岐阜県小中学校教育研究会中学校数学科研究部会
岐阜県中学校数学教育研究会

平成２７年度　第２回臨時理事会

平成２７年１０月２日（金）
１７：００～１８：３０
穂積北中学校　会議室

■参加者　　１８名

・常任理事（後藤，伊藤，~~渡邊~~，~~羽賀~~，平川，栗本，西尾，村松，水岡，~~都竹~~，和泉，~~小川~~，上村，安藤）
・地区理事（岐阜Ａ 岩崎，岐阜Ｂ 高橋，西濃 南，美濃 原，可茂 中山，東濃 岡田，飛騨 谷口）

■目的

・中数研の主張「単位時間の役割」「それに特化した授業」の共通理解
・各郡市分科会提案０ベースの見直し
・日々の授業実践への反映

■議題

１．部会長の話	後藤
２．本会の目的・内容の説明	栗本
３．各郡市提案内容について	
（１）研究テーマ・研究内容	栗本
（２）単位時間の役割の明確化	栗本
（３）大会特集号原稿・研究論文 の書き方	西尾
２．中数研の主張する単位時間の役割とは	村松
（１）単位時間の役割	
（２）それに特化した授業	
３．その他	
（１）今後の見通しについて	栗本
（２）研究部公開授業（残り３回）　について	村松
（３）「算数・数学１００の基本用語の解説と指導」大日本図書 について	栗本
４．副部会長の話	伊藤
５．地区理事と地区連絡会担当者と打ち合わせ	

■持ち物

「数学教育」第１２０号～第１２２号
第９８回全国算数・数学教育研究（岐阜）大会「大会特集号用資料」　＊オレンジ色の表紙の冊子

１．各郡市提案内容について

（１）研究テーマ・研究内容　＊振り返りたい視点

大会まで１年をきりました。もう一度，自分たちの郡市の提案を見直し，自信をもって全国に発信したいと思います。そのために，まだまだ見直さなければならない視点があります。おそらくこれが見直せる最後の機会となります。夏季実践交流会では，部会長より「もう一度，自分たちの提案を０ベースで見直す必要がある。」とご指導いただきました。何年かかけて積み上げてきた研究ですが，年度の変わりとともに代議員の先生が変わり，提案を作成する先生が変わってきたり，多くの実践をつなぎ合わせるために，整合性が取りにくくなってきたりするところはないでしょうか。はじめに提案を書いたころと，今とでは少し変わってきたところや分かってきたことはないでしょうか。自分も成長しますし，生徒も成長してきますから，さらに内容の質が高いものを求められるようになってはいないでしょうか。そういった意味でも，もう一度提案をはじめから見直し，すべて打ち直してみるくらいの心構えが必要ではないでしょうか。打ち直しながら変わってくることもあります。

見直す視点を羅列してみましたので，もう一度郡市に帰って提案を振り返っていただけないでしょうか。

（別紙資料 附属中 安井教諭 全国北海道大会 大会特集号用原稿
海津市 分科会提案 参考文献）

- □　分科会提案でも，岐阜県の中数研の主張が伺えるか？
- □　主張のある研究テーマか？
- □　研究テーマの文言はおかしくないか？
- □　学習指導法だけの研究になっていないか？
- □　提案する領域に特化した研究か？
- □　提案する領域の教材研究が十分なされているか？
- □　１つの授業実践だけで研究を進めている提案になっていないか？
  ＊授業実践が複数掲載されていればいいということではない。
  　単元や学年を通した，単元をまたいだ継続的な実践がされているか？
- □　実践の羅列ではなく研究になっているか？
- □　成果と課題が，生徒の言葉や姿あるいは数値で語られているか？
- □　学習指導要領に掲載されている言葉を使用しているか？
  ＊全国に通用する（で理解していただける）言葉か？
- □　新に言葉を起こした場合は，きちんと言葉の定義をしているか？
  ＊言葉の定義は，非常に難しい。
- □　過去に同じような研究論文がないか検索したか？
  ＊盗用ではないか？　引用文献・参考文献に掲載しているか？
- □　過去の発表された同じような研究を勉強してから提案，実践しているか？
  ＊多くの提案者は，過去の論文を参考にアレンジして研究を深めている。

