

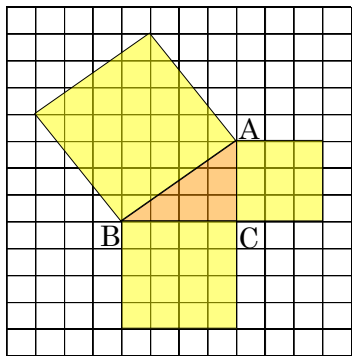
# 論理的な思考力を育てる図形指導の在り方

— 数学的な見方や考え方のよさを実感させる指導 —

岐阜県岐阜市立陽南中学校 伊藤憲一郎 他3名

## 1 はじめに

【問題】直角三角形ABCにおいて、各辺を1辺とする正方形を三角形の外側につくる。このとき、正方形の面積についてどんなことがいえるだろうか。



T : 問題からわかることを教えてください。

S1: それぞれの正方形の面積は、 $a = BC$ ,  $b = AC$ ,  $c = AB$  とすると、 $a^2$ ,  $b^2$ ,  $c^2$  と表せます。

T : 1辺の長さを文字で表し、一般化して考えたのですね。

S2: 3つの正方形の面積の大きさについて、 $b^2 \leq a^2$  エラー! リンクが正しくありません。  $\leq c^2$  が成り立つと思います。

S3:  $b^2 = a^2$ ,  $a^2 = c^2$  となるときはあるの?

S4:  $a^2 = c^2$  ということは  $a = c$  ということだから、直角三角形にならないのではないかな。

S5: 私も、直角三角形の斜辺は3辺のうちで一番長いから  $b^2 < c^2$  であると思います。

T : 式と図形を対応させて考えたのですね。

S6: 同じように考えれば、 $b^2 = a^2$  ならば、 $b = a$  となり、これは与えられた直角三角形が直角二等辺三角形のときに成り立つと思います。

T : まとめてどんなことがわかりましたか。

S2: 直角三角形の3辺の長さを  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (斜辺) とすると、それらを1辺としてできる正方形の面積について、 $b^2 \leq a^2 < c^2$  が成り立ちます。

T : では、この問題において  $b^2 = 9$ ,  $a^2 = 16$  です。 $c^2$  は図から求めることはできませんか。

S3: 正方形を4つの合同な直角三角形と1辺の長さが1の正方形に分けて考えると、1つの直角三角形の面積は6だから、4つの直角三角形の面積の和は24となり、面積が1の正方形の面積をたすと、正方形の面積は25になります。

S6:  $9 + 16 = 25$  となっているから、もしかすると、 $a^2 + b^2 = c^2$  となるのではないかな。

S7: どんな直角三角形についても、いつでも成り立つの?

T : S8 さんは別の直角三角形を描いて調べているね。実験や実測で解決の見通しを立てようとする姿勢がよいね。

の定理の発見」における授業の導入時の様子である。

生徒たちは、与えられた図形の1辺を文字を使って一般化して考え、図形の性質や新たな法則を見つけ出そうとした。そして、文字で表された面積についての関係を考え大小関係を不等号を用いて表し、その不等式における等号の意味について、具体的な図形がどのような状態であるとき、等号が成立するかを考える姿があった。さらに、具体的な数値の関係から、三平方の定理を一般化して考えようとする生徒の姿があった。これらの姿には、日常の場面や具体的な事象を数理的に考察し、根拠を大切にしながら矛盾なく筋道立てて考えを進めていこうとする態度が表れている。

このように、生徒が主体的に事象を数理的に考察し、根拠を明らかにしながら矛盾なく筋道立てて論理的に考察することができるのは、具体的な事象を数理的に考察する過程の中で得られる数学的な事実に対して、どのような見方や考え方が有効であったか、また、どのように考えていけば自らの考えを進めていくことができるかなど、知識と知識を論理的に結び付けさせたり、身に付けた技能と根拠を結び付けさせたりする中で、数学的な見方や考え方を繰り返し指導してきたからである。そうすることで、「どうしてそのような式が成り立つのか」「なぜそのように考えたのか」など、問題解決の過程の中で、生徒が考えていく道筋や、根拠を明らかにしながら順を追って考えていこうとする態度を育てることができると考える。そして、そのような論理的な思考力のもととなる数学的な見方や考え方のよさを実感させていくことで、生徒たちは身に付けた数学的な見方や考え方を活用しながら、主体的に問題に向かい、論理的に思考していけるようになると思う。

このように、論理的な思考力を一人一人に付けていくために、本校数学科では、生徒一人一人が基礎的・基本的な知識及び技能を習得し、既習の学習内容を活用することで、それらの系統性を自覚し、数学的な見方や考え方のよさを実感する姿を目指している。そして、課題意識を持って、これまで学習した内容と、本時学習する内容とを関連付けながら、根拠やそう処理することのよさを味わい、学習内容を統合的にとらえたり、発展的に考えたりする生徒の姿を願っている。生徒一人一人に、数学的な見方や考え方のよさを味わわせ、主体的に学習を進めていこうとする態度が養われるからこそ、生徒たちは、「もっとわかりやすく筋道立てて話したい」「誰もが納得するように説明したい」「誰が見ても理解してもらえるように記述したい」と願うようになると思う。そして生徒たちは、自分の考えを進めていくための推論を身に付け、根拠を明らかにしながら考察し、考えたことを論理的に記述しようとするのである。このように、数学的な見方や考え方のよさを実感させていく中で、筋道立てて考えたり、根拠を明確にして論証を進めたりする態度を

