこと

もできる。
　こうした指導をしたことで，$y=ax+b$ と $y=ax$ の違いを，式と表，グラフを関連付けて考察する生徒が増えてきた。

③第３学年「関数」

　第 13 時は，単元のまとめの時間であると同時に，中学校における関数学習のまとめにあたる。これまでに学習してきた内容を踏まえ，ともなって変わる二つの数量の関係を見いだし，その特徴を捉えることができると共に，今後，ある事象の中から二つの数量を取りだしたとき，これまでにはなかった関係であることに気付いても，関数関係を見いだし表現し考察することができることをより実感することが大切だと考えた。
　中学校で，これまで取り上げてきている事象は，二つの数量の関係を簡単な式の形で表すことができるもので，式が関数関係を判断する視点となっている。しかし，ともなって変わる二つの数量の関係には，簡単に式で表すことが困難な場合がある。それでも第１学年で学習してきた，関数の定義は式で表されるという理解をいっそう深めていくことで，今後の関数学習の素地となるようにしたいと考えた。そこで，公共料金の仕組みを素材として取り上げ，「関数関係を明らかにする方法」を活用すれば，特徴を明らかにできることを指導したいと考えた。
　学習課題を「これまでの関数の学習を活用して x と y の関係を明らかにしよう」とし，鉄道の乗車距離と運賃が記入された表を提示した。
　グラフがかけると生徒は満足してしまいがちだが，追究の終末に関数の定義を再度確認する場を設けた。すると「x の値を一つに決めたとき，それに対応して y の値がただ一つに決まれば関数である」と定義を再確認するとともに「前にグラフをかいたときに，y 軸に平行な線をどこに引いても，グラフとは１点でしか交わらなかった。このグラフも，１つにつながってはいないけど，y 軸に平行な線をどこに引いても，グラフとは１点でしか交わらないから，運賃は乗車距離の関数であるといってよいと思う。」という発言に，全員が納得することができ，関数という概念を深めることができた。

４　成果と課題

・比例で「関数関係を明らかにする方法」を丁寧に学習することで，他の関数も同じように関数関係をとらえようとする姿が見られた。
・関数関係を考察する際「既習の関数と比較する」という視点を示すことで，その特徴を具体的につかむことができた。
・関数領域の出口の学習で，関数関係を見いだし表現し考察することができるという数学的な見方や考え方が身に付いていることを実感できる学習ができた。
・領域や学年をまたがっての指導の中で，身に付けさせたい数学的な見方や考え方を明確にしていくことで，学習活動で効果的な問い返しや授業展開をすることにつながり，数学のよさを実感できるようになる。