（２）単位時間の役割の明確化

・単位時間の役割を明確にすることと単位時間の役割に即した授業展開を行うこと

は，平成２４年度 第１回代議員会で共通理解している。(数学教育１２０号 Ｐ１４６)
・役割の分け方については，各郡市で既に考えていただいているけれども，
中数研の分け方に合わせておいた方が問題は少ない。(数学教育１２０号 Ｐ７９)
中数研として，大会当日の授業研究会の折に授業の役割について説明を行う。
・大切なことは，役割を明確にしたことで，授業がどのように変化したか。
・どのような数学的な活動が省かれ何を重点とおいたのか，その根拠は何か。

(別紙資料　単位時間の役割にかかわる各郡市の状況)

（３）大会特集号原稿・研究論文の書き方

（ア）大会特集号原稿について

上余白	５５mm	下余白	２０mm
右余白	２０mm	左余白	２０mm
段組	２段	段間隔	１０mm または２字
１行文字数	２２字	段行数	３７行
文字種	<u>ＭＳ明朝体</u>	文字サイズ	１０ポイント

５　原稿表記上の注意
（１）**<u>読点はコンマ「,」，区点はピリオド「.」とする。</u>**
（２）句読点，＋，－，×，÷，＜，＝などの記号は１字分とする。
（３）数字はバランスを考えて，２つで１字分または１つで１字分とし，分数や積分記号は２行分としてください。
（４）表の縦，横の罫は１字分，１行分としてください。
（５）<u>見出しの番号</u>は，つぎの順番でお願いします。
１　２　３…，（１）（２）（３）…，ア　イ　ウ…，（ア）（イ）（ウ）…
（６）文体は，<u>**常体で，「………と考える。」「………である。」**</u>などとして，本文の書き出し，改行のときは，必ず１文字あけて書いてください。

研究のねらい，研究の方法，考察，結果のまとめ等，研究の概要がよく分かるように要領よく書いてください。「総会特集号の内容と大会当日の発表内容が違う」<u>**「序論が多く，研究内容を示す本文がない」**</u>等の指摘が例年いくつかあるようです。そのようなことがないように，充分内容を練って推敲してください。

(大会特集号原稿執筆依頼より)

（イ）研究論文について

・概要　研究のアウトラインが分かるもの。
主題設定の理由，研究仮説と内容，実践と期待される成果を端的に述べる。
大会特集号の原稿（Ａ４　１枚）のものをさらに凝縮したもの。
・概要の中に，キーワードを記述する。
学習指導要領に掲載されている言葉が望ましい。
・研究グループのメンバーの氏名は全員記載できないので工夫したい。
・表１，表２，図１，図２，図３…

