

<東海地方数学教育会発表>

【小中の関連】

自ら学び考える力を育てる数学教育の創造

～グラフから式を求める授業における指導の工夫～

岐阜県岐阜市立長良中学校 真野 純次

1 研究のねらい

平成 22 年度 4 月実施の岐阜県学習状況調査では、関数領域の出題に関わって、比例のグラフから式を求める方法を説明する問題での正答率は 36.6%であった。また、比例のグラフから式を求める問題の正答率は 55.5%あるものの、半数近くの生徒がグラフから式を求めることができていなかった。これは、グラフが比例の関係を表していることが理解できても、グラフ上から取り出した 1 点が、 $y = ax$ の関係を満たしている x と y の値であることを理解するまでに至っていない実態を表していると捉えた。

中学校では、小学校において伴って変わる二つの数量の関係を考察し、比例や反比例の関係を式で表すことについて学習を進めてきた前提に立ち、関数指導を行う。小学校では、比例の学習（全 8 時間：H 2 2 移行期間中）で、表の表し方・見方、式での表し方、グラフの表し方・見方について知り、比例の関係について理解してきている。特に、表から変化の様子を調べること（変化の見方）については、十分に特徴を考え、その見方が定着していると考えられた。そして、中学校では、それらを基盤として、表、式、グラフを相互に関連付けて関数について調べる能力を伸ばすことが大切となってくる。そのためにも、関数領域で初めて学習する第 1 学年の「比例」の学習では、表の調べ方、式の求め方、グラフのかき方を確実に身に付けさせたい。そうすることで、初めて表と式の関係、グラフと式の関係、表とグラフの関係を比例定数を中核として関連付けて考え、関数関係を調べることができるからである。

そこで、岐阜県学習状況調査の実態も踏まえて、グラフから式を求める授業に焦点をあて、以下の 2 点の実践に取り組んだ。

- 1 単位時間の役割を明確にした指導計画の作成
- 2 単位時間における指導方法の工夫

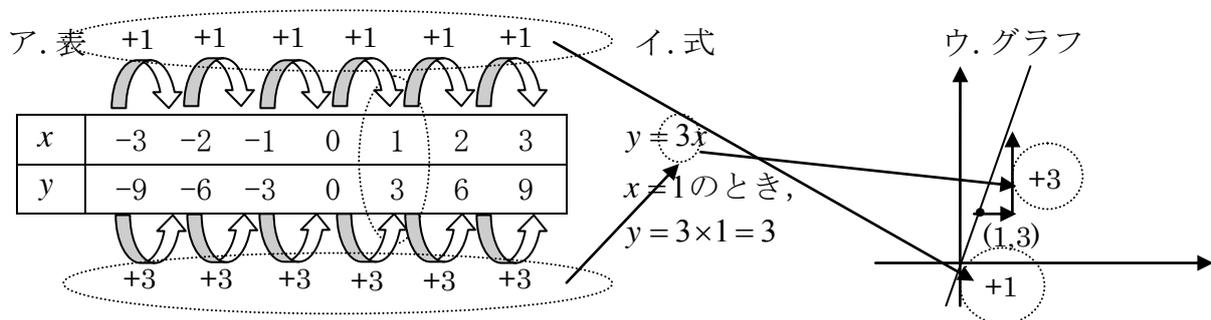
2 研究の内容

（1） 単位時間の役割を明確にした指導計画の作成

生徒一人一人が既習内容を活用して学習を進めるためには、私たち教師自身はその単元において何を指導するのか、指導内容を十分に理解し、焦点化しておくことが必要である。そこで、単元における指導内容を見直し、単元構造図として整理した。単元指導計画を作成する際には、その単元における指導内容のまとまりと指導内容の関連を明記し、単位時間のつながりを明らかにすることとした。第 1 学年「比例と反比例」の単元構造図【資料 1】、指導内容の関連図【資料 2】

さらに、小学校で身に付けた数学的な考え方がどのように中学校での学習につながっているか明らかにし、関数の内容に関わる数学的な考え方の発展系統をまとめた。【資料3】小学校からの系統をまとめる中で明らかになってきたことを踏まえ、中学校の指導において次の点を大切にしたいと考えた。

- ・生徒は小学校4年生の「変わり方」の学習から、伴って変わる数量について学習している。小学校6年生の「比例」の学習においても、4つの事例について「伴って変わる2つの数量の関係について、一方が増えるとそれにもなってもう一方も増えるもの、もう一方が減るものを選ぶ導入」がされているが、中学校の第1時においては、「ある数量が変化したときに伴って変わる数量を探し、関数関係にある2つの数量がどんな変化をしているのかを追究する」という場面を大切にする。
- ・関数として比例をとらえ直していく学習を単元の導入に位置付ける。比例と反比例だけが関数であるような誤解を避けるために、「○は△の関数である」という表現を用いて、関数についての理解を深めていく。
- ・小学校では比例について「一方が2倍、3倍・・・になると、もう一方も2倍、3倍・・・となる」、「一方が m 倍になるともう一方も m 倍になる」、「対応している比の値はどこも一定になっている」と学習している。中学校では、「 a を比例定数として、 $y=ax$ ($a=y/x$) という式で表される関係が比例である」というように比例を定義し直し、関数関係を式で判断していくことをおさえていく。
- ・小学校4年生から、表や式、グラフを利用し始めている。6年生の「比例」の学習では、表の見方（変化の見方）について時間をかけて取り扱われている。そこで、中学校では、これまで別々に学習してきた2つの数量の関係を表す重要な方法である、表、式、グラフを相互に関連付けていく活動を取り入れていく。例えば、 $y=3x$ であれば、次のように比例定数3の意味を扱っていく。



表の中の $x=1$ に対応する $y=3$ の値が、式では $x=1$ を代入したときの y の値となり、グラフでは直線上に点(1,3)があることについて扱っていく。

これらを作成することによって、私たち教師自身が指導内容をより意識して単位時間の指導をすすめることができ、自ら学び考える力を身に付けていくことにつながると考えた。

(2) 単位時間における指導方法の工夫

① 問題について

平成22年度の教科書(大日本図書)では、第4時に1組の x 、 y の値から比例定数を求めて、比例の関係を表す式を求める問題が出されていた。比例を式によって定義したことよさがわかる場面でもあると考えている。そして、第8時において、比例のグラフから x と y の関係を表す式の求め方を考える問題が出されていた。ここで生徒は次のような思考でグラフから式を求めることになると思う。

- ・ グラフは原点を通る直線である。
- ・ このグラフは比例のグラフである。
- ・ 求める式は $y = ax$ と表される。
- ・ グラフが(3,2)を通る。
- ・ $x = 3$ に対応する $y = 2$ を $y = ax$ に代入して、 a の値を求める。

岐阜県の学習状況調査の結果を踏まえ、この2つの単位時間の扱いを見直し、本時では、グラフが比例の関係を表していることを理解するとともに、グラフ上から取り出した1点 $(3, 2)$ が、 $y = ax$ の関係を満たしている x と y の値であることを理解させたいと考えた。そこで、第1学年「比例と反比例」の第10時の問題を従来の第4時と第8時をつなげて考えることができるよう以下のように問題を設定した。

【問題1】 y が x に比例し、 $x = 9$ のとき、 $y = 6$ です。このとき、 x と y の関係を表す式を求めましょう。

【問題2】 グラフが次のような直線であるとき、 x と y の関係を表す式を求めましょう。

【問題2】では、【問題1】の関係と同じ関係になる $y = 2/3x$ のグラフを取り扱った。これは、 y が x に比例するときの x と y の1組の値と、原点を通る直線上の1点は同じであることを生徒に実感させるためである。

生徒は、グラフの式を求めた全体交流のあと、グラフ上の $(9, 6)$ 以外の格子点からも式が求められることを発見するとともに、【問題1】の $x = 9$ 、 $y = 6$ は、【問題2】のグラフの多くの点のうちの1点であることを理解することができると考えた。

