

自ら学び考える力を育てる数学教育の創造

～関数領域：生徒の主体性を引き出すための素材と提示の在り方～

【岐阜県揖斐郡数学部会】 大野中学校 平井 聡司

1. はじめに

揖斐郡は全校生徒900人弱の大規模校から10人も満たない小規模校まで存在する地区である。その為、学校によって授業における学習環境は大きく異なる。従って、揖斐郡数学部会は、一律の方法で実践を進めていくのではなく、研究の視点に沿って各校の学習環境にあわせて学習過程を作成し、実践を重ねてきた。

揖斐郡教育研究会のテーマ『知識・技能の習得と活用を図り、思考力・判断力・表現力を育成する教育の充実』を受け、中学校数学科研究部会では、生徒が必然性を感じながら課題を生み出していくことや、既習内容をもとに課題を自ら解決していく力を育てることをねらった。そこで、数学的な思考力・表現力を伸ばすための追究活動や練り合いの活動の工夫を大切にしながら、基礎的・基本的な知識・技能の習得と活用を図り、数学的な思考力・表現力を育成する指導を行うために研究テーマを以下のように設定した。

自ら学び考える力を育てる数学教育の創造
～知識・技能の定着を図り、数学的な
思考力・表現力を育成する指導の在り方～

研究1年目にあたるH.22年度の授業実践や実践交流では、ペア交流などの自分の考えを筋道立てて仲間に説明する場を位置付けたり、習ったことがしっかりと身に付いているかどうかを確かめる演習を行ったりした。このような実践を

通して次のような成果や課題を挙げることができた。

- 段階別の問題演習の単元指導計画への位置付けや、個別による演習時間の位置付けの有効性
- ペアによる交流活動の有効性
- 課題化の必然性を感じさせる素材やその提示の工夫（ICTや具体物の提示など）
- 追究活動の時間配分の再検討
- 個人追究や全体交流の場における教師の切り返しの工夫

特に、関数領域では今までの実践やここ数年間の学習状況調査の結果の分析（国や県と本郡との比較）から、以下のような内容の理解に弱さがあることも明らかとなっている。

※関数領域のみ

- ア. 日常の事象から関数関係を見出し、比例、反比例であるものを選んだり、その関数関係から立式したりする。
- イ. グラフから立式する。
- ウ. x の変域に対応する y の変域を求めたり、その対応する変域をグラフに表したりする。

アについては、事象の数量関係を明らかにし、表に整理することで変化の様子を捉えることに弱さがあることが考えられる。そのため、 x の値の変化に伴って y の値がどのように変化していくのかが理解できていなかったり、変化の様子を把握するのに何を活用して調べればいいのか理解できていなかったりしている生徒が多く見られた。

イについては、そのグラフがどのような関係を示しているのか（比例なのか1次関数なのか）を判断することができないことが考えられる。また、判断できても、具体的にどのように立式するのが理解できない生徒が多く見られた。

ウについては、変域の概念が不十分であるとともに、その必要性が理解できないことが考えられる。

そこで、関数領域で生徒が主体的に学習を行うためには、さらに必然性のある課題を生み出すことができる素材やその提示の工夫をすることが必要だと考えた。

2. 研究仮説

一方的に課題や活動を提示するのではなく、生徒にとって魅力的な素材を提示することで、「あれ?」「なぜ?」という驚きや疑問が生まれる。「もっと調べてみたい」「なぜそうなるのか考えてみたい」という知的好奇心をもとに、いかに生徒に追究意欲をもたせ、それを持続できるようにしていくかが授業を仕組むうえでは大切である。

そこで、生徒に事象の変化の様子イメージをより鮮明にもたせ、追究意欲をもって学習活動を行うことができる素材やその提示方法を工夫していくことで、生徒は必然性のある課題を生み出し、主体的に学習を進めることで、基礎的・基本的な知識・技能を定着できるのではないかと考え、以下のような研究仮説を説定した。

学習環境にかかわらず、素材と提示の方法を工夫することによって、生徒が必然をもって課題追究をし、主体的に学習を進めることができるであろう。

3. 研究内容

主に素材提示に絞って研究を進めた。

- (1) ICTや具体物を利用した、素材提示の工夫
- (2) 既習内容とのつながりを比較することによる課題化の工夫
- (3) 学習環境に応じた素材の工夫

4. 具体的実践

(1) ICTや具体物を利用した、素材の提示の工夫

1次関数の授業では、導入の場面で、常に生徒が、伴って変わる2つの数量を見付ける場をもち、課題の生み出しにつなげてきた。そのため、変化する2つの数量に気付けるように提示の仕方を工夫したり、視覚的にイメージさせることで分かりやすくなるような素材を工夫したりしてきた。