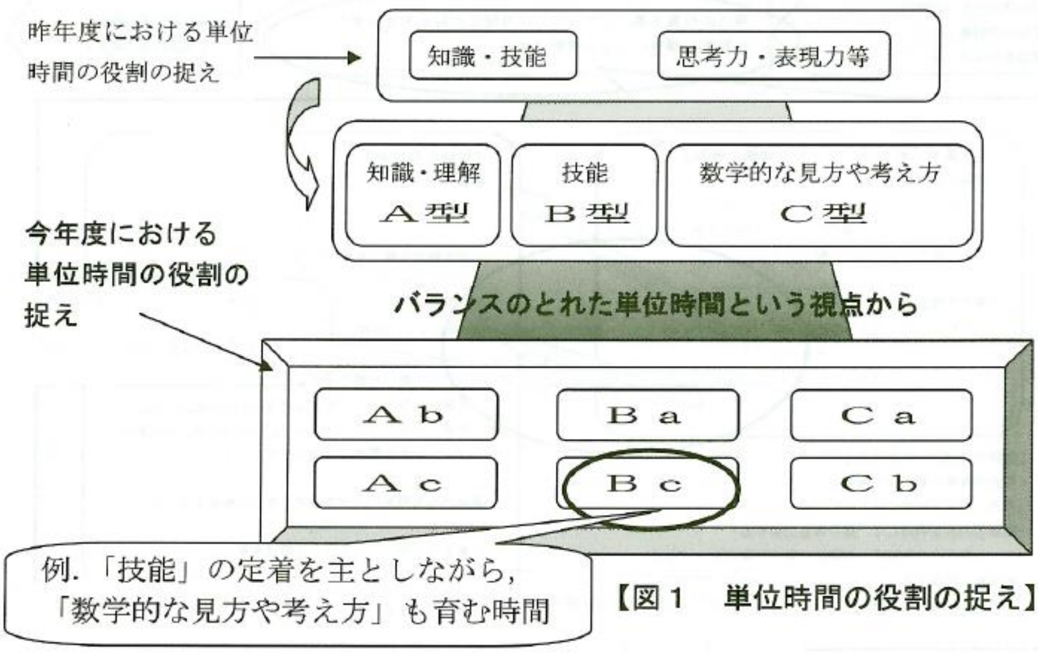
２．中数研の主張する単位時間の役割とは　（別紙資料あり）

（１）単位時間の役割

1　単元における単位時間の役割の明確化

(1) 単位時間の役割の捉えの明確化

知識・技能と思考力・表現力等のバランスのとれた単位時間の指導を考えるためには，単元における単位時間の役割を明確にすることが必要である。昨年度の研究においても単位時間の役割を明確にすることを大切にしてきた。今年度は，どのようにその役割を明確にするのか，というステップを明らかにしようと試みた。まず，単元における単位時間の役割の捉えを明らかにすることから始めた。



【図１　単位時間の役割の捉え】

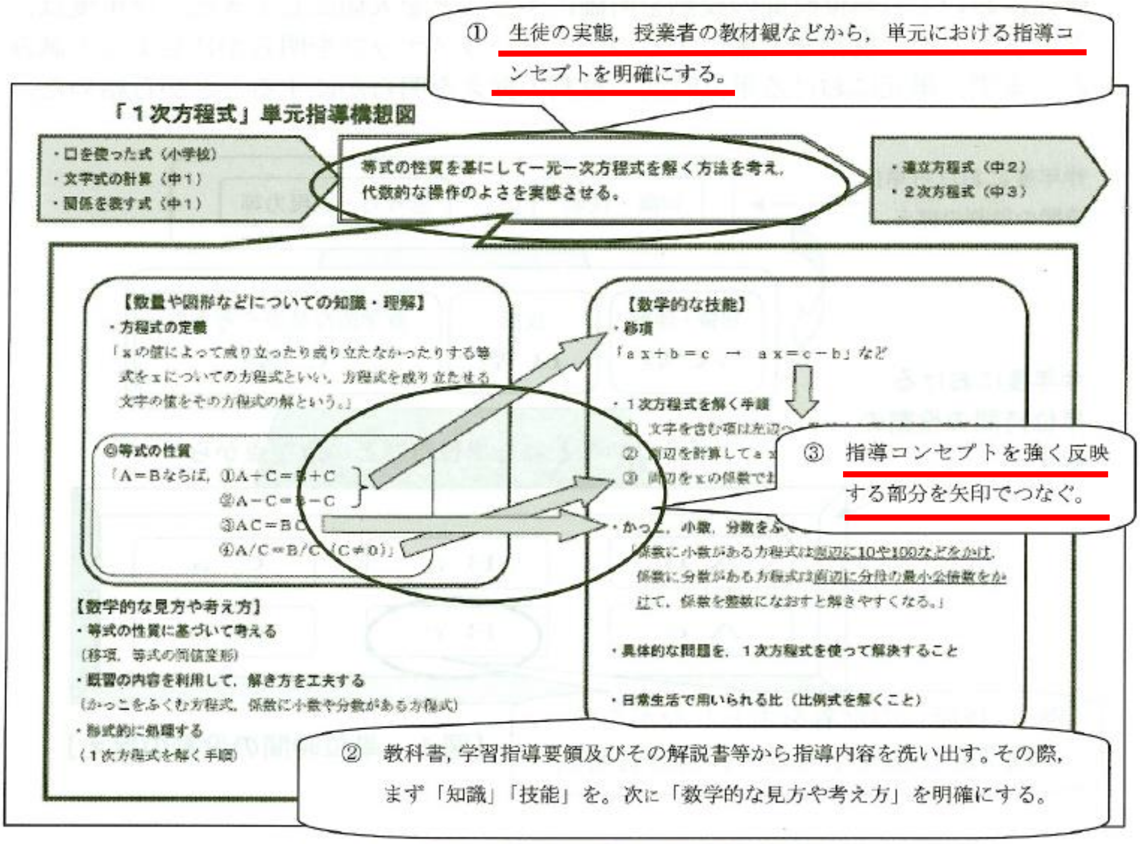
昨年度は，単位時間の役割を「知識・技能の定着を主とする時間」と「思考力・表現力等を育むことを主とした時間」として実践をしてきた。しかし，指導のバランスを考えたときに，単位時間の役割を２つの授業パターンで考えることが難しいと判断した。そこで，評価規準と関わらせながら，単位時間の役割を「知識・理解」「技能」「数学的な見方や考え方」の３つの授業パターンで捉えた。（それぞれをＡ型の授業，Ｂ型の授業，Ｃ型の授業とした。）しかし，冒頭でも述べたように，例えば，技能の定着の時間であっても，その技能の根拠となる数学的な見方や考え方を活用してこそ，技能の成り立ちを理解しながら定着を図ることができるものである。