② 技能に重点をおいた授業展開について

前述のように問題を考え、指導内容に応じた単位時間における指導の在り方を具体的にしていっていった。単位時間の展開は、知識・技能の習得・定着を図ることに重きを置いた授業と、思考力・判断力・表現力等を育むことに重きを置いた授業では異なるはずである。そこで、指導内容に応じて展開を工夫することで、生徒が単位時間で身に付けるべき内容に焦点化でき、適切に指導できると考えた。

単元構造図をもとに単元の指導計画を作成し【資料4】、第10時における展開案を考えた。【資料5】本時を比例の式を求めるという「数学的な技能」を身に付けさせることに焦点化した単位時間であると捉え、授業の展開は前半に「比例の式を求める方法を学ぶ段階」、

後半は「学んだ技能を活用して比例の式を求める段階」という2段階で1単位時間を仕組んだ。

生徒は、まず【問題1】に取り組み、比例の式に代入して比例定数 a の値を求める方法を確認し、それを活用して【問題2】に取り組む。【問題1】では、生徒から既習内容をもとに変化の見方、対応の見方、方程式で取り組む方法など多様な考えが出されると予想した。この中から、方程式で式を求める方法に焦点化して【問題2】に取り組ませた。ここでは、グラフから1点を取り出すことと、条件を満たす1組の x 、 y の値の組を比例の式に代入して、比例の式を求めることを確実に身に付けさせることを考えた。

3 第10時の指導の実際

【問題1】において、これまでの学習とつながりをもたせたいと考え、表の一部を提示しながら、問題を提示した。そして、「この問題からわかることは何ですか。」と問いかけると、「 y は x に比例しているから、 $y=ax$ の式になる。その a の値を求めればよい。」という意見がでてきた。そして、 a が比例定数であることと、比例定数が分かれば式を求めることができることを確認した後、「比例定数 a を求めて、 x と y の関係を式で表そう。」と課題を設定した。

全体交流では、 $y \div x = a$ を用いて比例定数を求めた考え方と、 $y=ax$ に $x=9$ 、 $y=6$ を代入して方程式をつくり a の値を求めた考え方が出てきた。そして、代入して求める方法を新しい方法として位置づけた。

そして、【問題2】を提示し、「グラフからわかることは何？式を求めることはできるかな。」と問いかけた。生徒から、「分かりやすい所の座標(3,2)を $y=ax$ に代入して考えた。」という意見が出たため、「(3,2)じゃないとだめなのか？」と問い返すことで、「(3,2)以外でも、原点以外のグラフ上のどこか1点を代入すればよい」という考えを引き出した。

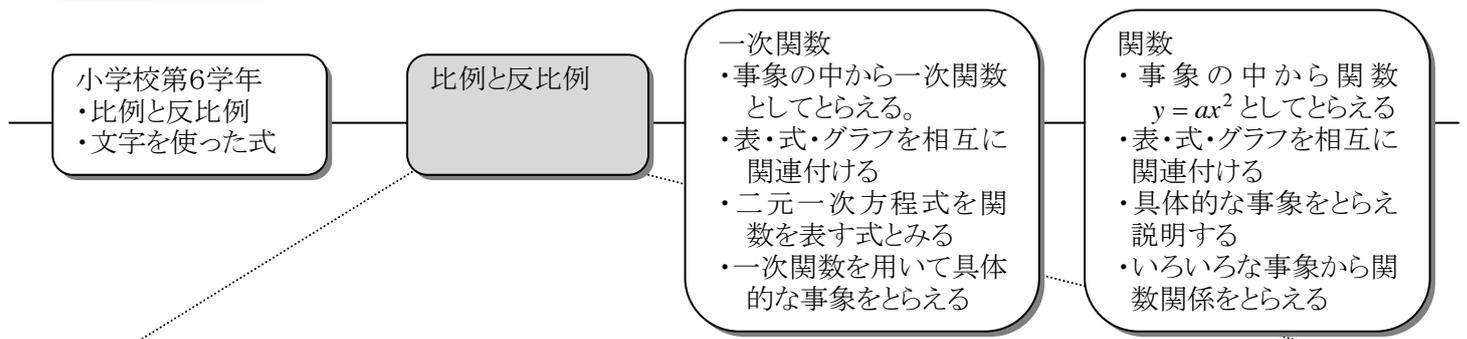
ここで、「【問題1】と比べて気がつくことはないか」と問い返し、表から式を求めることと、グラフから式を求めることの違いはあるが同じ方法で求めていることに気付かせた。これにより、表とグラフ、式とのつながりが明確になった。



4 考察

小学校での学びを捉え直し、単位時間の役割を明確にした指導の計画を作成したことで、中学校の関数指導で大切にすべきことを私たちが意識しながら指導にあたることができた。また、単位時間における指導の工夫を考えたとき、「比例の式の求め方を学ぶ段階」「学んだ技能を活用して比例の式を求める段階」を経たことで、技能の定着を図ることにつながっていくと感じた。

【問題1】や【問題2】で求めた比例定数 $2/3$ が、表やグラフのどこに表れているかを十分に確認していくことが生徒の理解を深めることにつながる。また、今回は【問題1】と【問題2】は比例定数が同じ問題を扱ったが、多くの問題に取り組んだ上で、共通点を見つけて取り組んでいくのも1つの方法であると考え。さらに、技能の習熟に重きを置いた授業においても、見方や考え方を押さえる場面は大切にしていきたい。



関係する二つの数量について、一方の値を決めれば他方の値がただ一つ決まるような関係を関数関係と理解する。

- ・「…と…は関数関係にある」、「…は…の関数である」という表現を用いて、変化や対応の様子に着目して関数関係についての理解を深める。
- ・比例と反比例だけが関数であるような誤解に陥らないよう、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。
- ・数量の関係を表に表すときは、対応する二つの値の組をはっきりとらえる。
- ・数量の関係を式に表すときは、変数と定数の違いを明らかにする。
- ・式に表すことができない関数関係もあることに注意する。
- ・グラフを用いて変数xのとり値を一つ決めれば、対応するyの値が求められることを理解できるようにする。
- ・表、式、グラフの表し方を相互に関連付け、一体となって理解できるようにする。

(用語・記号) y は x の関数である・変数・定数・変域

比例、反比例の意味を理解する。

- ・比例、反比例を、変域を負の数にまで拡張し、文字を用いた式で表現する。
 - ・比例については、比例定数をaとして、 $y = ax$ または、 $\frac{y}{x} = a$ という式で表される関係であることを理解する。
 - ・反比例については、比例定数をaとして、 $y = \frac{a}{x}$ または、 $xy = a$ という式で表される関係であることを理解する。
- (用語・記号) 比例・比例定数・反比例

座標の意味を理解する。

- ・平面における座標は「交わる 2 本の数直線を軸として、その点に二つの数の組を対応させること」で表現できることが、座標の概念であることを理解する。
 - ・原点Oで直交した 2 本の数直線によって平面上の点が一意的に表されることを理解する。
 - ・座標を用いることで、グラフを点の集合として表すことができるようにする。
- (用語・記号) x 軸・y 軸・座標軸・座標平面・座標・x 座標・

比例、反比例を表、式、グラフなどで表し、それらの特徴を理解する。

- ・変数を明確に意識し、表から変数x, yの間の関係を見だし、その関係を $y = ax$ または、 $\frac{y}{x} = a$ という式で表されるとき比例の関係にあることや比例定数aの意味を理解する。
 - ・比例のグラフは、変域を負の数にまで拡張された上で、原点を通る直線であることを理解し、比例定数aの値によってグラフがどのように変わるか明らかにする。
 - ・変数を明確に意識し、表から変数x, yの間の関係を見だし、その関係を $y = \frac{a}{x}$ または、 $xy = a$ という式で表されるとき反比例の関係にあることや比例定数aの意味を理解する。
 - ・反比例のグラフは、原点を通らない二本の曲線であることを理解し、比例定数aの値によってグラフがどのように変わるか明らかにする。
 - ・反比例のグラフは、座標平面上に点をとることにより、グラフが滑らかな曲線になることを理解する。
- (用語・記号) 双曲線