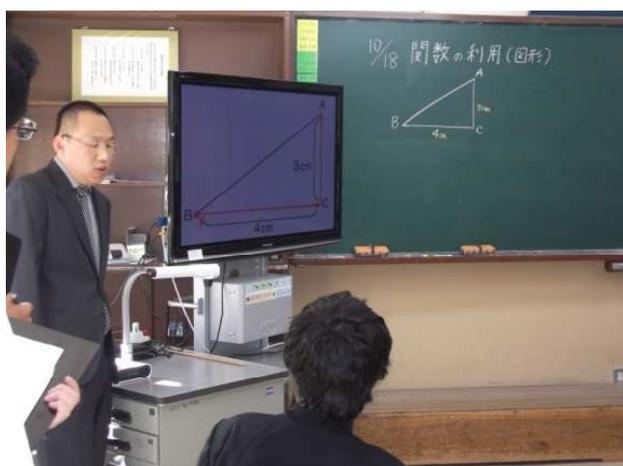
図形の変化を関数でとらえられるという意識がない生徒に、自分の力で図形の変化から生徒自身が関数の関係である量を見付け出す活動を通して、「できるかもしれない」という見通しを生み出すと共に、「どんな変化をするだろう」という関心を引き出すことで必然性のある課題と追究意欲を生み出すことをねらった。

授業実践1

春日中学校 2年(男子3人女子1人)
「1次関数」 1次関数の利用より

直角三角形の直角を挟む辺上を動く点Pと斜辺がつくる三角形についてPが x cm動いたときの三角形の面積 y cm²の関係を1次関数を使ってとらえる学習である。事前の生徒の学習状況調査から4人中3人が図形の問題について関数と捉えることができず、また、既習の関数を使えば明瞭に説明できると思っていない事が分かっていた。

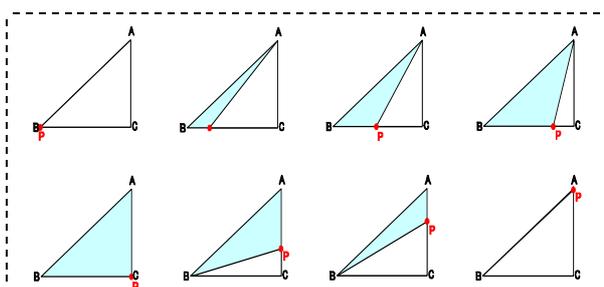
苦手意識が強い生徒達だからこそ魅力ある素材提示を行うことで主体的な学びを引き出す必要があると考えた。そこで、本時は伴って変化していく図形の様子を理解しやすいように、電子黒板を利用してアニメーションを使って学習素材を理解させた。このアニメーションを繰り返し生徒に見せることで、生徒が変化の様子をイメージしやすくなるため、教師が視点を与えなくても伴って変化する2つの数量を見付けることができると考えた。



授業実践を行うと、苦手意識をもつ生徒も含め4人全員が挙手発言を行い、伴って変化する量を見付けることができた。また、本時取り扱いたい $\triangle ABP$ を変色させたプレゼンテーションを行った

ことから、4人全員が自ら点Pの移動距離 x cmと $\triangle ABP$ の面積 y cm²の関係を関数として捉えることができた。

このように、本時におけるICTを利用した素材提示は、視覚的に分かりやすく、素材の意味や伴って変化する2つの数量の変化の様子が分かりやすいため、生徒がスムーズに素材を把握し、課題化につながったと考えられる。



電子黒板で提示する。

(点Pを動かす。)

T:点Pが動くとは何が変化していく?

S:PがCに近づくと面積が大きくなる。

S:PがAに近づくと面積が小さくなる。

T:では、今日は、点Pの移動した距離を x cmとして、そのときの $\triangle ABP$ の面積を y cm²として、この2つの関係についてこだわってみようか。

T:この2つの関係をどうやって調べようか?