これは、3年生「三平方の定理」の第1時「三平方

育て、論理的な思考力を育てていきたいと願う。

## 2 研究主題

生徒一人一人に論理的な思考力を付けさせたいと願ったとき、「B 図形」の領域における論証指導が有効であると考えた。それは、演繹的な推論の方法を理解し活用することに重点が置かれる領域であるからである。そして、図形に関する内容が、演繹的な推論に適した素材であり、また、豊富な問題を提供し得ること、その推論の過程が視覚的に訴える図形によって裏付けられるからである。そして、「B 図形」の領域を通して、帰納、類推、演繹などの推論の必要性と意味及びその方法を理解させていくことが、生徒たちの論理的な思考力を育てていくことにつながるのである。

昨年度は、課題解決に向けて、どのような数学的な見方や考え方が有効であったかを振り返ったり、「統合的な考え」や「一般的な考え」などを用いて、発展的に考えさせたりする指導を行ってきた。このような指導を繰り返すことが数学的な見方や考え方のよさの気付きとなると考えた。こうすることで、どのような見通しが必要なのかを順序立てて考えさせたり、どのような既習の学習内容が根拠となるのかを明らかにさせたりして、生徒一人一人に思考の過程を明らかにさせることができると考え、研究を進めてきた。

その結果、問題を解決するために、進んで既習の学習内容を活用しようとする姿が増えた。そして、思考の過程を明らかにすることで、考えの根拠や道筋をはっきりさせ、論理的に考察しようとする生徒の姿が増えた。

しかし、その一方で、既習の学習内容の系統性を自覚する姿に弱さが見られ、数学的な見方や考え方のよさを十分に味わえていないために、自らの思考を論理的に進めていくという生徒の姿も見られた。その理由として次のようなことが考えられる。

- ・基礎的・基本的な知識及び技能について、単位時間内では理解しているものの、定着に至っていない。
- ・既習の学習内容と本時の学習内容を結び付けて考えることに弱さがあるため、数学を活用することの必要性や有用性の理解まで至らず、機械的に処理してしまう。

数学は、系統性の学問であるため既習の数学的な概念や原理・法則をもとに、新たな数学的な処理の仕方を考え出したり、合理的、論理的に考えを進めたりすることができるのである。そのため、進んで既習の学習内容を活用しようとしても、基礎的・基本的な知識及び技能の定着がなければ、原理・法則の理解に裏付けられた確かな知識及び技能の習得にならない。この裏付けこそが根拠であり、根拠が曖昧であれば数学を活用することの必要性や有用性を理解することはできず、数学的な見方や考え方のよさを実感できないと考えた。以上のことから、生徒一人一人に基礎的・基本的な知識及び技能を習得させたり、それらを活用して考えさせたり判断させたりするための「補加的指

導、発展的指導」が必要であると考えた。こうすることが、生徒が学習内容の系統性を自覚することにつながり、数学的な見方や考え方のよさの実感に結びつく。そして、数学的な見方や考え方のよさを実感するからこそ、論理的に物事を考察し、これからも数学を活用して考えたり判断したりしようとする態度が育まれるのである。

以上のことを踏まえ、研究主題を次のように設定した。

**論理的な思考力を育てる図形指導の在り方**  
～数学的な見方や考え方のよさを実感させる指導を通して～

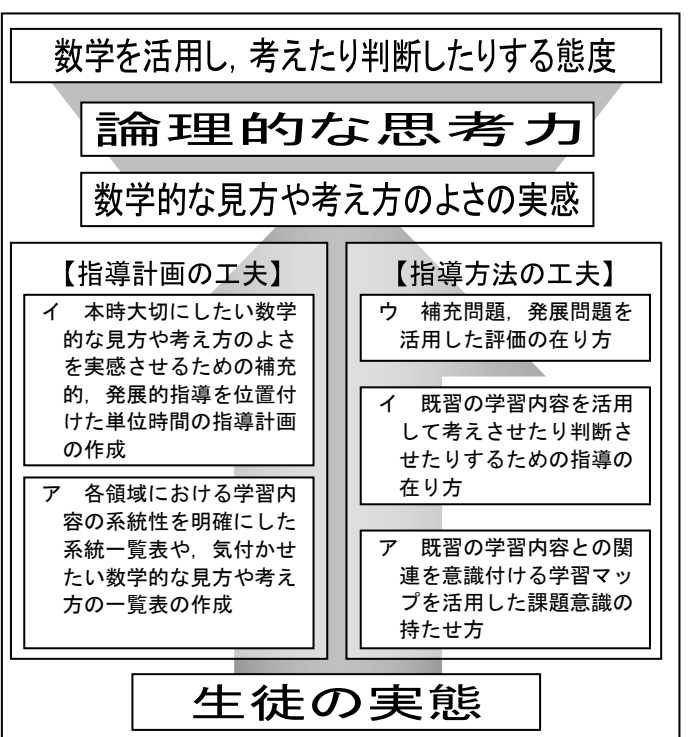
## 3 研究仮説

私たちは、数学的な見方や考え方のよさを実感させることで、論理的な思考力を育て、数学を活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てていきたいと考えている。そこで、次のような研究仮説を設定し、実践を行った。