そこで，Ｂｃ（「技能」の定着を主としながら「数学的な見方や考え方」も育む時間）のように，Ａ，Ｂ，Ｃの組み合わせを考えた授業パターンをもとに，単位時間の役割を考えた。このように単位時間の役割を捉えることを土台として，指導内容のバランスのとれた単位時間の指導を考えることとした。（【図１】参照）

(2) 指導内容と指導コンセプトを明らかにした単元指導構想の明確化

単位時間の役割を明確にするためには，その単元における指導内容を明確にすることが必要である。また，その指導内容をどのように指導するのか，授業者自身の指導コンセプトを明確にもつことが必要だと考えた。

そこで，下の図のような単元指導構想図を作成し，授業者の指導の意図を明確にすることを目指した。(①～③の手順で指導構想図を作成している。)



【図２　単元指導構想図とその作成手順】

（Ｈ２４年度 発行　数学教育１２０号 Ｐ７９，８０より）

（２）単位時間の役割に特化した授業　＊役割に応じた　役割に即した

あまり多くは述べられていませんが，単位時間の役割を明確にしたことで，授業がどのように変化したのか，逆に単位時間の役割を明確にするためには，授業をどのように変化させる必要があるのかということが重要です。

数学的な活動がどのように精選されてくるのかという言い方が，できるかもしれません。

研究部委員会　活動報告

Ⅰ　今年度の方向について

昨年度は，研究主題を『数学の楽しさを実感させる数学教育の創出～知識・技能と思考力・表現力等のバランスのとれた単位時間の指導の在り方～』とし，単位時間の役割のとらえ方を見直し，その役割に応じた授業展開を３つの単元で示してきた。研究を進めていく中で，以下の点が大切であることを確認することができた。

◆単位時間の役割を明確にすることは，生徒の学習の方向を明確にすること

例，本時の課題を「直角三角形を作って，図形の面積を求めよう」とすれば，生徒たちは面積を求めるという技能に意識が向く。これがＢ型（技能）の授業展開になる。これをＣ型（数学的な見方や考え方）として考えるならば，「どのようにひけばよいか」とすることで，引き方の根拠を探るようになる。

Ａ型，Ｂ型，Ｃ型のように，単位時間の役割を明確にするということは，教師の指導の方向を明確にすることである。学習課題が明確になっていないということは，生徒自身が何を追究するとよいのか，明確になっていないということであり，それは教師が単位時間の役割を明確にしきれていないということではないだろうか。

このように単位時間の役割に応じて教師が大切にすべきことは課題の明確化を初めとして，まだまだあるということを確認することができた。

【平成２４年度研究部委員会公開授業の様子】

（Ｈ２５年度 発行　数学教育１２１号 Ｐ９４より）

３．その他

（１）今後の見通しについて

月日	全国岐阜大会	中数部会	各地区・郡市
１０，１１月			地区連絡会（随時） 郡市教科研
12月	**分科会提案申込締切**		
1月			地区連絡会（随時）
２月１９日（金）		第２回代議員会	
４月末	**大会特集号原稿締切**		
６月		第１回代議員会	郡市教科研 地区連絡会（随時）
８月３日（水） ４日（木）	大会本番　分科会Ⅰ 分科会Ⅱ		

・分科会提案申込　**＊申込時に提案者の所属とお名前が決定している必要があります。**

・第２回代議員会
　提出書類：大会特集号原稿・研究論文・平成２７年度活動報告
　　　　　　岐阜大会係員名簿　＊1月に代議員へ係員報告用紙をデジタルで送付
・岐阜大会分科会提案までに必要な事項
　□　提案者の決定
　□　大会特集号の見直し
　□　研究論文の見直し
　□　発表原稿の見直し
　□　プレゼンの見直し
　□　質問への返答の検討
　□　Ｈ２８年度教科研指導案の検討（岐阜大会に間に合う郡市）

（2）研究部公開授業（残り３回）　について

１０月３１日（土）	陽南中学校	１年「資料の活用」　押谷教諭
１１月５日（木）予定	附属中学校	２年「平行と合同」　小川教諭
３月１８日（金）予定	青山中学校	２年「確率」　江口教諭