S:表やグラフをかけた方がいいと思います。

S:付けたしで、式でも調べられます。

T:では、今日の課題何にしよう。

S:表や式やグラフを使って2つの関係を調べたいです。

(課題提示)

(2) 既習内容とのつながりを比較することによる課題化の工夫

毎時間の中で、既習内容とのつながりを大切にした指導を行った。違いが分かれば、そこを解決しようという意欲につながるからである。

図形の変化の中に見られる関数をどう調べたらよいか気が付かない生徒に、既習内容のどの関数であるかという視点を与えることによって、見通しをもたせるとともに、手がつけられない関数という意識から、習ったことを使って調べられる関数という意識へ生徒の思考をもっていくことをねらった。そこで、本時では、伴って変わる2つの数量が出た後、それが、これまで学習してきたどの関数の関係になるのかを考えさせた。そして、「1次関数の関係になるのかどうか」を明らかにするために、この関係をこれまで学習してきた表や式、グラフで表せば関係が分かるという単元を貫く見方をもとに課題解決をねらった。

春日中学校2年（男子3人女子1人）

「1次関数」 1次関数の利用より

授業実践を行うと、

S: 比例か1次関数のどちらかになりそう

T: どうすれば分かる？

S: 表・式・グラフで調べればできそう

といったやりとりが行われ、生徒は「表・式・グラフ」で表すという調べ方まで自分で導き出し、追究活動に意欲的に向かうことができた。

このように、既習内容とのつながりを比較することによる課題化の工夫は、生徒の思考が連続し、主体的な学びを引き出すことで、意欲的な追究活動につながった。

(3) 学習環境に応じた提示の工夫

揖斐郡は、全校生徒900人弱から10人にも満たない学校が存在する地区である。同じ関数領域の学習においても、大規模から小規模の学校まで各学校の学習環境が変わっても、各学校の学習環境に合わせて、生徒が主体的に課題化を行うことで自主的な学習を生み出せるような学習計画を立てて実践した。大・中規模校では、積極的に習熟度別の少人数指導、TT指導を行うようにした。

授業実践2

大野中学校 3年 （36人）

（習熟度別少人数指導

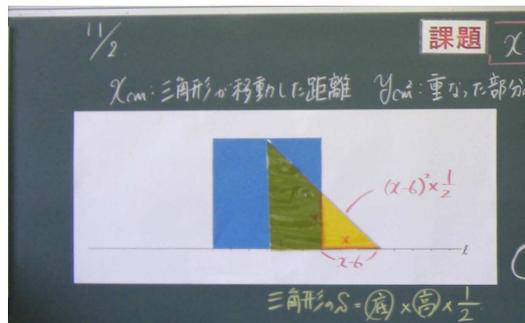
標準コース 24人 基礎コース 12人）

「関数 $y=ax^2$ 」 関数 $y=ax^2$ の利用より

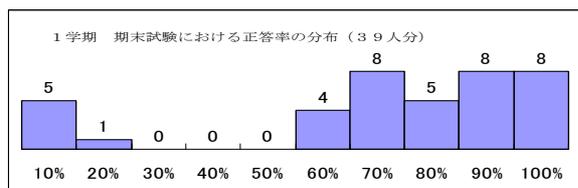
本時の学習は関数 $y=ax^2$ を利用して図形の変化の様子をとらえる学習である。

正方形と直角二等辺三角形が直線 l 上に並んでいる。正方形を固定し、直角二等辺三角形を矢印の方向に移動させる。時間に伴って2つの図形の重なる面積の変化の様子を捉える問題である。変化する事象の中から動かした距離 (x cm) と重なった面積 (y cm²) の関係に着目し、「伴って変わる数量はどのように変化をするだろう」と生徒が関心をもつ導入を行う必要があると考えた。

素材提示の仕方



既習内容から今回考えていく内容を見出し、それを用いて事象を説明することは、式を求めたり、グラフをかいたりといった技能以上に、問題解決能力に差がある。実際に1学期の期末テストの正答率とその中の“見方や考え方に関する問題”に限定した正答率を比べてみると能力の差が大きいことが分かる。3割強の生徒がほとんどできていない反面、約4割の生徒は高い正答率である。



そのため、授業の導入では苦手意識をもった生徒も興味をもち、課題解決への意欲がもてるような視覚的な素材提示を行い、全員が課題を認識できた場面で二つに分かれて少人数指導の形態をとる。解決していくための見通しを1人でもつことができたグループを“標準コース”，1人では、見通しがもてないもしくは基本的な知識や理解が十分でないグループを“基礎コース”とした。このように、自分の力に応じた少人数で課題追究することは意欲を持続することにもつながり、学習内容の確実な習得を図ることができると考えた。

多人数の生徒に対して、誰もが問題のイメージをもちやすくするために、プラスチック板による掲示物を準備し、実際に直角三角形を動かすことで重なった部分に三角形ができること、その面積が増えていくことを視覚的にイメージさせる。これによって多くの生徒の問題把握の時間を短縮させることをねらった。問題把握の時間を短縮することにより、課題解決のための個人追究の時間を多く生み出すことができると考えたからだ。また、見通しをもてた生徒から”標準コー

