

既習内容とのつながりを活かした資料の活用の指導

～標本調査のしくみに焦点を当てて～

岐阜大学教育学部附属中学校 山路 健祐

1 主題設定の理由

日常生活や社会における事象に関する様々な情報の特徴を調べ、適切に対応することが要請されている。再び統計が中学校数学に登場したとき、過去の傾向から統計的手法の活用に重きを置くことが叫ばれた。このことは、統計的手法を用いて実際に調査し傾向の判断をしていくことを示しているとともに、目的や数学的な理解のともなった統計的手法の学習の必要性も示しているにとらえた。

本研究では、統計的手法の学習の理解を深めるための力の1つを「既習内容を活用して統計的手法の妥当性を吟味できる力」とあるにとらえた。そして、標本調査のしくみの学習場面を取り上げ、この力の具体的な指導の在り方を考察した。以上のことから、研究主題を「既習内容とのつながりを活かした資料の活用の指導」とし、標本調査のしくみに焦点を当てて研究を進めていくこととした。

2 研究の課題

これまでの学習の中で、生徒たちは、数学のしくみについて、根拠を明確にしながらか考察してきている。例えば、中学校第1学年「文字と式」の学習場面では、 $3x \times 5$ のような1次式と数との乗法を、文字は数の代表だから、数の計算法則が文字を含んだ式でも使えるという考えのもと、乗法の結合法則、乗法の交換法則といった計算法則を根拠に明らかにしていく。

中学校第1学年からこのように、根拠を明確にしてしくみを明らかにしていくことを大切にしてきた生徒だからこそ、統計の学習においても、なぜそうなるのかという問いに対しての納得できる結論を求める傾向が強い。

平成22年度に第3学年で標本調査を取り扱ったとき、実験による考察から帰納的に標本調査の妥当性を学習した。このとき、「標本の平均値が、全数調査の平均値とほぼ等しくなる理由をもっと考えたいか」と問うたとき、約67%の生徒がさらに標本調査の妥当性について考察していきたいと肯定的な意識を示した。その理由として、先に述べた

第94回全国算数・数学教育研究（福岡）大会提案資料 中学校部会 J資料の活用I
ように、これまでの数学の学び方が起因しているにとらえる。

そこで、無作為抽出と標本調査の妥当性との接続について、確率の考え方を活用して吟味していくことを研究の課題とした。

3 研究の内容

3-1. 願う生徒の姿とその要件

これまでの標本調査のしくみの理解において、既習内容を活用して統計的手法の妥当性を吟味できるということは、「なぜ母集団の傾向を反映しているのか」ということについて全数調査や確率の学習内容と結び付け、生徒たちが次のような内容をまとめることである。

無作為抽出によって母集団のどの要素を取り出す確率も同様に確からしいので、母集団から作成された度数分布表における階級の度数の値が大きければ、その階級に属する要素を抽出する確率も高くなる。だから、抽出した標本の分布の形は、母集団の分布の形に近づく。

標本調査の学習において、生徒が上記のようにまとめていくためには、次の点について理解していくことが大切であるにとらえた。

- (1) 標本調査のよさ
- (2) 標本調査のしくみを明らかにするとはどういうことか
- (3) 無作為抽出をすることは、母集団のどの要素を抽出することも同様に確からしいということ
- (4) 理想的な母集団の中で標本調査を考察すること

3-2. 本時について

上記の(1)～(4)を受けて、標本調査のしくみの学習（第2時）では、「無作為抽出して得た標本の平均値は信頼できるのか？」を問うた。具体的には、次のような手順で考察を行った。

- ア. 母集団の傾向を全数調査によって調べ、平均値を求め、分布の様子をヒストグラムに表す。
- イ. 無作為抽出によって得られた標本の平均値を求め、分布の様子をヒストグラムに表す。
- ウ. 母集団の平均値と分布の様子と、いくつかの標本の平均値と分布の様子と比較から、無作為抽出して得た標本の平均値が信頼できる理由を考察する。

なお、本時の学習と、3-1で述べた(1)～(4)の関連を図にまとめると以下の図1ようになる。

(2) 標本調査のしくみを明らかにするとはいくつか

抽出の仕方が標本調査にどのように影響してくるのかを考えていけばよいという学習の見通しをもつ。

(3) 無作為抽出をすることは、母集団のどの要素を抽出することも同様に確からしいということ

どの要素を抽出することも同様に確からしいということが、度数の大きい階級から要素を抽出する確率が大きくなることにつながる。

また、確率であるが故に、平均値に誤差が生じたり、分布の形が必ずしも相似形にならないことにつながる。

(4) 理想的な母集団の中で標本調査を考察すること

「標本の大きさを大きくすればよい」という考えに対して、大規模調査であることに立ち返ることで、標本調査のよさから条件を考えていく。

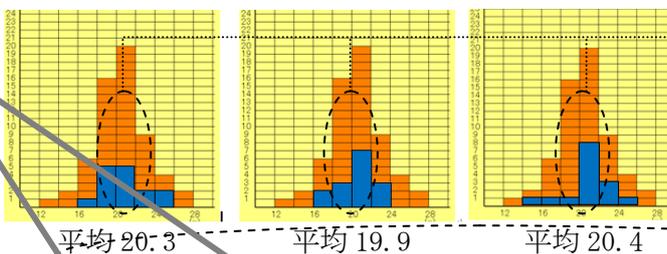
(1) 標本調査のよさ

「抽出する回数を増やしていけばよい」や「標本平均をとる回数を増やせばよい」という考えに対して、標本調査のよさを壊さない程度に設定していく必要があるという考えにつないでいく。