これまでに１０本中７本の授業が終わりましたが，中数研の先生方の参観状況はどうでしょうか。７月は終業式間際でしたし，９月は体育大会直前ということでなかなか参加が難しい状況があったと思いますが，多く来ていただけたという感触ではありません。岐阜市は近いこともありますが，代議員の先生を中心に積極的に働きかけていただいたおかげで，多くの先生が来ていただけています。あえて，空き時間を作らないと来られないはずですから大変ありがたく思っています。陽南中学校は土曜日開催ですので，（学校の研究発表会と兼ねている）ぜひ時間を作って参加をしていただきたいですし，研究会にも参加しご意見をいただけるとありがたいです。最後の２本も日付が決定し次第案内を送りますので，ぜひ参観ください。

（3）「算数・数学１００の基本用語の解説と指導」大日本図書 について

用語の意味を正しく理解したい。用語を正しく用いて提案を作成したい。岐阜大会への提案を作成し論文として提出する今こそ学ぶ機会にしたい。（パンフレットは夏季実践交流会の折に大日本図書ブースで配布してみえました。）

（購入事例）
・各学校の持ち物として
・数学科の持ち物として
・郡市の持ち物として（中数からの過去の補助金を活用）
・個人の持ち物として

（掲載内容）
・小学校から中学校までの（一部高校）算数・数学用語の解説
・一部の教育用語の解説

用語の定義のみで終わらず解説，さらに使用例まで掲載されている。時系列で書

かれているので，小学校でどのように学習されてきているのかが分かる。数学辞典のように，数学にかかわるすべての用語の解説が掲載されているものよりも，中学の数学教師として必要十分な内容となっており，手軽に利用しやすい。

（注文の流れ）

①　地区理事より，各地区の代議員の先生へ地区連絡会の折に説明してもらう。

②　郡市教科研等で，代議員の先生より紹介していただく。

②　学校ごとに必要な冊数（購入希望者）を代議員の先生へ報告する。

締切１１月１３日（金）

③　各郡市の代議員の先生が集約して，主務者まで報告する。

締切１１月２０日（金）　honbu@chusuken.jp

郡市番号	郡市名	学校名	お名前

④　主務者が学校後との注文冊数をとりまとめて一覧表を大日本図書へ送る。

⑤　後日，学校に出入りしている図書教材屋さんから，集金・納入される。

（別紙資料）

・附属中安井教諭　全国北海道大会用　大会特集号原稿
・夏季実践交流会岐阜地区大会　海津市　分科会提案
・海津市の参考文献
・研究部委員会のプレゼン
・単位時間の役割についての各郡市の状況

※本日の資料は，後日デジタルで地区理事の先生へお送りします。
地区連絡会，各郡市の教科研等で，ご活用ください。

（別紙　資料）

第 97 回全国算数・数学教育研究（北海道）大会　分科会発表資料　中学校部会　関数

変化の割合の学び直しに着目した関数指導の試み

～ 比例，反比例のグラフの特徴を変化の割合の考え方から考察する実践 ～

岐阜大学教育学部附属中学校　安井　慶一

1　主題設定の理由

中学校学習指導要領解説では，第２学年の学習内容に「関数の変化の仕方をさらに簡潔にとらえるために，対応する変数のとる値の変化の割合について学習する」とある．しかし，これまでの実践を振り返ると，その指導が形式的に変化の割合を求めることに偏り，変化の割合を事象の考察やその説明に用いる経験が十分ではなかったと反省している．実際，本校の中学２・３年生を対象として変化の割合に対する認識をアンケートで調べると２年生で 30.6%，３年生でも 10.8%の生徒が，「一次関数（比例を含む）以外では『変化の割合』を考える必要を感じない」と答えた．その理由を生徒に問うと「一次関数は変化の割合が一定だけど，関数 $y = ax^2$ では一つに定まらないから求められません」や「難しい分数の計算をしても何の意味があるかわからないから」という回答が返ってきた．これらのことから変化の割合に関する生徒の実態を次のように分析した．

（１）グラフの特徴と変化の割合を関連付けて考える経験が十分でないため関数を局所的にみて増減の様子を調べようとする意識が弱い
（２）関数を調べる場面では今後も変化の割合を使っていくという見通しがもてていない

以上のことから，関数についてその変化の仕方を主体的に変化の割合で用いて考えていく生徒を育成できないかと考え，本研究主題を設定した．

2　研究仮説

以上のことから，次のような研究仮説を立てた．

「x の値が１増加するときの y の増加量」を限定的に変化の割合として扱うことから始め，それを用いてグラフの特徴を考察する学習を第１学年より段階的に位置づけ，変化の割合とグラフの特徴を関連付ける学習活動を繰り返すことで，グラフの特徴を変化の割合を使って簡潔にとらえようとする生徒を育成することにつながるのではないか．