課題意識を持って主体的に取り組ませる中で、一人ひとりに基礎的・基本的な知識及び技能を習得させたり、活用させたりして、数学的な見方や考え方のよさを実感させていくことで、論理的な思考力を育てることができる。

## 4 研究内容

願う生徒の姿を生み出すために、教師が事前に計画準備する指導計画と、指導計画に基づき、実際の生徒に対して行う指導方法について、以下の【図表 1】のように研究構想を立てて実践した。



【図表 1：研究構想図】

## 5 研究内容の具体と実践

### (1) 指導計画の工夫

ア 各領域における学習内容の系統性を明確にした系統一覧表や、気付かせたい数学的な見方や考え方

## の一覧表の作成

数学は系統性の学問である。その系統性は、思考の対象となるものがどのようなものを定義し、定義したことから得られる性質や他の事象との関係を明らかにしながら、日々統合・発展しているものである。こうして矛盾なく、論理的に構築された数学的事実だからこそ、数学の内容の系統性を踏まえ、基礎的・基本的な知識及び技能を関連付け、系統的に習得させていくことが、生徒一人一人に数学の美しさやよさを味わわせることにつながると考える。

そこで、学習指導要領をもとに、領域ごとに学習内容を分析して体系化した系統一覧表を作成した【図表2】。各学年で扱う内容がどのように関連しているかを明らかにするとともに、領域を通して繰り返し指導していく内容と、その単元でこそ指導していく内容を明らかにすることができた。これにより、単位時間の発問などにおいても、その系統性を踏まえながら学習内容や意図まで明確にして指導することができるようになった。

また、系統一覧表をもとに、単元を通してねらう生徒の意識を明らかにし、各単位時間の役割を明確にした、単元構造図を作成した【図表3】。そして、各単位時間で大切にしたい数学的な見方や考え方を意図的に表出させるために、生徒の思考の過程を明らかにした数学的な見方や考え方の一覧表を作成した【図表4】。単位時間を「必然を感じる場」「追究する場」「振り返る場」の3つの場面に分け、各場面における数学的な見方や考え方を明らかにすることで、系統性を踏まえながら、単元や各単位時間における学習過程を明確にして指導することができるようになった。そして、数学的な見方や考え方を意図的に表出させたり、価値付けたりすることで、既習の学習内容の系統性を生徒に自覚させることができ、数学的な見方や考え方のよさを実感させていくことにつながった。

### イ 本時大切にしたい数学的な見方や考え方のよさを実感させるための補足的、発展的指導を位置付けた単位時間の指導計画の作成

数学的な見方や考え方は、その土台となる基礎的・基本的な知識及び技能の量や質に依存する。だからこそ、生徒一人ひとりが知識及び技能の量や質を高め、それらを活用することで、既習の学習内容の系統性を自覚することができ、大切にしたい数学的な見方や考え方のよさを実感できるのである。

そこで、基礎的・基本的な知識及び技能を習得させたり活用させたりするために、補足的指導と発展的指導を次のように定義し、「教えること」「考えさせること」「気付かせること」とともに単位時間の指導計画に位置付けた【図表5】。

補足的指導：単位時間の評価規準のもと、基礎的・基本的な知識及び技能を習得させたり活用させたりするための指導  
 発展的指導：習得した知識や技能を、統合させたり発

展させたりすることで、より確かな知識や技能に引き上げるための指導

そうすることで、教師の立場を明らかにして、生徒の実態に合わせて指導することができるようになり、数学的な見方や考え方のよさを実感させることができると考えた。

例えば、2年生「平行と合同」第15時「証明のしくみ」では、「教えること」「考えさせること」「気付かせること」を次のように位置付け、生徒の実態に合わせて、補足的指導、発展的指導を行うことで、生徒一人一人に、数学的な見方や考え方のよさを実感させることができた。

教えること	・証明のしくみ ・既習の図形の性質が証明のよりどころになること
考えさせること	・結論を成り立たせる根拠
気付かせること	・三角形の合同条件が証明のよりどころになっていること

#### 《Aさんへの補足的指導》

- 追究序盤では、図形に着目させ、根拠となる図形の性質を想起させる。
- 追究終盤では、三角形の合同条件が結論とどう結びついているかを問う。
- 証明のしくみを理解した後、図形マップを利用して、証明のよりどころとなる図形の性質を確認させる。