比例、反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明することができる。

- ・二つの数量の関係を表、式、グラフで表し、その関係が比例、反比例であると理解し、二つの数量の変化や対応について特徴をとらえることができるようにする。
- ・とらえた特徴を、表、式、グラフを用いて、分かりやすく説明できるようにする。
- ・日常的な事象で二つの数量の関係を表やグラフで表し、その関係を理想化したり単純化したりして考えることで、比例、反比例とみなし、変化や対応の様子について予測できることを知る。
- ・具体的な事象において、変域を意識しながら事象をとらえ、説明できるようにする。

第1学年 4章「比例と反比例」

【単元の目標】

- 具体的な事象のなかの伴って変わる2つの数量に着目し、それらの変化や対応を表、式、グラフで表す方法と考え方を理解するとともに、比例、反比例について考察し、それらの理解を深める。
- (1) 比例、反比例の意味を理解する。
- (2) 座標の意味を理解する。
- (3) 比例、反比例を表、式、グラフで表し、それらの特徴を理解する。
- (4) 比例、反比例の見方や考え方を活用できる。

- ・一方の値を決めれば他方の値がただ一つ決まるような関係を関数という。
- ・対応する二つの値の組をはっきりととらえること。
- 【①ともなって変わる2つの量】
- 【②2つの数量の関係の調べ方】
- 【③変数と変域】

<式>

- ・ $y = ax$, または $y / x = a$
- ・ 比例定数 a の意味を理解する。
- ・ $y = a / x$, または $xy = a$
- ・ 比例定数 a の意味を理解する。
- 【④比例(1) ⑪反比例(1)】

【⑩比例の式の求め方】

【⑮反比例の式の求め方】

- ・二つの数量関係を表、式、グラフで表し、変化や対応について様々な特徴をとらえる
- ・表、式、グラフを用いて特徴を分かりやすく説明する
- ・二つの数量関係を表やグラフで表し、その関係を理想化したり単純化したりすることによって、変化や対応の様子について予測できることを知ること。
- ・変数の変域を意識しながら事象をとらえる。
- 【⑯比例と反比例の利用】

【⑩比例の式の求め方】

【⑮反比例の式の求め方】

<表>

- ・二つの数量があり、一方の値が2倍、3倍・・・または $1/2$, $1/3$ ・・・と変化するのに伴って、他方の量も、それぞれ、2倍、3倍・・・または $1/2$, $1/3$ ・・・と変化する。
- ・二つの数量の一方が m 倍になれば、他方も m 倍になる。
- ・二つの数量に対応している値の比(商)に着目すると、それがどこも一定になっている。
- ・二つの数量があり、一方の量が2倍、3倍・・・または $1/2$, $1/3$ ・・・と変化するのに伴って、他方の量は、それぞれ $1/2$, $1/3$ ・・・または、2倍、3倍・・・と変化する。
- ・二つの数量の一方が m 倍になれば、他方は $1/m$ 倍になる。
- ・二つの数量の対応している値の積に着目すると、それがどこも一定になっている。

【④比例⑤比例(2) ⑫反比例(2)】

<グラフ>

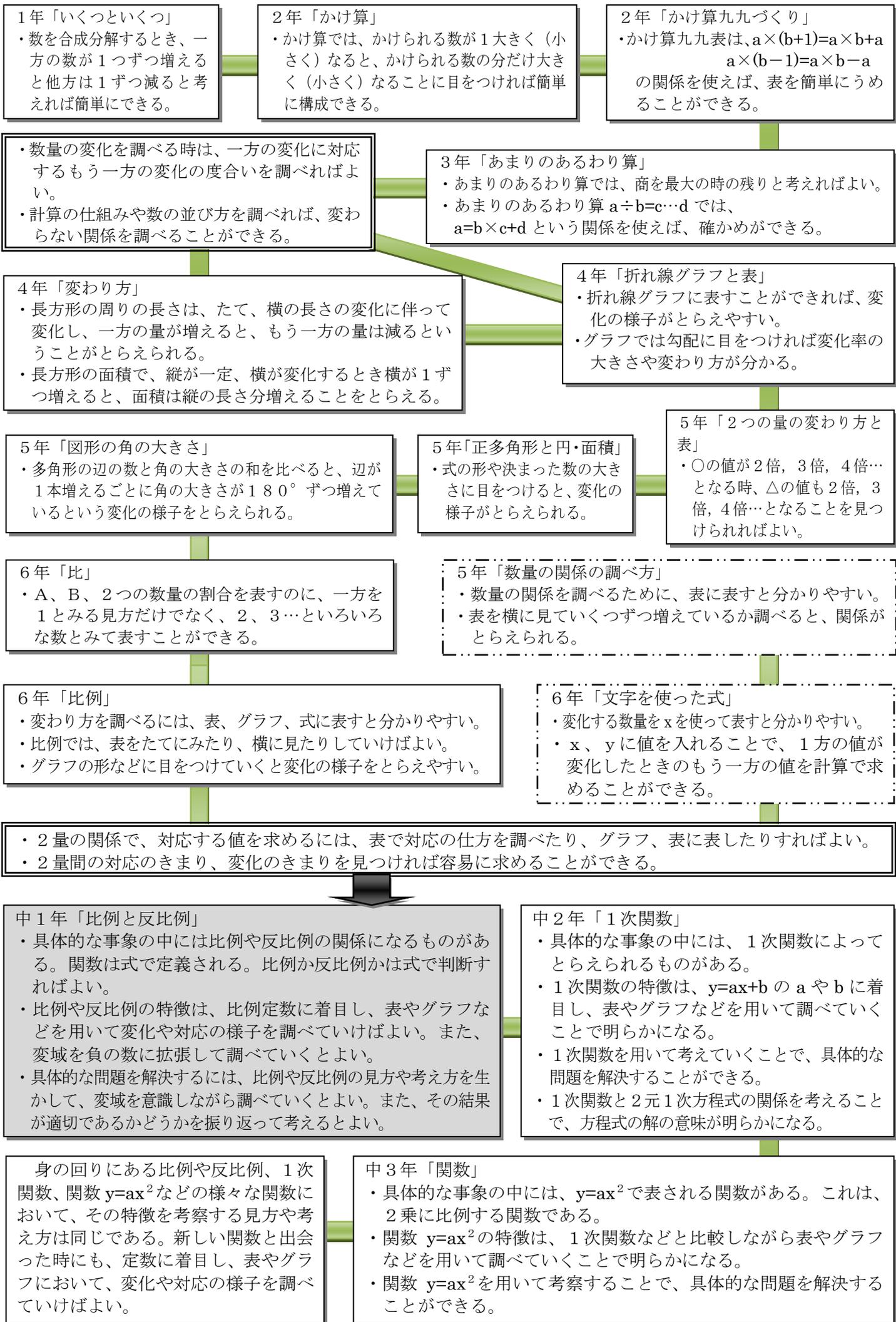
- ・座標平面を負の数まで拡張すること。
- ・グラフを点の集合として表すことができるようにする。
- ・変域が負の数まで拡張された上で、原点を通る直線であること。
- ・比例定数 a の値によってどのようにグラフが変わるかということ。
- ・原点を通らない二本の曲線となること。
- ・グラフが滑らかな曲線になることを理解すること。