3　研究内容

反比例のグラフの学習後に変化の割合を使って反比例のグラフの特徴について考える１時間を位置づけ，次のような研究を実践した．

【研究内容１】

反比例の学習における変化の割合の指導の試み

変化の割合についての学習の発展性の範囲を高等学校以降にまで広げたとき，その重要性がより明らかになってくる．また，比例のグラフの特徴を考える場面では，x の値が１増加するときの y の値の増加量についても調べていること．そして，変化の割合が一定である特徴自体，一次関数（比例）限定のものであるということ．この２点から反比例においても，この考え方を取り入れることで，変化の割合を定義する第２学年までにそれが一定である関数と一定でない関数に触れていることは変化の割合と一次関数のグラフの特徴を関連付けることに有効だと考えた．

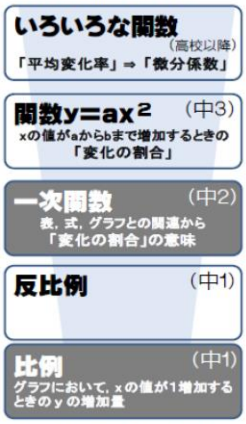


図１　変化の割合に関する発展性の見通し

【研究内容２】

変化の割合を用いて説明する学習活動

反比例の表から x，y の値の組を座標とする点を座標平面上にプロットし，そのグラフの特徴について調べていく学習活動の中で，

- 反比例のグラフは曲線というけど，どんなふうに曲がっているの？
- グラフはずっと座標軸に近づき続けるの？

などと，いくつかの疑問が生徒からあがってくる．これら反比例のグラフの特徴についての疑問を「x の値が１ずつ増加するときの y の増加量」の変化の仕方と関連付けて，互いに説明し合う学習活動を位置づけた．

4　まとめ

○　双曲線の特徴に関する特徴を「x の値が１ずつ増加するときの y の増加量」に着目して説明することができた．これは変化の割合の考え方で今後の関数関係の特徴を捉えていくことにつながる．

●　関数 $y = ax^2$ で生徒が主体的に変化の割合を用いてグラフの特徴を考察できるように，第２学年でも区間によって変化の割合が変わる関数などを考えられるような教材開発に取り組みたい．

（別紙　資料）

夏季実践交流会　海津市分科会提案

第 98 回全国算数・数学教育研究（岐阜）大会用資料　中学校　学習指導法

図形領域において、証明の筋道を立てて考える力を伸ばす指導の在り方

岐阜県海津市中数部会

発表者　平田中学校　教諭　伊藤諭一郎

概要

図形領域において、自分の力で証明を書く力をつける指導のあり方についての研究を行った。証明ができない生徒の多くが、無回答であったことと、その生徒に三角形の合同条件を使うことだけを助言すると証明を書くことができたことから、考えの方針を立てられないことがつまずきであると考えた。そのために、「結論から仮定をつなぐ思考を促すこと」「自分の力で証明の方針を立てる力を伸ばす指導をすること」の２つの視点で研究を行った。思考の流れを促す発問や板書の仕方、交流の仕方、単元を通した指導の流れについて工夫することで、「２つの三角形に着目をして証明をしようとする意識」や「合同な三角形を見つけ、証明できる根拠を探そうとする意識」が育ってきた。指導を行った結果、証明問題に対して全く考えを持つことができずに無回答になってしまう生徒は少なくなり、自分で証明の筋道を立てて考える力を伸ばすことができた。