#### Aさんの振り返り

ある事柄が成り立つことを筋道立てて説明するとき、今まで学習してきた図形の性質が証明のよりどころとなっていたことがわかりました。これからは、仮定と結論を明らかにした後に、どんな図形の性質が使えるかを考えれば証明していけそうです。

#### 《Bさんへの発展的指導》

- 学習マップをもとに、既習の図形の性質を確認させ、平行線の性質から、これまでに学習した図形の性質がどのように関連しているのかを考えさせる。

#### Bさんの振り返り

新たな事柄がいつでも成り立つことを証明していくために、図形の性質は大切なよりどころとなっていくことがわかった（平行線の性質のように）。次の単元でも、これらの図形の性質を使いながら、さらにいろいろな図形の性質を明らかにしていきたいな。

こうした単位時間の指導計画を作成したことで、指導の立場を明確にすることができ、誰にどのような指導をすることが数学的な見方や考え方のよさの実感につながるのかを明らかにして指導することができた。

② 論理的な思考力の育成について

目標	学習内容	1年生		2年生		
		学年 単元	平面の図形	空間の図形	平行と合同	三角形と四角形・定理の発見と証明
演繹的な推論と論理的に表現する能力を伸ばす 演繹的な推論が理解できること 類推する推論が理解できること 帰納的な推論と。	各学年で扱う学習内容の関連	作図の根拠を考へること。	空間図形の構成を考へること。	図形の性質や関係を見つめること。 星型の先端の角の和	二等辺三角形の性質 平行四辺形の性質 中点連結定理	三角形と比の性質 円周角の定理
		図形の性質や関係を見つめること。 対頂角と平行線の錯角の性質を導くこと。	図形の性質や関係を見つめること。 対頂角と平行線の錯角の性質を導くこと。	図形の性質や関係を見つめること。 対頂角と平行線の錯角の性質を導くこと。	直角三角形の合同条件を導くこと。 三角形や平行四辺形の性質や条件の証明。 中点連結定理の証明	平行線と線分の比の性質の証明 円周角の定理の証明
		図形の性質や関係を見つめること。 対頂角と平行線の錯角の性質を導くこと。	図形の性質や関係を見つめること。 対頂角と平行線の錯角の性質を導くこと。	図形の性質や関係を見つめること。 対頂角と平行線の錯角の性質を導くこと。	図形の性質や関係を見つめること。 対頂角と平行線の錯角の性質を導くこと。	図形の性質や関係を見つめること。 対頂角と平行線の錯角の性質を導くこと。

【図表2: 系統一覧表】

【図表4: 数学的な見方や考え方一覧表】

時	学習内容	必然を感じる場	課題をつかみ追究する場	振り返る場
14	証明のしくみ	・仮定と結論を明らかにして、三角形の合同条件を使って考えれば、証明できそうだ。【類推的な考え方】	・等しい関係にある角や辺を図の中に記して考える。【図形化・記号化の考え方】 ・三角形の合同条件を根拠に、筋道立てて考察することができる。【演繹的な考え方】	・既に正しいと認められた性質や条件を証明のよりどころとして、証明に活用していけばよい。【一般化の考え方】

思考の過程

本時大切にしたい数学的な見方や考え方

【本時、大切にしたい数学的な見方や考え方】  
 仮定と結論を結び付けるためには、これまでに学習した図形の性質をよりどころに考えればよい。

**必然を感じる場**

$AB = DC, AC = DB$  ならば、 $\angle BAC = \angle CDB$  であることを証明するにはどうすればよいだろう。

1) 仮定と結論を確認する。  
 ・仮定は  $AB = DC, AC = DB$  だ。これは初めから明らかになっている条件のことだ。  
 ・結論は、 $\angle BAC = \angle CDB$  だ。これを証明したいことだ。  
 ・ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$  であることを証明すれば、結論を言いきることができる。

**課題をつかむ場**

$\angle BAC = \angle CDB$  であることを証明しよう。

2)  $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$  に着目して証明に取り組む。  
 $\triangle ABC$  と  $\triangle DCB$  において、  
 仮定から  
 $AB = DC \dots \textcircled{1}$   
 $AC = DB \dots \textcircled{2}$   
 共通な辺なので  
 $BC = CB \dots \textcircled{3}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$  より、  
 3組の辺がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$   
 合同図形の対応する角は等しいので、 $\angle BAC = \angle CDB$

**追究する場**

3) 今までの証明の学習を振り返り、証明のしくみについて気付いたことを確認する。  
 ・証明は仮定から始まって結論を言いきっている。今日考えた問題でも、仮定から始まって、今までに学習した図形の性質を使いながら結論を言いきることができた。  
 ・三角形の合同条件の他にも、平行線の性質や三角形の内角と外角の性質なども証明に使っていきそうだ。

4) 証明のしくみを理解し、証明のよりどころとして使われるこれまでに学んだ図形の性質について確認する。  
 ・証明は、結論が成り立つ理由を、仮定から出発してすでに正しいと認められていること、今までに学習した図形の性質を使っていきそうだ。