ス”で追究活動を始められるように指示したため、変化の様子が十分につかめなかった生徒に対しても、個別に繰り返しプラスチック板を動かさせることで問題を確実に理解させることをねらった。

生徒にとって、実際に導入で透明な三角形を準備し、それを動かして重なる部分をイメージさせたことは問題を理解するのに適切であった。見通しをもつことができ標準コースに進んだ生徒は36名中24名であった。制作や準備にもICTを活用した動画ほど手間もかからなかったが、効果があった手立てといえる。

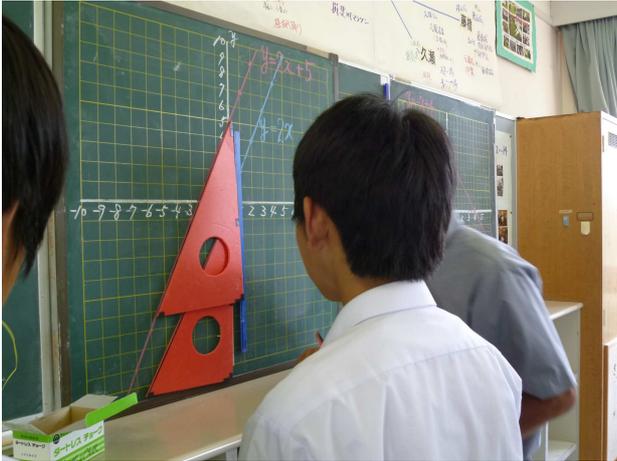
基礎コースでは、導入で使用した透明な三角形を実際に一人ひとりで操作して面積の変化を確認した。用意したヒントカードをまったく使うことなく、全員が表を作りグラフを書くことができた。動画ではなく、実際に手にとって三角形を1cmずつ動かしてみることで、既習内容が習熟できていない生徒も面積を求められた。手に触れられる点でICTにはない良さがあると感じた。これは12名の少人数コースを設定したからこそできたことであるといえる。

標準コースでは、 x の変域が6以上の場合について迷う生徒がいた。導入で使った図形を動かして考えることで見通しをもち、発展的な課題解決につながった。

授業実践3

北和中学校 2年(24人) TT指導
「1次関数」 1次関数のグラフより

本時の学習は1次関数のグラフを初めて座標平面に表す内容である。ただ単に表から座標平面上に点を取ることで終わらずに、できたグラフと比例のグラフと比較して特徴を調べる必然性をもつことが大切である。



生徒の実態としては、1年生で学習した「比例と反比例」の学習内容が十分定着しておらず、関数領域に対して苦手意識がある生徒が多い。1次関数を始める前の生徒の実態として、比例のグラフがかける生徒が6割で、比例定数によるグラフの傾きの変化を理解している生徒が2割であった。この原因として表・グラフ・式の関わりが十分理解されていないことが考えられる。

本時の学習では、1次関数のグラフと比例のグラフを比較することが重要である。生徒が「比例のグラフと比較しよう」と必然性を感じられるために、本時の導入で $y = 2x$ のグラフをかかせ、同じ座標平面に変化の割合が等しい

$y = 2x + 5$ をかかせることで、「比例と1次関数のグラフは似ている」ということを視覚的に捉えることで主体的に行うことをねらった。



比例のグラフの特徴を想起させてから $y = 2x + 5$ のグラフをかくことで、課題化からまとめまでの生徒の思考はスムーズに流れた。個人追究では、2つのグラフを見比べながら、「共通点」と「違い」、「関わり」という視点から自分の言葉でまとめさせた。そうすることで生徒は、表現の仕方が分からなかったり、自力で見付けることが難しいと判断したりしたときには、自分から学習室後方にあるヒントコーナーのスペースに移動し、T2から「三角定規をずらすことで平行であることに気付かせる」「教師とともに考える」などの考えるヒントや視点をもらうことで、自主的に課題解決することができ、全員が考えをもつことにつながった。また、ペア交流では、どの生徒も考えたことや見付けたことを主体的に話すことができ、理解を深めることにつながった。さらに、全体交流でも「共通点」「違い」そして「関わり」というキーワードを用いて、グラフ上で見付けた特徴は、表や式ではどこに表れているのかを考えることで、表・グラフ・式の3つをつなげて1次関数の特徴をまとめることができた。