２．研究仮説

証明の方針を立てる力をつけるには、結論から仮定をつなぐ思考の流れを促す指導を工夫すればいいのではないか。

３．研究内容

Ⅰ　証明の方針を立てられるようにするために、結論から仮定をつなぐ思考の流れを促す指導の工夫

Ⅱ　自分の力で証明をする力を伸ばす指導の工夫

つまずきのある生徒の思考

仮定から結論に向かってだけ考える

仮定　AM=BM

↓

↓

結論　PM=QM

考えがつながらない

テーマの変更例

例１	論理的な思考力を伸ばす図形指導の在り方 ～解析的思考を用いた流れ図の作成を通して～
例２	流れ図と解析的な思考を用いた図形の論証指導の在り方

キーワードの例

解析的思考　証明の構想や方針をたてる　思考の流れ図

論理的思考力　図形の証明のストラテジー

促したい思考の流れ

結論からと仮定から両方向から考える

仮定　AM＝BM

③　どの辺や角が等しければ、合同であることを証明できるだろうか
仮定の他に等しいといえることはどんなことだろうか

→　対頂角より∠AMP＝∠BMQ
平行線の錯角より　∠APM＝∠BQM　、∠PAM＝∠BQM

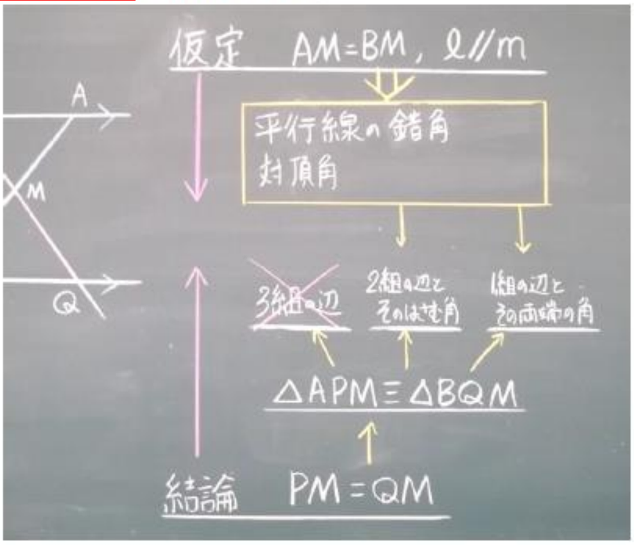
④　対頂角より　∠AMP＝∠BMQ、平行線の錯角より∠PAM＝∠QBM
を使って、１組の辺とその両端の角が等しいことから証明しよう。

②　合同条件でいえるものはないか
→　３組の辺がそれぞれ等しいは使えないので、
２組の辺とそのはさむ角、１組の辺とその両端の角のどちらかだろう。

①　三角形の合同条件を使って証明できるだろうか
→　△AMP≡△BMQが言えればよいのではないか

結論　PM＝QM

上記のようなやりとりと同時にその流れを図にして板書した。また、ノートにも思考の流れを示した図をかき、図の隣に証明を書くこと指示し、思考の流れを定着させた。



海津市の提案と通じる過去の研究論文

日本数学教育学会誌　第 86 巻　第 3 号 (2004年)

論　説

コンセプトマップと解析的思考を用いた図形の論証指導*

長谷川　勝　久**　三　輪　道　正***

要　約

本研究では，図形の論証問題に有効なストラテジーを，コンセプトマップと解析的思考を用いたストラテジーを中心に整理し，それらを用いた指導の有効性について，実際の授業を通して検討した．その結果，以下のことが明らかになった．

1　本稿で提案する図形の論証に有効なストラテジーを用いた指導は，それを用いない指導に比べて，深い思考を伴う目標領域の問題や，縦の転移問題において効果的である．

2　図形の論証問題において，学習の転移が生じるかどうかは，図形領域における基礎知識よりもむしろ，図形の論証に有効なストラテジーを身に付けているかどうかによる．

キーワード：コンセプトマップ　解析的思考　ストラテジー　図形の論証指導

平成 22 年度　数学教育学修士論文要約

解析的推論を取り入れた証明指導の改善

−「構想」と「記述」の分離方式の有効性−

藤田　淳司

茨城大学大学院教育学研究科

本研究は，中学校数学教育において証明問題に取り組む生徒の消極的な姿に端を発している．証明を苦手とする生徒は多く，数学教師として証明指導の改善を図ることが本研究の目的である．

問題は証明を考えることと証明を書くことが並進している点にあると考える．そこで段階的な証明指導として，証明を考えることを「構想」，証明を書くことを「記述」とし，それらの分離指導が有効であるとの考察から，「構想」のために独自に「フローチャート」を考案し，その有効性を確認した．その「フローチャート」は，平成20，21年度「全国学力・学習状況調査」結果や独自の調査問題により明らかにした生徒の躓き（仮定と結論を記号化することなど）や昭和初期の「数學教授の新思潮」（黒田稔著1927）の中で述べられている「解析法」（証明する筋道を明らかにするために考えること）を本研究では解析的推論と位置付け，それらを反映している．また，証明の「構想」と「記述」の分離方式を取り入れることで，まず生徒の思考が証明の「構想」だけに当たるような証明指導を実践した．

その結果，「フローチャート」による指導には限界があるものの，学習した生徒の約 7 割以上の生徒が基本的な証明問題を的確に記述することができた．証明指導の初期段階において証明の「構想」と「記述」を分離した指導は大いに有効であることを明らかにした．