【⑥座標 ⑦⑧比例のグラフ ⑨比例のグラフのかき方】
【⑬⑭反比例のグラフ】

【⑦⑧比例のグラフ】

【⑬⑭反比例のグラフ】

【資料3】 本領域の「内容に関わる数学的な考え方」の発展系統<関数の内容に関わって>



【資料4】 単元指導計画 第1学年4章「比例と反比例」

<p>1 ともなって変わる2つの量</p>	<p>いろいろな事象で、ある数量が変化するときそれに伴って変わる数量を、表や式をもとに調べることを通して、y は x の関数であることの意味を理解することができる。</p>
<p style="text-align: center;">学 習 活 動</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>図のような縦10 cm、横20 cmの長方形の紙を、頂点Aが辺AD上にくるように線分PQで折ります。折る位置をいろいろ変えると、どんな数量が変化するでしょうか。</p> <p>・APの長さ ・四角形PQB'A'の面積</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>ある数量が変化するとき、それにもなって変わる数量について調べよう。</p> </div> <p>・APの長さが10 cmのときに、四角形PQB'A'の面積が最大の100 cm²となる。 ・四角形PQB'A'の面積はAPの長さに比例している。</p> <p>xの値を1つ決めて、それに対応してyの値がただ1つに決まる時、yはxの関数であるということがわかった。xの値をただ1つ決めるときにyの値がただ1つに決まらないものもあることがわかった。</p>	<p style="text-align: center;">指 導 ・ 援 助</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> 数量関係の見方や調べ方 簡単な比例の関係についての理解 文字を用いた式の表し方 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> 「yはxの関数である」という意味を理解させるために、xの値をただ1つ決めるときにyの値がただ1つに決まらないものを提示して理解の定着を図る。 </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> 事象の中から、伴って変わる2つの数量を見いだそうとする。 <p>【関】</p> <ul style="list-style-type: none"> 「yはxの関数であること」の意味を理解する。【知】 </div>
<p>2 2つの数量の関係の調べ方</p>	<p>2つの数量の関係を調べることを通して、表、式、グラフを使うことのよさに気づき、それらを使って調べようとしている。</p>
<p style="text-align: center;">学 習 活 動</p> <p>Aさんが1秒間に20 cm上昇するエスカレーターに乗って1階から5 mの高さの2階まで行くとき、時間の経過にもなって、どんな数量が変わっていくでしょうか。</p> <p>・1階からの高さや2階までの高さ ・2階に着くまでの時間</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>時間がたつにつれて2階までの高さがどのように変化するか調べよう。</p> </div> <p>・乗ってからの時間をx秒、高さをy cmとすると、式は$y = 20x$となる。 ・グラフは直線となる。一定の高さが増えていることがわかる。</p> <p>表で表すときまりが見つけやすい。式は関係を端的に表すことができる。グラフは、2つの数量の変化を視覚的にとらえやすい。この単位では表、式、グラフを用いて関係を表していけばよいことがわかった。</p>	<p style="text-align: center;">指 導 ・ 援 助</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>活用させる既習事項</p> <ul style="list-style-type: none"> 簡単な比例の関係（表、式、グラフの表し方）についての理解 文字を用いた式の表し方 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> 表、式、グラフの考えが出たところで、それぞれのよさは何だろうかと問いかけることで、それぞれのよさを位置付け単元の学習の基盤とする。 </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> 伴って変わる2つの数量の関係を表やグラフ、式で表すことができる。【技】 </div>
<p>3 変数と変域</p>	<p>対応表をもとにxの値に対応するyの値を求めることを通して、ともなって変わる2つの数量の特徴を明らかにしていくには、変化の見方や対応の見方をすればよいことに気付くとともに、変数や変域の意味を理解することができる。</p>
<p style="text-align: center;">学 習 活 動</p> <p>60L 入る空の容器に、毎分 5L ずつ水を入れ、満水になったら水を止めます。何分で満杯になるのかを調べよう。</p> <p>・0分から始まって12分で満水になる。 ・その時、容器に入る水は0Lから60Lの間になる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>変域の表し方を理解しよう。</p> </div> <p>・xの変域が3より大きい範囲のすべての数 $x > 3$ $3 < x$ ・xの変域が3より小さい範囲のすべての数 $x < 3$ $3 > x$ ・xの変域が3以上の範囲のすべての数 $x \geq 3$ $3 \leq x$ ・xの変域が2以上5以下のすべての数 $2 \leq x \leq 5$</p> <p>ともなって変わる2つの数量をあらわすときには変域に注意することがわかった。また、不等号を用いて変域をあらわすこともわかった。</p>	<p style="text-align: center;">指 導 ・ 援 助</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>活用させる既習事項</p> <ul style="list-style-type: none"> 表、式、グラフの表し方 数直線の表し方 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> 変数と変域の意味を理解するために定義を確認し、変域の表し方について、例を挙げながら説明する。言葉と式と数直線を対応させて説明をしていく。 </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> xやyの値の範囲を意識して、表やグラフをかくことができる。【技】 不等号や数直線上で変域の表し方を理解することができる。【知】 </div>

<p style="text-align: center;">4 比例 (1)</p>	<p>2つの数量の関係を見いだすには、変化や対応の見方をすればよいことに気付き、変域に負の数が含まれる場合も含めて $y = ax$ の関係が成り立てば、y は x に比例するといえることがわかる。</p>
<p style="text-align: center;">学 習 活 動</p>	<p style="text-align: center;">指 導 ・ 援 助</p>
<p>東へ分速 2 km で走る電車が、ある地点Aを通過しました。その 3 分後にはどこにいますか。また、その 3 分前にはどこにいたのでしょうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> 東を+とすると、1 分で 2 km 進む。 1 分前は -1 となり、西へ 2 km のところにいる。 <p style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;">表をもとにして x と y はどのような関係にあるか調べよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> x の値が 2 倍 3 倍…となると、y の値も 2 倍 3 倍…となっているので比例している。これは x の値が負の数ときでも言える。 $y \div x$ の値はすべて 2 となっている。式で表すと $y = 2x$ となる。 <p style="border: 1px dotted black; padding: 2px;">$y = ax$ の式で表されるものを「y は x に比例する」ということがわかった。小学校と違って式で定義されることがわかった。</p>	<p>活用させる既習事項</p> <ul style="list-style-type: none"> 反対向きの性質をもった数量 数量関係の見方や調べ方 簡単な比例の関係についての理解 文字を用いた式の表し方 <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> 小学校で学習してきた比例との違いを確認しながら、表を変化の見方や対応の見方で見ることについて、この 1 時間で定着を図る。 <p style="border: 1px dotted black; padding: 2px;">変化の見方や対応の見方を使って、$y = ax$ の関係が成り立てば、y は x に比例するといえることを理解することができる。【知】</p>
<p style="text-align: center;">5 比例 (2)</p>	<p>比例定数が負の数であっても変化や対応の見方をもとにすれば、比例の関係が成り立つかどうかを判断できることに気付き、比例の関係を考察することができる。</p>
<p style="text-align: center;">学 習 活 動</p>	<p style="text-align: center;">指 導 ・ 援 助</p>
<p>西へ分速 2 km で走る電車が、ある地点Aを通過しました。その 3 分後にはどこにいますか。また、その 3 分前にはどこにいたのでしょうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> 前の時間と同じように表に表してみると、x の値が増加すると y の値が減少している。これは比例と言えるのだろうか。 <p style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;">x と y の関係は比例といえるのかはっきりさせよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> x の値が 2 倍 3 倍…となると、y の値も 2 倍 3 倍…となっているので比例している。これは x の値が負の数ときでも言える。 $y \div x$ の値はすべて -2 で、$y = -2x$ となり、$y = ax$ の形になっているので比例だ。 <p style="border: 1px dotted black; padding: 2px;">x の値が増加し、y の値が減少するものでも、式に表してみると比例の関係にあることがわかった。比例の定義にいつもあてはまるかを考えていきたい。</p>	<p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> 反対向きの性質をもった数量 数量関係の見方や調べ方 簡単な比例の関係についての理解 文字を用いた式の表し方 <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> 「比例であると言い切れるのはなぜか。」と問い返すことで、比例かどうかを判断するためには、定義にあてはめて、式で判断しなくてはいけないことを確認する。 <p style="border: 1px dotted black; padding: 2px;">負の数に変域を拡張しても、y を x の式で表して、比例かどうかを判断することができる。【見・考】</p>
<p style="text-align: center;">6 座標</p>	<p>変域に負の数が含まれてもグラフをかくには、座標平面を拡張すればよいことに気付き、座標と点の位置との関係がわかり、点の集合としてグラフが書かれていることを理解することができる。</p>
<p style="text-align: center;">学 習 活 動</p>	<p style="text-align: center;">指 導 ・ 援 助</p>
<p>$y = 2x$ のグラフをかきたい。どのようにかいたらよいのか考えよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> x の値が正の数の時には点がとれた。x の値が負の数の時の表し方がわかればグラフがかけられる。 <p style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;">x や y の値が負の数の場合の点のとり方を理解しよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 負の数を数直線で表した時に、正の数と反対側に線を延ばして考えた。今回も同じようにグラフの縦軸と横軸を反対方向へ延ばして考えればよい。 <p style="border: 1px dotted black; padding: 2px;">どんな x と y の値の組も座標平面上に表すことができた。その点はただ 1 つの座標平面上の点であることがわかった。これですべての比例のグラフがかけられるはずだ。</p>	<p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> 数直線の表し方 比例の関係 (表の表し方) についての理解 <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> 今後グラフをかく時の基盤となる授業であるので、ものの位置の表し方について確認した後、実際にはとりにくい点の位置をイメージさせて定着を図る場を設ける。 <p style="border: 1px dotted black; padding: 2px;">座標軸、座標平面、座標の意味を知り、平面上の点の位置を表すのに座標が使われていることを理解する。【知】</p>

