一次関数の指導の在り方

－変化の割合の指導に焦点を当てて－

岐阜大学教育学部附属中学校　　小川　達也

１　主題設定の理由

一次関数では「変化の割合」という見方で関数のもつ性質を考察していく．また，この「変化の割合」は，今後の関数の学習においても，変化の様子を明らかしていく上で重要な役割を担う．

そのため，一次関数の学習において，変化の割合をいかに指導していくのかということに焦点を当てた研究をしたいと考えた．

そこで，研究主題を次のように設定した．

一次関数の指導の在り方 **－変化の割合の指導に焦点を当てて－**

２　研究の課題

関数 $y=ax^2$ の指導において，次のような生徒の姿が見られた．

「変化の割合」と「直線の傾き」の意味を混同してしまい，関数 $y=ax^2$ の学習において，変化の割合と変化の増減をうまく結び付けることができない．

具体的には，「変化の割合はない」と考えたり，逆に a を「傾き」と勘違いしたり，といった間違いがみられた．

本来であれば，生徒は変化の割合に着目していくことで，ある区間において x の値の増加にともない，対応する y の値が増加するのか減少するのか，一定なのか一定でないのかということを読み取っていき，関数の変化の様子を考察していく必要がある．

しかし，上記のような間違いをする生徒は，対応する y の値が一定に変化していくと考えたり，a の値だけで増加していくか減少していくかということを判断したりしていたのである．

このような生徒の様相は，変化の割合と直線の傾きが等しくなることを形式的に理解しており，変化の割合の意味を根拠とした性質の不十分な理解に起因しているととらえた．

そしてここに，第２学年における「変化の割合」の指導の重大な課題があると考え，本研究の課題を次のように設定した．

変化の割合の意味を根拠とした，関数の性質の正しい理解を促すような指導を明らかにすること

３　目指す生徒の姿

研究の課題から，目指す生徒の姿を次のように設定した．

＜目指す生徒の姿＞

変化の割合が一定であることと，グラフが直線になることを，関連付けて説明することができる

また，変化の割合が一定であることとグラフが直線になることを関連付けた説明とは，具体的に次のようであるとした．

一次関数 y＝ax＋b について，変化の割合が a で一定であるということは，座標平面上のどの２点をとったとしても，その２点間の x の値の増加量に対する y の値の増加量は同じ割合 a であるということです．だから，すべての点が一直線上に並び，一次関数のグラフは必ず直線になります．

４　研究の内容

目指す生徒の姿に迫るために，第２学年の単元「一次関数」の第５時「一次関数のグラフ」で授業実践をした．

本時は一次関数 y＝ax＋b のグラフが，比例 y＝ax のグラフを平行移動した「直線になる」という特徴をもつことを明らかにしていくことが大切であり，「特徴を明らかにする」ということは，定義である式を根拠とした一次関数のもつ性質がグラフ上にどのように表れるのかということを説明することであると考えた．

（１）根拠を求める発問

これまでの指導を振り返ってみると，生徒は一次関数のグラフについて次のように説明することが多くあった．

「変化の割合が一定なので，グラフは直線になります」

この説明は変化の割合とグラフが直線になることを関連付けているように感じる．しかし実際は，上記の説明が形式的な理解に基づく説明であると考えた．なぜなら，生徒は「一定」という言葉だけをとらえて「直線」という言葉と結び付けていると考えたからである．

本来であれば，変化の割合の意味に基づき，座標平面上にどのように表れるのかを考察した上で，上記のようにまとめなければならない．

そこで，上記のように説明する生徒に，次のように問うことにした．

「変化の割合が一定だと，なぜグラフは直線になるのですか」

この問いに対する説明を考えることで，生徒は変化の割合の意味からグラフの形を考察していくであろうと考えた．

（２）反比例の考察

一次関数が変化の割合が一定になる関数であることを，生徒が理解していくために，既習の関数である反比例の変化の割合を求める場面を授業終末に設定することにした．

その理由は，反比例の変化の割合は一定でなく，グラフは曲線になるからである．変化の割合が一定であるという一次関数特有の性質を浮き彫りにするためには，変化の割合が一定ではない，他の関数を考察することが効果的であると考えた．

さらに，他の関数を「変化の割合」という見方で考察することは，これからの関数の学習についても，関数を「変化の割合」という見方で考察することが大切であると生徒が理解することにつながると考えた．

５　授業の実際とその考察

授業中の生徒と教師の会話，生徒のノートの記述をもとに振り返り，試みた内容について考察した．

（１）「根拠を求める発問」について

次のように全体交流を進めた．

＜授業記録より＞

Ｓ１：変化の割合が一定なので，一次関数のグラフは直線になります．
Ｔ　：変化の割合が一定だと，なぜグラフが直線になるのですか．
Ｓ１：変化が一定だから….
Ｓ２：１つ１つの点が，一直線上に並ぶのだと思います．比例のときに，x の値の増加量を１として考えたのと同じだと思います．
Ｓ３：Ｓ２さんにつけ加えで，変化の割合が一定ということは，その点の中のどの２点をとっても，x の値の増加量と y の値の増加量の割合が同じで，一直線上にあるということになるのだと思います．
Ｔ　：なるほど．Ｓ１さん，どうですか．
Ｓ１：変化の割合が一定であるということを，点が一直線上に並ぶということとつないで考えればいいということですか．
Ｓ４：そう思います．変化の割合は，座標平面で点がどのように並ぶかということを表しているのだと思います．

生徒Ｓ１は，Ｓ２～Ｓ４の問いに対する説明を聞く中で，変化の割合が一定であるということが，座標平面上でどんな意味をもつのかということに関連付けて理解していくことができた．

実践から，やはり生徒は形式的に言葉と言葉を結び付けてしまいやすいことがわかる．だからこそ，今回試みたように，まとめたことが意味理解を背景にしているか確かめるような問いを投げかけていくことは大切であり，効果的であったと考えられる．

（２）「反比例の考察」について

授業後，生徒は次のようにまとめた．

> 私は一次関数のグラフについて，変化の割合が一定なので，直線になると考えました．…略…一次関数のグラフが直線になり，それが変化の割合に関わっていることから，反比例 $y=\frac{12}{x}$ についても変化の割合を調べてみると，こちらは変化の割合が一定ではありませんでした．だからグラフは曲線になるのだなと納得できました．
> 変化の割合は，グラフがどのような形になるのかということに関わってくるので，これからの関数の学習でも，変化の割合が一定であるかどうかということを調べることを大切にしていきたいです．

このまとめからわかるのは，「グラフが直線になることに変化の割合が関わっている」から「これからの関数の学習でも，変化の割合が一定であるか調べることを大切にしたい」と考えるようになった生徒のとらえ方の変化である．

これは既習の関数である反比例の変化の割合を考察したことの最も大きな成果であるととらえた．なぜなら，生徒の「変化の割合」のとらえ方が他の関数に広がることで，今後も「変化の割合」という見方で関数を考察していくことにつながると考えたからである．

６　研究のまとめ

今回の研究を通して，生徒が変化の割合の意味を根拠として，関数の性質を正しく理解する指導の在り方の，１つの方向を探ることができたと考えている．

それは，生徒が「変化の割合」を形式的に理解することなく，関数を考察していく１つ数値として理解できるような指導である．

つまり，今回の研究は，生徒が関数を「変化の割合」という見方を用いて考察していくための指導の，基礎を築くことになったととらえている．

今回の研究を生かして，今後は実際に「変化の割合」という見方を用いて，生徒が関数を考察していく力を付けていけるような指導の在り方を研究していきたいと考えている．