今年度の岐阜地区の中学校3年生男子生徒のハンドボール投げの記録が、過去の3年生の記録に対してよくなっているのかどうかを調べたい。

調査の仕方：標本調査、母集団：60とする、標本の大きさ：20
平均値の比較

無作為抽出して得た標本の平均値は信頼できるのか？標本の分布や平均値から調べていこう。



・母集団のヒストグラムの上に、標本のヒストグラムを重ねる。
・複数のヒストグラムや平均値から考察する。

母集団の平均値 20.0

無作為抽出した標本の平均値から…

- ・真の平均値に近い値をとる。
- ・ほぼ誤差 1.0 未満に入ってくる

数値化

無作為抽出した標本の分布のしかたから…

- ・ほぼ同じような形になる。
- ・この範囲の要素が多く抽出される。

視覚化

絶対か？

- ・階級の度数が大きいほど、無作為抽出によって、それを引く確率が大きい。

確率

- ・全数調査のヒストグラムの形と標本調査のヒストグラムの形が、同じような形のとくと、そうでないときがある。

- ・母集団のどの要素を取り出す確率も同様に確からしいから。

無作為抽出

- ・確率だから絶対はない。

より信頼できる結果を得るためにはどうしたらよいか？

- ・標本平均をとる回数を増やせばよい。
- ・平均をとることで、ちらばりを平らにする。
- ・確率なので、偶然も入る。どれが偶然で、どれが偶然ではないのかが分からないので平均をとる。
- ・実際に標本平均の散らばりを調べると、ある値の近くに集まっている。
- ・抽出する標本の数を増やせばよい。

抽出する回数

大数の法則

標本の大きさ

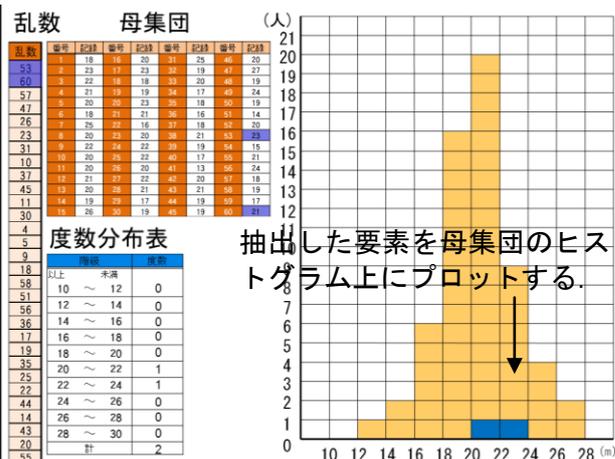
無作為抽出によって標本を取り出すことで、**確率の考えから、分布の様子や平均値といった母集団の傾向が標本に反映される。**

[図 1]

3-3. 確率と結びつけるために

無作為抽出と標本調査の妥当性を結びつけるためには、確率の考えの想起が必要となる。無作為抽出によって母集団の傾向が標本に反映されることを、標本平均を求めることを通して理解していくこととした。そして確率の考えを想起しやすいように次のような手立てを講じた。

- (1) 母集団の平均値と、分布の様子が視覚的に分かるようにヒストグラムを提示する。
- (2) 母集団のヒストグラム上に、母集団から無作為抽出するごとに、抽出した要素をプロットしていくシミュレーション(図2)を提示する。
- (3) (2)のようにして得られた標本の平均値とヒストグラムをいくつか提示する。そのときに、意図的に標本平均やヒストグラムの形が母集団の標本平均やヒストグラムと傾向が異なるものも入れる。



[図2]

4 研究の考察

生徒の思考は、標本の平均値が母集団の平均値に近い値であることに着目した(97%)。また、「近い」ということを「誤差の範囲が〇以下である」という表現の仕方をしている。そして、数値化されたデータから、その理由を探るために、分布の様子に着目していった(86%)。分布の様子を考察するときには、分布の外形に着目する生徒とともに、最頻値周辺の分布に着目している生徒が多かった。

ただし、個人追究の段階で、確率の考えから標本調査の妥当性を吟味できている生徒は31%と半数を切っていた。

個人追究からグループ交流において、「母集団の度数の大きい階級が標本においても度数が大きくなるのは偶然だろうか。」という問いをきっかけとして、分布の形が相似形になることや、標本の平均値が真の平均値の周りに集まってくることの理由を確率の考えをもとに明らかにしていくことができた。また、標本によっては平均値が真の平均値に比べ誤差の大きな値になったり、分布の形が相似形にならなかったりすることも、確率の考えから明らかにしていくことができた。

以上のことを総括すると、確率の考えを想起するために講じた手立て(1)~(3)が有効にはたらいたと言える。視覚化したからこそ見えてきた度数の分布が無作為抽出や確率の考えを想起させることに有効にはたらいた。

5 まとめ

標本調査について、体験的に理解していくことは大切であるが、中学3年生にとって、確率の考えをもとにしながら、標本調査の妥当性を吟味することが十分可能であることに手応えを感じている。さらに、確率の考えをもとにしているからこそ、曖昧さが残る。だからこそ、より信頼できるような調査を行いたいと、統計教育が発展していく。統計的手法の妥当性を吟味していこうとする構えは、今後の発展を考えていく上でも重要である。