<p style="text-align: center;">7 比例のグラフ (1)</p>	<p>比例定数が正の数の場合の比例のグラフをかくには、表から対応する x、y の値の組を座標とする点を座標平面上にとればよいことに気付き、比例定数が正の数のグラフをかくことができる。</p>
<p style="text-align: center;">学 習 活 動</p>	<p style="text-align: center;">指 導 ・ 援 助</p>
<p>(1) $y = 2x$ (2) $y = 3x$ (3) $y = x/2$ のグラフをかいてみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 点を座標平面上にとっていくと一直線上に並びそうだ。 点を小刻みにとると直線になる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">比例のグラフ (2) (3) をかいて特徴を調べよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> x の値が大きいほど傾きが急 (y 軸に近づく) になる。 x の値が増加すると y の値も増加するので、原点を通る右上がりの直線になる。 <p style="border: 1px dotted black; padding: 5px;">比例のグラフが点を小刻みにとることで原点を通る右上がりの直線になることがわかり、グラフをかくことができた。比例定数が負の数の場合も同じようにして特徴を探ることができそうだ。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> 座標軸、座標平面、座標についての理解 比例の関係 (式から表) についての理解 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> シミュレーションソフトを用いて、点の集合が直線になることを確認する。比例定数を変えても3つのグラフに共通して言えることは何か問い返すことで、特徴をまとめていく。 </div> <div style="border: 1px dotted black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> 比例定数が正の数の場合の比例のグラフをかくことができる。【技】 </div>
<p style="text-align: center;">8 比例のグラフ (2)</p>	<p>比例定数が負の数の場合の比例のグラフをかくには、表から対応する x、y の値の組を座標とする点を座標平面上にとればよいことに気付き、比例定数が負の数のグラフの特徴を考察することができる。</p>
<p style="text-align: center;">学 習 活 動</p>	<p style="text-align: center;">指 導 ・ 援 助</p>
<p>(1) $y = -2x$ (2) $y = -3x$ (3) $y = -x/2$ のグラフをかいてみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 前時と同じように表から考えるとできそうだ。 比例定数が負の場合には違う特徴がでてきそうだ。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">比例定数が負の数の場合のグラフをかいて特徴を調べよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> x の値が大きいほど傾きが急 (y 軸に近づく) になる。 x の値が増加すると y の値も増加するので、原点を通る右上がりの直線になる。 <p style="border: 1px dotted black; padding: 5px;">比例定数が負の数の場合も、比例定数が正の数の場合と共通していることがあった。グラフのかき方もわかった。比例定数の絶対値が大きいほど y 軸に近づくことがなるほどと思った。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> 座標軸、座標平面、座標についての理解 比例の関係 (式から表) についての理解 比例定数 $a > 0$ の場合のグラフの特徴の理解 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> 前時の学習内容と比較して発言できるように、既習事項をまとめておく。表に表れている特徴がグラフのどこに表れているか考えさせることで、グラフの理解を深める。 </div> <div style="border: 1px dotted black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> 比例定数が正の数のときと負の数のときのグラフの特徴を比較することで、統合的に捉えることができる。【見・考】 </div>
<p style="text-align: center;">9 比例のグラフのかき方</p>	<p>比例のグラフは原点以外のグラフ上の1点と原点を通る直線をかけばよいことに気付き、比例のグラフを手際よくかくことができる。</p>
<p style="text-align: center;">学 習 活 動</p>	<p style="text-align: center;">指 導 ・ 援 助</p>
<p>$y = 2x$、$y = -3x$ のグラフをかいてみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> これまでの学習から、表を作ればグラフがかけるはず。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">グラフを手際よくかく方法を考えよう。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> 表を作ってすべての点をとればグラフをかくことができるけど、比例のグラフは原点を通る直線なので直線が通る2点がわかればかける。 x の値に1を代入すると、y の値が2で、原点と(1, 2)を通る直線をかけばよい。 $y = -3x$ でも同じことがいえる。原点と(1, -3)を通る直線をかけばよさそうだ。$y = \frac{2}{3}x$ だったら原点と、(3, 2)を通る直線をかけばよい。 <p style="border: 1px dotted black; padding: 5px;">比例のグラフを手際よくかくには、原点とそれ以外の1つの点を決めて直線をかけばよいことがわかった。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> 座標軸、座標平面、座標についての理解 比例の関係 (式から表) についての理解 比例定数が正の数と負の数のときのグラフの特徴の理解 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> 原点とそれ以外の1つの点をとればよいことがわかった後、ペアでグラフのかき方を説明する場を設け、定着を図る。 </div> <div style="border: 1px dotted black; padding: 5px;"> <ul style="list-style-type: none"> 比例のグラフを原点とそれ以外の1つの点を取り、かくことができる。【技】 </div>