**振り返る場**

5) 補充  
 ・本時を振り返り、自己評価を行う。  
 ・ある事柄が成り立つことを筋道立てて説明するためには、今まで学習してきたいろいろな図形の性質が証明のよりどころになっていることがわかった。これからは、仮定と結論を明らかにした後に、どんな図形の性質が使えそうかを考えれば証明していけそうだ。  
 ・図形の性質は、「○○な図形はいつでも～な性質だ」ということがはっきりするだけでなく、新たな事柄がいつでも成り立つことを証明していくために、大切なよりどころとなっていくのだ。次の単元でも、これらの図形の性質を使いながら、さらにいろいろな図形の性質を明らかにしていきたいな。

数学的な見方や考え方  
のよさの実感

補充的指導, 発展的指導

**補充的指導**

○補助発問  
「この問題から仮定と結論を明らかにしよう。」  
仮定と結論を明らかにさせる。  
○補助発問  
「(図形に着目) 何を根拠に証明していけばよさそうですか?」  
 $\triangle ABC$  と  $\triangle DCB$  に着目させ、 $\angle BAC$  と  $\angle CDB$  が対応する角になりそうだという見通しをもたせることで、三角形の合同条件が使えそうだという見通しをもたせる。

**発展的指導**

仮定と結論を明確にし、既に正しいと認められている事柄を根拠にして、筋道立てて結論まで導くことで、既習の図形の性質の有用性を実感することができる。

「学習マップで図形の性質を確認し、平行線の性質から、図形の性質がどのように関連しているのかを考えてみよう。」  
 平行線の性質がすべての性質の基になっていることに気付かせ、新たな事柄を証明するためのよりどころとして、既習の図形の性質が使われることの有用性に気付かせる。

○発展問題  
平行な2直線  $l, m$  上に、 $AB = CD$  となるような点  $A, B, C, D$  をとり、線分  $AB$  と  $CD$  をひいた。このとき、点  $O$  が2つの線分の midpoint になるときを証明しなさい。  
既習の図形の性質の有用性を実感させる。

【図表3: 単元構造図】

【図表5: 単位時間の指導計画】

【教えること】	【考えさせること】	【気付かせること】
・証明のしくみ ・既習の図形の性質が証明のよりどころになること	・結論を成り立たせる根拠	・三角形の合同条件が結論を導くためのよりどころになっていること

指導の立場

(2) 指導方法の工夫

ア 既習の学習内容との関連を意識付ける学習マップを活用した課題意識の持たせ方

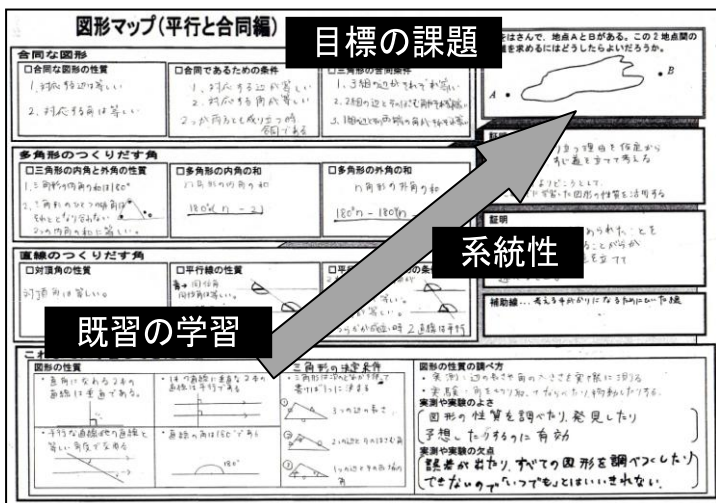
数学では、新たな知識及び技能を習得するために、「前に～だったから、〇〇になりそうだ」「前の～の学習を活用すれば、〇〇ができそうだ」と予測や推測をしたり、「～を使って考えたら〇〇になった」と検証をしたりして、既習の学習内容を基に、数や図形の性質を見だし思考を発展させていく。

つまり、生徒たちに、既習の学習内容を関連付け、系統性を意識させるからこそ、「こんなことを学習してきたからこそ次は・・・」「このような時は～してきたから、この場合は・・・」などの系統性を基に課題意識を持たせることができると考えた。

また、本時の学習内容が、今後の学習内容とどう関連しているのか、どう活用していけるのかを生徒自身に自覚させることができれば、より課題意識を持って取り組むことができると考えた。そこで、その領域における学習内容を体系化し、視覚的に捉えやすくするために学習マップにまとめさせた。

① 2年生「平行と合同」における指導

2年生の「平行と合同」では、1年生における学習内容と単元の終末における目標の課題を具体的に位置付けた図形マップ（平行と合同編）を作成した【図表6】。



【図表6:学習マップ】

学習内容を学習マップに位置づけ、体系化してまとめることで、学習内容の系統性が意識できるようになるばかりでなく、マップに位置付けた学習内容が、新しい学習内容の根拠となっていることを意識付けることができる。そうした学習過程の中で、これまでの経験から「〇〇のように考えていけばよさそうだ。」と課題に対して、帰納的、類推的に考えたり、「△△が成り立つから、～になる。」と根拠を明らかにしたりしながら、演繹的に考察していくことができるようになると思う。そうやって、生徒の論理的な思考力を育てていくことができると考える。