導入において全員が2つのグラフをかいたことを見届け、課題を生み出す発問までに10分かかった。しかし、課題を生み出すもととなる2つのグラフが手元にあることで、「本時、ここから何ができそうか」という発問に対しては、全員挙手で目的を見い出すことができた。結果として、数名の生徒の発言内容を全体の思考の流れとしてまとめ、「 $y = 2x + 5$ （1次関数）と $y = 2x$ （比例）のグラフにはどんな共通点や違いがあるか見付けよう」といった自分たちで生み出した課題から個人追究に入ることができた。課題化まで15分かかったが、その

後の個人追究では目的意識をもった時間となり、集中力を保った追究となった。このことから、生徒の主体性を生み出す課題化は有効であったといえる。

授業実践4

久瀬中学校 3年（6人）

「関数 $y=ax^2$ 」 関数 $y=ax^2$ のグラフより

本時の学習は関数 $y = a x^2$ のグラフを初めて座標平面上に表す内容である。 $y = x^2$ の式を提示し、表をつくることからグラフはどんな形になるかということに関心をもたせる必要を感じた。

生徒は比例や1次関数の学習を通して、表からグラフをかくという手順を身に付けている。 $y = a x^2$ の式から表をつくる学習を終えているので、「次はグラフで表そう」という思考の流れは必然性をもっていた。

生徒に $y = a x^2$ のグラフをかこうという問題を提示することで、既習内容を使って表にある点を座標平面上に取ることで考察できるという見通しをもてると考えた。そこで、グラフをかくだけで満足しないように「どのような形のグラフになるか」という視点を与えることで、グラフの特徴に目を向けて追究できる視点をもたせることをねらった。また、少人数であることから丁寧に学び直しの援助を行えるので、「点と点の間はどのように結べばよいか」「点を細かくとったらどうなる」などの助言をし、必要以上の助言は与えずに個人追究を充実させる手立てを取った。

6人中4人の生徒が表から座標平面にとった点を定規でつないだグラフに疑いをもたなかったが、2人が「定規でつなぐとかくかくになる」という視点から疑問をもつことができた。これは課題に「ど

のような形のグラフになるか」という視点を入れたからだと考える。一方ここまでの活動がスムーズにきたが、ここで初めて「どんな形のグラフになるだろう」という必然性が生徒に生まれたので、ここで課題化を行って更に1より小さい数についての追及を行えばより主体的な生徒の学びを作り出すことができたのではないかと考える。

5. 成果と課題

<成果>

- ・日常の様々な事象から関数を見だし、考察する学習内容において、生徒が関数関係を見いだす事が困難であったが、電黒板に変化の様子を示したり、具体的な図を動かしたりすることで生徒は変化の様子を捉えやすくなり学習活動を前向きに取り組むことができた。このように生徒に知的好奇心を沸き立たせる素材提示を行う一方で「どんな変化をするだろう」といった抽象的な問いかけを行うことで、生徒自身が追究方法を考察し、主体的な追究を行うことができた。生徒に十分な素材理解ができるようにICTや具体物を準備するとともに、生徒に解決方法を考察させる問いかけで、主体性を引き出す課題化につながったといえる。
- ・関数領域では、1年で学習した比例の性質がよく似ている2年生の1次関数の学習であったり、1次関数の性質がほぼ使えない3年の関数 $y = a x^2$ があつたりするが、表・式・グラフで追究する共通の調べ方などの視点をもとに、比較をすることで、主体的に学ぶことができた。その為に、生徒自身が比較をしながら調べられるように既習内容の掲示や意図的な視点の提供によって生徒は見通しをもって取り組むことができた。比較対象を

様々な方法で提示することは生徒の主体性を引き出す課題化につながったといえる。

- ・ I C Tを使った素材提示は生徒の問題把握に大変有効であるが、大規模校では電子黒板を自由に使うことはできない。そこで具体物を出すことで問題把握の援助を行うのだが、いずれにしても、授業者が必要以上のことを言わず、生徒が求める情報を自分で得る学びを大切にする必要があった。また、少人数でも多人数でも、追究の見通しを生徒自身の考察から導き出すことで主体的な学びが生まれるといえる。見通しをもてなかった生徒に対しての個別指導や小グループ指導も生徒の主体性を引き出す学習につながった。

< 課題 >

- ・ 本研究を進めていく上で、学習内容の系統性や素材の吟味と発問の工夫の重要性はもちろんであるが、その授業を行う上で生徒が何を足場にして、どのようなつまずきが考えられるかを十分に把握することの重要性が改めてわかった。今後とも生徒の主体的な学びを生む課題化の追究を進めるが、常に目の前の生徒に目を向けて授業をつくっていききたい。

添付資料

各授業の展開案 4 時間分