10 比例の式の求め方	本時	
11 反比例(1)	2つの数量の関係を変化や対応の見方をしていく中で、「 $y = a/x$ 、 x の値が n 倍になると、 y の値が $1/n$ になる」関係があることに気づき、反比例の特徴を考察することができる。	
学 習 活 動		指 導 ・ 援 助
<p>面積が12 cm²の長方形をいくつかかいて、縦の長さが変わると横の長さはどのように変わるかを表にまとめてみよう。</p> <p>・横の長さをx cm、縦の長さをy cmとして表を作ると、yはxに比例しているとは言えない。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">この表からxとyはどのような関係にあるかを調べてみよう。</p> <p>・変化の見方で見るとxの値が2倍、3倍…となると、対応するyの値は$1/2$、$1/3$…となっている。</p> <p>・対応の見方で見ると、常に$xy = 12$となっている。つまり、$y = 12/x$となる。</p> <p>比例の場合と違ってx、yの値が常に一定になるものを反比例ということがわかった。表を変化や対応の見方を見て特徴をつかむことは、比例と同じだ。</p>		<p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> ・数量関係の見方や調べ方 ・文字を用いた式の表し方 ・比例の関係についての理解 <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> ・変化や対応の表の見方をもう一度確認するとともに、比例と比較して発言させる中で、特徴をまとめていく。 <p>・変化の見方や対応の見方を使って、表に表れる反比例の特徴を考察することができる。【見・考】</p>
12 反比例(2)	比例定数が負の数の場合について、反比例の特徴を調べることを通して、比例定数が正の数の場合と同様に反比例の性質が成り立つことに気づき、表から反比例の特徴を考察することができる。	
学 習 活 動		指 導 ・ 援 助
<p>$y = -6/x$で、比例定数が正の数の場合と同じような特徴があるだろうか。</p> <p>・比例定数が負の数になっても、比例定数が正の数の場合で考えたように同じような特徴があると思う。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">変域が負の数の場合、比例定数が負の数の場合の特徴を調べよう。</p> <p>・比例定数が負の数の場合でも、変化の見方で見るとxの値が2倍、3倍…となると、対応するyの値は$1/2$、$1/3$…となっている。</p> <p>・対応の見方で見ると、常に$xy = -6$となっている。</p> <p>・xの値が増加すると、対応するyの値はxの値が正の数の範囲で増加して、負の数の範囲でも増加する。</p> <p>比例定数が負の数の場合、xの値が同じ符号の範囲内で増加すると、対応するyの値も増加することがわかった。</p>		<p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> ・数量関係の見方や調べ方 ・比例の関係についての理解 ・変域の表し方 <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「比例定数が正の数の場合と比べて、共通点と相違点は何だろうか。」と問い返すことで、比例定数が正の数の場合と比較して考えることができるようにする。 <p>・xの変域が正の数と負の数の場合に分けて、反比例の特徴を考察することができる。【見・考】</p>
13 反比例のグラフ(1)	比例定数が正の数の場合の反比例のグラフをかくには、表から対応する x 、 y の値の組を座標とする点を座標平面上にとればよいことに気づき、比例定数が正の数の特徴を考察することができる。	
学 習 活 動		指 導 ・ 援 助
<p>次の反比例を表す式のグラフをかいてみよう。</p> <p>(1) $y = 12/x$ (2) $y = 6/x$</p> <p>・比例のグラフの時と同じように、表を作って、点を小刻みにとっていけばどんなグラフになるかわかる。</p> <p>・比例のグラフとは違って直線にはなりそうにない。</p> <p style="border: 1px solid black; padding: 2px;">反比例のグラフをかき、その特徴を調べよう。</p> <p>・xの値が正の数で考えたら、グラフは曲線になった。また、xの値が負の数の場合でも同じようなことがいえる。</p> <p>・xの値が増加するとyの値は減少している。原点を通らない。</p> <p>反比例のグラフは比例のグラフと違って、なめらかな双曲線になることがわかった。比例定数が負の数のグラフも同じようになりそうだ。</p>		<p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> ・座標軸、座標平面、座標についての理解 ・反比例の関係(式から表)についての理解 ・比例定数が正の数と負の数のときのグラフの特徴の理解 <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$x = 1.5$の時のyの値はいくつか問い返すことで、式に代入して値を求める方法を理解させるとともに、点と点の間がせまくなり、なめらかな曲線になることに気付かせていく。 <p>・座標を細かくとることで、グラフが曲線になることをつかむことができる。【見・考】</p>

<p>14 反比例のグラフ(2)</p>	<p>比例定数が負の数の場合の反比例のグラフをかくには、表から対応する x、y の値の組を座標とする点を座標平面上にとればよいことに気付き、比例定数が負の数のグラフの特徴を理解し、かくことができる。</p>
<p>学 習 活 動</p>	<p>指導・援助</p>
<p>次の反比例を表す式のグラフをかいてみよう。</p> <p>(1) $y = -12/x$ (2) $y = -6/x$</p> <p>・比例定数が負の数になったただけだからなめらかな曲線になる。</p> <p>比例定数が負の数の場合の反比例のグラフをかき、その特徴を調べよう。</p> <p>・比例定数が正の場合とグラフの位置が違ってきている。 ・x の値が増加すると y の値も増加している。 ・比例定数の絶対値が大きいほど軸に近づくが、グラフが軸にふれることはない</p> <p>比例定数が負の数の場合は、グラフが座標平面上の左上と、右下に表れることがわかった。原点を通らないことや軸にふれないことは変わらないことであることもわかった。</p>	<p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> ・座標軸、座標平面、座標についての理解 ・反比例の関係(式から表)についての理解 ・比例定数 $a > 0$ の場合のグラフの特徴の理解 <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> ・前時の学習内容と比較して発言できるように、既習事項をまとめておく。表に表れている特徴がグラフのどこに表れているか考えさせることで、グラフの理解を深める。 <p>・対応表をつくり、一つ一つの座標をとってグラフをかくことができる。【技】</p>
<p>15 反比例の式の求め方</p>	<p>反比例が $y = a/x$ で表されたり、グラフが双曲線であったりすることから、1点をとることで文章から式を求めたり、グラフから式を求めたりすることができる。</p>
<p>学 習 活 動</p>	<p>指導・援助</p>
<p>y は x に反比例しています。$x = 8$ のとき、$y = 2$ でした。この関係を式で表すとどうなるでしょうか。</p> <p>・反比例の関係なので、$y = a/x$ と表せる。 ・$xy = a$ なので、a の値は16だ。よって式は、$y = 16/x$ だ。</p> <p>反比例のグラフから式を求める方法を考えよう。</p> <p>・a の値が正の数だと、グラフは右上と左下に表れた。だから、比例定数は正だとわかる。最初の問題でやったのと同じで、反比例の関係は $xy = a$ で表されるから、1点を見つけて代入すればよい。</p> <p>反比例のグラフから式を求めるには、グラフから1点を探して、$xy = a$ に代入すればいいことがわかった。文章から式を求めるのも、グラフから式を求めるのも同じやり方で求めることができる。</p>	<p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> ・座標軸、座標平面、座標についての理解 ・反比例の関係についての理解 ・反比例のグラフの特徴の理解 <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> ・練習問題も含め、比例の事象だけでなく、反比例の事象にも触れることができるようにする。 <p>・1組の x、y の値の組から反比例の式を求めることができる。【技】</p>
<p>16 比例と反比例の利用</p>	<p>具体的な事象における2つの数量の関係を、表、式、グラフをもとに考察することを通して、定義に基づいて比例か反比例かを判断することができる。</p>
<p>学 習 活 動</p>	<p>指導・援助</p>
<p>学校からA湖まで、Pさんは自転車に乗って行きました。これはその進行の様子を表したグラフです。このグラフからどんなことがわかりますか。</p> <p>・グラフが原点を通る直線になっているので時間と道のりは比例の関係にある。 ・20分で4km進んでいるので、速さは0.2km/分。</p> <p>時速3kmで同時に出発したQさんの進行の様子を書き込み、16分後に2人はどれだけ離れているか求めよう。</p> <p>・Pさん $\rightarrow y = x/5$, Qさん $\rightarrow y = x/20$ $x = 16$ の時の y の値はそれぞれ、$y = 16/5, y = 4/5$ よって、$12/5$ km離れている。</p> <p>グラフから条件を読み取り、式で表すことで、身の回りにある事象について比例か反比例か判断し問題を解くことができることがわかった。</p>	<p>活用させる既習内容</p> <ul style="list-style-type: none"> ・数量関係の見方や調べ方 ・文字を用いた式の表し方(比例・反比例) ・比例、反比例のグラフのかき方 <p>指導内容に応じた授業展開の工夫</p> <ul style="list-style-type: none"> ・練習問題も含め、比例の事象だけでなく、反比例の事象にも触れることができるようにする。 <p>・根拠をはっきりとさせ、比例か反比例かを判断することができる。【見・考】</p>
<p>17 18 単元のまとめ</p>	<p>これまで学習してきたことをもとにして問題を解き、単元のまとめを行う。 ワークP132, 133</p>