② 2年生「三角形と四角形」における指導

2年生「三角形と四角形」では、前単元の「平行と合同」における学習内容を活用しながら、三角形や四角形の性質を明らかにしていく。その過程において、生徒たちは学習マップをもとに、どのように学習を進めていけばよいのか、どのような学習内容が新たな事象の根拠なるのかを考えながら、論理的な思考を働かせていくのである。

例えば、第3時「二等辺三角形であるための条件」で、Cさんは、学習マップをもとにしながら、次のように問題解決への見通しを持つことができた。

私は  $AB = AC$  になると思います。それを証明するためには、それらの辺を一边とする合同な三角形があればよいと思うので、点Aから辺BCに垂線をひけばよいと思います。

Cさんは、辺の長さが等しいことを示すためには、それらを一边とする2つの三角形が合同であることを示せば、合同な図形の性質を用いて結論を得ることを見通し、課題解決のための方法を考えようとしている。それは、結論を導くためには、どのような事柄が成り立てばよいのか、どのような手順で考えを進めればよいのかを自分なりに整理し、順序だてて考えを進めているのである。その思考こそ、論理的な思考力であり、論理的に考察しようとする態度が育ってきていると考える。

イ 既習の学習内容を活用して考えさせたり判断させたりするための指導の在り方

各単位時間で大切にしたい数学的な見方や考え方のよさを実感させるためには、生徒の実態を的確に把握し、一人一人のつまづきを予想し、そのつまづきの背景にある習得させるべき知識及び技能を的確に捉えることが必要となる。また、生徒に学習内容の系統性を自覚させ、論理的に考えを進めさせるためには、習得した知識及び技能をどのように活用していくかを明らかにさせる必要がある。

① 1年生「平面の図形」における指導

1年生「平面の図形」では、小学校算数科における学習の上に立ち、身の回りの事象を「形」「大きさ」「位置関係」という観点から考察することを通して、図形に対する直観的な見方や考え方を深めることを中心としながら論理的に考察し表現する能力を培っていくことになる。

そこで、第5時「図形の移動」では、「平行移動」「回転移動」「対称移動」の3種類の移動を知り、幾何学的な模様の中から、移動させることでぴったりと重なる位置にある図形を見だし活動を通して、合同な図形で構成させる模様の中の図形を、1つの図形を移動させるという見方で調べることができるようにした。

この時、本時における生徒の実態を次のように捉え、「補充的指導、発展的指導」を位置付けた。

(Dさんの実態)

- ・学習内容が体系化されておらず、既習の学習内容を活用したり、関連付けて考えたりすることができな

いために、点や直線などの図形を直観的に捉えることはできるものの、点や直線の位置関係やそれらの間の距離を論理的に考察することに弱さが見られる。

《Dさんへの補充的指導》

- 学習マップで小学校での学習を振り返るとともにICT（移動のプレゼンテーション）を活用して、移動にはどのような種類があったかを確かめ移動を定義づけた。
- 「どちらにどれだけ平行移動させたのか。」「対称軸はどの直線か。」「回転の中心はどこで、何度回転させたのか。」を問うことで、平行移動を決定する「方向」と「距離」に着目させたり、対称移動を決定する「対称軸」に着目させたり、回転移動を決定する「回転の中心」と「回転角度」に着目させた。
- 移動させた図形を再度移動させると、その図形はもとの図形の移動になっているかを考えさせることで、合同な図形はその位置に関係なく、3つの移動を用いて重ね合わせることができることに気付かせた。

Dさんは、移動の種類を学び直し、新たに移動の定義を知った。そして、それらを活用して図形の移動の仕方と手順を考えることで、どんな位置関係にある合同な図形も3種類の移動で重ね合わせることができるという知識を獲得することができた【図表7】。

（Eさんの実態）

・点や直線の位置関係やそれらの間の距離について論理的に考察できるものの、それらを活用してさらに発展的に考えたり、統合的にとらえたりすることに弱さが見られる。

《Eさんへの発展的指導》

- 「移動させた図形は元の図形の位置に戻すことができるか」と移動の操作の可逆性について問うたり、合理的に移動できないかを考えさせたり、他の模様でも、同じ形であれば、移動させて重ねることができないかを考えさせたりさせた。

Eさんは3種類の移動を活用して、移動の操作の可逆性や合理性、発展性について考えたことで、どんな図形も3種類の移動によって、合同な図形を重ね合わせることができると統合的に判断できるようになった【図表8】。