5. 実践授業

1年A組 数科学習指導案

日 時：平成23年11月8日（火）
場 所：高山市立久々野中学校1年A組教室
学 級：1年A組(男子5名 女子14名)
授業者：北出 敦士

1 単元名 「比例と反比例」

2 指導の立場

(1) 単元について

これまで生徒たちは、小学校低学年の乗法の学習からその時々で数を拡張しながら、比例の見方や考え方を学習してきている。また、割合についても、倍概念に始まり、乗法や除法、割合の意味、比の学習を通して、2つの数量の表現として学んできている。関数的な見方や考え方は、4年生以降から表やグラフ、言葉の式、比例の変化の様子についても触れてきている。そして、6年生では比例の意味について理解し、簡単な場合について、表や式、グラフなどを用いてその特徴を調べることを学習してきている。また、中学校では前単元までに、取り扱う数の範囲を「自然数を含む正の数や0」から「負の数」まで拡張し、文字を用いて数量関係や法則を式に表したり、式を読み取ったりしてきた。

本単元のねらいは、「具体的な事象を調べることを通して、比例と反比例の特徴を理解し、変数を負の数まで拡張し、関数的な関係を表や式、グラフなどによって表現する力を養うと共に、具体的な事象の中に関数関係を生徒自ら見だし、表現し考察する能力を伸ばす」ことである。

また、本単元に関わる中核となる数学的な見方や考え方を以下のように捉えた。

- 比例や反比例の特徴は、比例定数に着目し、表やグラフなどを用いて、変化や対応の様子を調べる。また、変域を負の数に拡張して調べていく。
- 関数は式で定義され、比例か反比例かは式で判断する。

この中核となる数学的な見方や考え方を身に付けていくために、単元を構成するにあたり、次のことに留意し、単元構造図(別紙)を作成した。

- ① 単元の導入では、具体的な事象から、身のまわりには様々な伴って変わる2つの数量があることに気付き、関数の用語について理解する場を位置づける。
- ② 単元の展開の前段では、伴って変わる2つの数量の関係を見いだすには、その2つの数量の変化や対応の様子を調べればよいことに気付かせ、比例の定義や性質をもとに、表や式、グラフを関連させて捉えることができるようにしていく。そして、展開の後段では、前段で身に付けた関数的な見方や考え方を活用して、新たな関数である反比例の定義や性質を、表や式グラフを関連付けて考察していけるようにする。
- ③ 単元の終末では、日常生活における比例や反比例の事象を考察する事で、日常の事象に比例、反比例の考え方を活用する場を位置づけていく。その際には、変域を明確にし、変域を意識しながら事象を考察していくことを大切にしていく。

(2) 生徒の実態について

中学校に入学して半年以上が過ぎた。小学校までは単学級であったが、中学校で初めて

二つの小集団学級に分かれたため、序盤は戸惑いもあったが、今は落ち着いて学習に取り組んでいる。全体的に数学への関心は高く、問題に意欲的に取り組むことができる。また、自分の考えを仲間に伝えようと積極的に挙手発言する生徒が多い。これまでの学習を通して、考えを仲間に伝えるときに、自分なりの根拠を明確にして説明したり、聴き手を意識して短く区切って話したりできる生徒が増えてきた。しかし、少し抵抗感の強い問題になると問題解決に受け身的な態度になってしまう姿がある。このような実態から抜け出すことができるように、既習内容との関連性を考えながら、図に表したり、具体的な数字に置き換えたりして、自分なりに数理を追究していく姿を求めていきたい。そのために、生徒の追究の歩みにあるよさを価値付けることで、問題を解決していく学び方を身に付けていけるように指導・援助をしている。

本単元では、伴って変わる2つの数量の関係を見いだす際に、表を作って変化の見方や対応の見方を用いて調べたり、その関係の特徴を表や式、グラフを関連付けながら考察したりすることで、自分なりの考えをもって伝えることができるので、その追究の仕方を価値付けながら、自分自身の追究の歩みに自信をもたせていきたい。

(3) 本時について

本時は、 y が x に比例する関係があるとき、その条件を満たす1組の x 、 y の値の組から比例定数 a を求め、 x と y の関係を式に表すことができるようにする学習である。

導入の段階では、 y が x に比例する場合は式が $y = a x$ であることを確認し、与えられた条件から式を求める問題であることをつかませる。その際に、与えられた条件が表の一部から読み取った x 、 y の組であることがわかるように提示し、関連する既習内容を想起させたい。その上で、何がわかれば式が決まるのかを問い、「比例定数 a を求めて、 x と y の関係を式で表すにはどうすればいいのか」という課題意識をもたせたい。

展開前段では、比例定数の意味や式の操作から、比例定数 a を求める方法を考えさせたい。なかなか考えをもてない場合には、何につまずいているのかをつかんだ上で、表の学習に立ち戻らせて既習事項を想起させたり、与えられた x 、 y の値の組と式とのつながりを問いかけたりして、個に応じた指導・援助をしていく。

全体交流1では、根拠を明確にしながら伝えようとしている姿を価値付ける。式に代入して求める方法は、本時で習熟を図りたい考え方なので、全体交流後半でのペア交流で、その考え方を説明し合う場を位置付け、全員にその解法を経験させる。

展開後段では、原点を通る直線のグラフから式を求める問題を位置付ける。まず、原点を通る直線は比例のグラフであり、式は $y = a x$ で表されることを確認する。そして、前問の解き方を生かして考えることはできないかと投げかけ、式に代入して比例定数 a を求める方法を使って解くように促す。解決できた生徒には、「他の座標でも同じように比例定数が求められないか」と問いかけ、習熟を図るようにする。

全体交流2では、グラフ上にある原点以外の点の座標を読み取り、 $y = a x$ の式に x 座標と y 座標を代入して比例定数を求める方法を中心に扱っていく。全体交流の最後で、問題1と比べて、気付くことはないかと問いかけ、「表から式を求める」ことも「グラフから式を求める」ことも、どちらも条件を満たす x 、 y の値の組が1組わかれば、 $y = a x$ の式に代入して式を求めることができることに気付かせ、まとめとしたい。

終末の段階では、時間を確実に確保し、本時の学習内容を確実に定着させるとともに、追究態度や見方や考え方のよさが自覚できるように学習プリントで振り返りを行う。その中で、歩みのよさを価値付け、これからの学習に対する意欲を膨らませ、次時以降につなげていきたい。

○ 本時の評価規準

1組の x 、 y の値の組から、比例の式を求めることができる。【技能】

3 研究内容に関わって

平成22年度4月実施の岐阜県学習状況調査では、関数領域の出題に関わって比例のグラフから式を求める求め方を説明する問題が出題され、その正答率は36.6%であった。比例のグラフから式を求める問題の正答率は55.5%あるものの、半数近くの生徒がグラフから式を求めるとき、根拠を持って比例定数を求めることができていないのが実態である。これらの実態は、平成22年度の調査に限らず、平成15年度と同調査実施以来、同様な問題において毎年30%台後半から50%台前半の正答率にとどまっており、大きな課題となっている。このような結果となっているのは、原点を通る直線のグラフが比例の関係を表すことは理解できるが、①グラフ上から取り出した1点を式 $y = ax$ に代入すると等式が成り立つことや②比例定数 a が商 y / x の値であること、③直線の傾きを表していることの理解が不十分であることが要因であると捉えている。

また、小学校までに、伴って変わる2つの数量の関係を考察し、比例や反比例の関係を式で表すことについて学習を進めてきた前提に立ち、中学校では表、式、グラフを相互に関連づけて関数について調べる能力を伸ばすことができるように関数の指導をしていく。そのためには、関数領域の初めの学習である第1学年の「比例」では、表の調べ方、式の求め方、グラフのかき方を確実に身に付けさせたい。その上で、表と式の関係やグラフと式と関係、表とグラフの関係を変化の割合を中核としながら関連付けて考え、関数関係を調べていけるようにしていきたい。