補充的指導として、プレゼンテーションソフトを活用し、図形の移動を動的にとらえさせるようにした。

【図表7:1年生「補充的指導」の様子】



任意の場所に置かれた2つの合同な図形は、3種類の移動を用いて重ね合わせることができるかを考えさせた。

【図表8:1年生「発展的指導」の様子】

②2年生「平行と合同」における指導

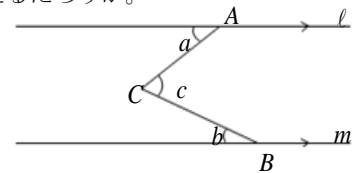
2年生「平行と合同」では、観察、操作や実験等の活動を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、既習の図形の性質を活用して論理的に考察し表現する能力を養っていくことになる。

そこで、第5時「図形の性質と補助線」では、与えられた条件では既習の図形の性質を用いて説明できない事象を、既習の図形の性質が活用できるように補助線をひいて説明する活動を通して、補助線をひくことの有用性に気づき、演繹的に考察することができるにした。

【問題】

下のような図をかいた。

$l \parallel m$  のとき、 $\angle a, \angle b, \angle c$  には、  
どんな関係があるといえるだろうか。



この時、本時における生徒の実態を次のようにとらえ、「補充的指導、発展的指導」を位置付けた。

（Fさんの実態）

・図形の性質について単位時間内では理解しているものの、定着まで至っていないために、既習の図形の性質を使って新たな図形の性質の一般性を説明することに弱さが見られる。

《Fさんへの補充的指導》

- 学習マップをもとに、どんな調べ方をしたら、関係を見出そうかを問うことで、実験や実測による方法のよさと欠点を振り返らせるとともに、いつでも成り立つことをいきるためには既習の図形の性質を用いた説明の必要性に気付かせた。
- 図形の  $l \parallel m$  に着目させ、点Cを通り  $l \parallel m \parallel n$  となる直線nをひかせた後、「 $\angle a$  と  $\angle b$  を  $\angle c$  に移動させることはできないだろうか。」と問い学習マップを確認させることで、既習の平行線の性質を用いて考えればよいという見通しを持たせた。
- 「どうして補助線をひいたら、説明できるようになったのか」を問い、補助線をひくことで既習の図形

の性質を活用できるという有用性に気付かせた。

Fさんは、今までに学習した図形の性質と図形の性質の調べ方を振り返り、本時の学習と関連させたことで、いつでも成り立つ根拠を既習の図形の性質を用いて説明することができるようになった。また、既習の図形の性質を見いだすための補助線の有用性をも実感することができた【図表9】。

(Gさんの実態)

- ・学習した図形の性質を理解し、それらを活用して演繹的に考察できるものの、「さらに他の方法でも…」と多面的にとらえようとすることに弱さが見られる。

《Gさんへの発展的指導》

○「他の補助線をひいて考えることはできないか」、「○○さんは、～という補助線をひいて考えていたけど、○○さんはどのように考えているのだろう。」と問いかけ、補助線のひき方によって、活用する図形の性質が異なることに気付かせた。

Gさんは、幾通りもの方法で図形の性質を説明する中で、補助線のひき方によって、根拠にする図形の性質やその使い方が違ってくことを理解し、既習の図形の性質が使えるように補助線をひくことの有効性に気付くことができた【図表10】



課題追究時に見通しが持てない生徒は、教室後方でホワイトボードを用いて、教師と共に、既習事項を確認しながら追求を進めた。

【図表9:2年生「補充的指導」の様子】



自分なりの課題解決ができた生徒を、教室全面に集め、条件を変えた様々な図形に対して発展的に考えさせた。

【図表10:2年生「発展的指導」の様子】

このように、生徒の実態を捉え、「補充的指導、発展的指導」を行うことで、生徒一人一人に学習内容の

系統性を自覚させ、考える道筋やその根拠を明らかにしながら論理的に考察させていくことができた。

## ウ 補充問題、発展問題を活用した評価の在り方

数学的な見方や考え方のよさを実感させるためには、基礎的・基本的な知識及び技能を習得できている自分や、既習の学習内容を活用して考えたり判断したりできるようになっている自分を、生徒自身に自覚させる必要があると考えた。その実感が主体的に物事を考察していこうとする態度につながると考えるからである。

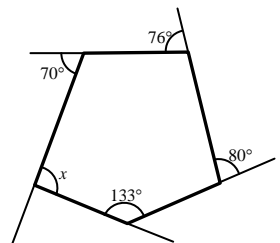
そこで、本時扱った問題の類題を用いて本時の学習内容の定着を図る補充問題や、やや複雑な問題や大切にしたい数学的な見方や考え方を発展して考えさせる発展問題を位置付け取り組ませ、その後振り返りをさせた。

例えば、2年生「平行と合同」第7時「多角形の外角」、3年生「相似と比」第6時「三角形の相似条件を使った証明」では、次のような補充問題、発展問題を位置付けた【図表11】【図表12】。

(2年生「平行と合同」)