これらのことを踏まえ、今年度は「 y が x に比例する関係があるとき、その条件を満たす1組の x 、 y の値の組を比例の式 $y = ax$ に代入すれば、比例定数 a を求められることがわかり、比例の式を求める」ことをねらいとする授業に焦点をあて、実践を試みる。

(1) 単位時間ごとの指導内容の明確化

本単元では、関数を定義し、比例と反比例をもとに表・式・グラフを用いて関数を考察する方法を身に付けていくことを大きなねらいとしている。その際に、表・式・グラフを関連づけながら、関数を調べていくことが大切である。

そこで、別紙の単元構造図で示した通り、本単元の単位時間ごとの役割を明確にし、つながりを大切にしながら学習内容を習得できるようにした。また、単元構成においては、「1組の x と y の値の組から比例の式を求める」時間と「グラフから比例の式を求める」時間を組み合わせ、 x と y の関係を式に表す方法を焦点的に学んでいくことができるようにした。

以上のようなことに配慮し、単位時間の役割を明確にした単元指導計画を作成した。

(2) 指導内容に応じた単位時間における指導方法の工夫

ア 単位時間の役割に応じた素材開発

y が x に比例する関係にあるとき、その条件を満たす1組の x と y の値の組から、比例の式を求める問題(1)に取り組みさせた後、その考え方を生かして、原点を通る直線のグラフから式を求める問題(2)に取り組みさせる。そうすることで、比例の式 $y = ax$ に1組の x と y の値を代入して、 x と y の関係を式に表していく方法に焦点を当て、確実に習得させていきたい。

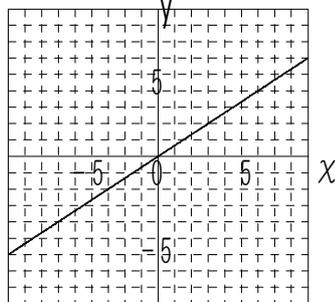
イ 指導内容に応じた授業展開の工夫

- 問題(2)で全員が同じ土台に立ち、確実な習熟を図ることができるように、問題(1)の全体交流後に、代入して求める方法を新しい解き方として位置付け、その解き方を全員に経験させるためにペア交流を位置付ける。
- 問題(2)に取り組む際に、「問題(1)で使った考え方を生かして、問題を解くことができるか」と問いかけることで、式に代入して比例定数を求める方法を習得させる。
- 問題(2)の全体交流後に、問題(1)と比較させることで、表、式、グラフとの関連性をつかませる。

【資料5 第10時の展開案】

(1) **ねらい**: y が x に比例する関係があるとき、その条件を満たす1組の x , y の値の組を比例の式 $y = ax$ に代入すれば、比例定数 a を求められることがわかり、比例の式を求めることができる。

(2) 学習展開

学 習 活 動	研究内容にかかわる具体的な手立て(☆), 指導・援助(・)
<p>1 確かな課題をつかむ活動を位置付ける。</p> <p>【問題1】 yがxに比例し、$x = 9$のとき、$y = 6$です。このとき、xとyの関係を表す式を求めましょう。</p> <p>○わかること、求めることは何か？</p> <ul style="list-style-type: none"> ・yがxに比例するから、式は$y = ax$だ。 ・比例定数aがわかれば、式は決まる。 <p style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">比例定数aを求めて、xとyの関係を式で表そう。</p> <p>2 比例定数aを求める活動を位置付ける。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>【対応の様子から】</p> <p>商y/xは一定で比例定数aと等しいから、 $x = 9$, $y = 6$を代入すると、 $a = 6/9 = 2/3$だ。 だから、式は $y = 2/3x$</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p>【$y = ax$に代入して】</p> <p>式$y = ax$に $x = 9$, $y = 6$を代入すると、 $6 = a \times 9$ $a = 2/3$ だから、式は $y = 2/3x$</p> </div> </div> <p>3 筋道を立てて考え、交流する場を位置付ける。</p> <p>○比例定数aをどのように求めればいいですか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・比例定数aは商y/xの値から求めることができる。 ・式$y = ax$に代入すれば、aについての1次方程式になる。 <p>○ペア交流(式に代入して求める方法を説明し合う)</p> <p>4 式操作で比例定数を求めるよさを実感できる場を位置付ける。</p> <p>【問題2】 グラフが次のような直線であるとき、xとyの関係を表す式を求めましょう。</p>  <p>○問題(1)の解き方を生かして考えることはできませんか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・原点を通る直線だから、yはxに比例して、式は $y = ax$ だ。 ・通る点の座標がわかれば、比例定数aを求められる。 <p>【$y = ax$に代入して】 (3, 2)を通るので、式$y = ax$に$x = 3$, $y = 2$を代入すると、 $2 = a \times 3$ $a = 2/3$ だから、式は$y = 2/3x$</p> <ul style="list-style-type: none"> ・原点以外の1点の座標がわかれば、式に代入して比例定数aがはつきりする。 ・(3, 2)以外でも、直線が通る原点以外の点の座標なら求めることができる。 <p>○問題(1)と比べて、気付いたことはありませんか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・(1)は表から式を、(2)はグラフから式を求めているけど、同じ方法で求めることができる。 ・(1)と(2)は問題の形は違うけど、結局同じことをきいている。 <p style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">比例の式を求めるには、$x = 0$, $y = 0$以外の条件を満たすx, yの値の組を1組、$y = ax$に代入して比例定数を求めればよい。</p> <p>5 本時の学習を確かに身につける場を位置づける。</p> <p>○練習問題に取り組む。</p> <p>問1 yがxに比例している。次の場合について、xとyの関係を表す式を求めなさい。</p> <p>① $x = -6$のとき、$y = -18$ ② $x = 1/2$のとき、$y = -4$</p> <p>問2 グラフが右の(1), (2)の直線であるとき、xとyの関係を表す式を、それぞれ求めなさい。【教科書P121 Q3】</p> <p>○本時を振り返り、自己評価をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表から式を求める時も、グラフから式を求める時も、$x = 0$, $y = 0$以外の条件を満たすx, yの値の組が1組わかれば式を求めることができる。式に代入すれば、比例定数を求められることがわかった。 	<p>☆表の一部を連想させる形で問題を提示することで、表と関連付け、今までの学習とのつながりをもたせる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・比例の定義を確認し、比例の式は比例定数aがわかれば決まることを確認する。 <p>☆考えがもちにくい生徒には、「表から比例定数aを求める方法ときは、どのように考えたか」「$y = ax$のxとyはどんな値の時に成り立つのか」と問い、既習事項を想起させる。</p> <p>☆根拠を明確にして伝えようとしている生徒の発言を位置付け、価値付ける。</p> <p>☆代入して求める方法を新しい方法として位置づけ、ペア交流で説明し合うことで、全員に確実に経験させる。</p> <p>☆問題(1)の解き方を生かして考えることはできないかと問いかけ、代入による方法で考える様に促す。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・早くできた生徒には読み取れる様々な座標で考えさせる。 <ul style="list-style-type: none"> ・どうして原点を選んではいけないのか問い返す。 ・変化の様子からも比例定数を求めた生徒がいたら、最後に紹介し、価値付ける。(xの値が3増加すると、yの値は2増加するから、$a = 2/3$ だから、式は$y = 2/3x$) <p>☆「問題(1)と比べて、気付くことはないか」と問うことで、表とグラフ、式とのつながりを明確にする。</p> <p>☆習熟の時間を確保し、本時の学習内容をしっかりと身につけさせる。</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin-top: 20px;"> <p style="text-align: center;">《評価規準》</p> <p>1組のx, yの値の組から、比例の式を求めることができる。【技能】</p> </div>