### 補充問題

- ・ $\angle x$ の大きさを多角形の外角の性質を使って、求めましょう。



### 発展問題

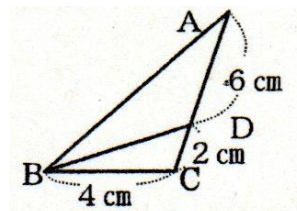
- ・三角形の外角の和が $360^\circ$ になることを平行線の性質を使って説明しなさい。

【図表11:2年生補充問題、発展問題】

(3年生「相似と比」)

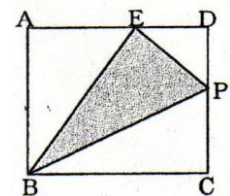
### 補充問題

- ・右の図で  $AD = 6\text{cm}$   
 $CD = 2\text{cm}$ ,  $BC = 4\text{cm}$   
である。  
 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$ を証明しなさい。



### 発展問題

- ・長方形  $ABCD$  の紙を頂点  $C$  が辺  $AD$  上にくるように折り、折り目の線を  $BP$  とする。  
 $\triangle ABE \sim \triangle DEP$  であることを証明しなさい。



【図表12:3年生補充問題、発展問題】

振り返りでは、4つの振り返る視点「既習の学習内容を活用できたか」「見通しを持って課題に取り組めたか」「なるほどと思ったこと」「今後に活かそうなことや疑問」を与え、学習内容のまとめりと共に体系的

3年生 5章「相似と比」振り返り表

まとまりごとの振り返り 相似は多角形も、三角形をもといて考えればよいとわかった。		まとまりごとの振り返り どの比が何に利用出来るかを気付いていくのがいいと思う。		22. 生かす <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	
16. 相似な三角形の面積 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見通 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 疑問や今後	17. 相似な立体の表面積と体積 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	18. 相似な立体の性質の利用 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	自己評価 (例)		
まとまりごとの振り返り 相似は、平行と比がポイントになっていると思った。		11. 三角形と比 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見通 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 疑問や今後	12. 三角形と比の定理の逆 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	13. 平行線と線分の比 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	14. 三角形の角の二等分線と比 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今
6. 三角形の相似条件 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見通 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 疑問や今後	7. 三角形の相似条件の利用 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	8. 三角形の相似条件を使った証明 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	まとまりごとの振り返り 三角形を2つ作れば、その性質が明らかになると思う。		
まとまりごとの振り返り 三角形の相似は、辺の比と角の大きさを調べれば証明できるとわかった。		9. 測量への利用 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	自己評価 (例)		
1. 拡大、縮小 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見通 <input type="checkbox"/> なるほど <input type="checkbox"/> 疑問や今後	2. 相似な図形とその性質 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	3. 相似な図形と相似比 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	4. 相似の位置 <input type="checkbox"/> 既 <input type="checkbox"/> 見 <input type="checkbox"/> なる <input type="checkbox"/> 願今	まとまりごとの振り返り 相似は、形が同じで対応する辺の比と対応する角の大きさを調べれば証明できるとわかった。	
既習：既習の学習内容で活用できたこと 見直し：自分が立てた追究を振り返って なるほど：自分が納得したこと 疑問や今後：疑問や今後にかきたいこと					

【図表13:振り返り表】

化された振り返り表にまとめさせた。そうすることで、生徒自身に、どのような考えが有効であったか、どのような学習内容を活用したのかを自覚させることができるとともに、自らの学習の成果や、自己の高まりまでも実感させていくことができると考えた。【図表13, 14】。

Hさんは「平行と合同」の単元において、つぎのような振り返りを重ね、自己の高まりを実感することができた。

<第2時 いろいろな角>  
直線のつくる角が $180^\circ$ であるということをもとにして、対頂角が等しいということがわかりました。

<第3時 平行線と角>  
前の時間に学習した対頂角の性質と、今日学習した平行線の性質を使って、平行線の錯角について説明できました。

<第4時 三角形の角>  
今回は、前の時間で分かったことを武器にして、三角形の内角の和が $180^\circ$ だということを説明できました。

<第6時 多角形の外角>  
第4時に明らかにした三角形の内角の和を使って、様々な多角形の和を表すことができた。

生徒たちは、自らの学習を振り返り、どんな知識や技能を身に付けることができたのかや、身に付けた知識や技能がどのように関連しているのかを振り返り

表にまとめることで、自らの思考を客観的に見つめることができ、自己の高まりを実感することができる。このように、補充問題、発展問題に取り組み、本時身に付けるべき学習内容が確かに身に付いていると実感させ、視点を与えて振り返り表にまとめさせることで、自己の変容を見つめさせ、自覚させることができる。さらに、学習内容のつながりまでも自覚させ、数学的な見方や考え方のよさを実感させることができると考えた。



【図表14:振り返りの様子】

6 成果と課題

- ・個に応じた「補充的指導，発展的指導」を行ったことで、学習内容を系統的に捉え、数学的な見方や考え方のよさを実感する生徒が増えた。
- ・論理的に思考を進め、既習の学習内容を活用して考えたり判断したりしようとする姿が増えてきた。
- ・一層合理的，論理的に考えを進めたり、より簡潔で的確に表したりできるような指導の工夫が必要である。