キーワード　解析的推論　「構想」と「記述」　フローチャート

中学校数学科における論理的な思考力を育てる論証指導の在り方

― 数学的活動を取り入れた授業モデルの開発を通して ―

【研　究　者】　　教科教育部　　指導主事　奥本　実

【研究指導者】　　広島大学大学院教育学研究科　　教授　小山　正孝

【研究協力員】

東広島市立松賀中学校　教諭　今井　淳之介　東広島市立高美が丘中学校　教諭　中杉　福孝

東広島市立河内中学校　教諭　鷹橋　忠文

研究の要約

本研究は，中学校数学科「Ｂ図形」領域の学習において，生徒の論理的な思考力を育てる論証指導の在り方について提言することを目的としたものである。平成22年度の全国学力・学習状況調査の結果によれば証明の記述を行う問題の正答率は低く，また無解答の生徒も多い。このことは，今年度だけに限らず継続的な課題となっている。

そこで，文献研究を基に，生徒が証明の学習において，つまずいている要因を明らかにし，学習指導要領の改訂に伴い求められている指導の在り方を数学的活動として具体的に示し，授業モデルを作成した。そして，第２学年「図形の合同」，第３学年「図形の相似」の学習において，図形の性質などを見いだし発展させる活動や数学的な表現を用いて根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動等を取り入れた研究授業を行った。

その結果，推論の進め方を理解し，正しく証明の記述を行うことができるようになった生徒は増えた。このことから数学的活動を取り入れた授業モデルは，生徒の論理的な思考力を育てる上で，有効であることが分かった。

キーワード：論理的な思考力　数学的活動

ウ　組み立て図

ワークシートに証明を記述し，評価・改善を図る活動を行うためには，証明の記述ができていることが前提となる。

先に挙げた証明に対する理解を妨げている要因の一つに，推論の進め方に対する理解が不十分であることが挙げられていた。「どこから手をつけてよいのか分からない。」，「どのように記述してよいのか分からない。」といった課題をもつ生徒への手立てとして，本研究では証明の記述を行う前に「組み立て図」の作成を行う活動を取り入れた。

「解説」には，数学的な推論の意味とその方法について理解し,それを活用できるようにするために,「根拠として何を使ってよいのかなどの指導をすることによって，推論の基礎となる定義の意味及び推論の進め方が理解されなくてはならない。」[15] と述べられている。

また，片桐重男(1988)は，数学的な推論の進め方の理解を深めるために「仮定からどんなことがいえるか。」ということだけではなく，「結論がいえるには何がいえたらよいか。」ということも考えるべきだとし，推論を行う際には何を根拠としているのか，その根拠に注意を向けることが必要であるとしている。

以上のことから，推論を行う力を育成するには，根拠には何が使えるか，何が根拠であるかといったことを整理させ，根拠となることを積み上げ構造化させることが必要であり，そのために仮定からのみ考えさせるのではなく，結論からさかのぼる考え方をさせることが有効であるといえる。

では，結論からさかのぼる考え方について考えてみよう。川嵜・藤本(2001)は，演繹的な推論を進めていく上で，「与えられた条件からいかなることがいえるか，いかなることが成り立つか。」といった仮定から結論へ向かう考え方を「総合的思考」というのに対し，「求めるものが得られたとしたら，どんなことが成り立たなくてはならないか。」といった結論から仮定へ向かう考え方を「解析的思考」と呼ぶとしている。結論からさかのぼる考え方とは，後者の「解析的思考」にあたる。

曽根崎(1998)は，推論を構成する上で，総合的思考と解析的思考のそれぞれの特徴について表５のように整理している。

表５　総合的思考と解析的思考の特徴

	総合的思考	解析的思考
長所	条件から順序立てて考えていくので，うまく思考が流れれば，その過程がそのまま証明の形になる。	結論を示すために何が分かればよいかと段階的に進めていくことから，何に注目して考えれば良いかが分かりやすい。
短所	思考の方向によって様々な結論が予想されるため，求めたい結論にうまく到達できない可能性がある。	結論が成り立つための条件を考える逆思考の形式をとるので，記述すべき証明の形にするには，再度思考の流れを逆にたどる必要がある。

表５から分かるように，解析的思考は一つ一つ根拠を明らかにして段階的に思考を進めていくことから，証明の記述を行う際の構想や方針を立てるために有効な考え方であることが分かる。

數學教授の新思潮

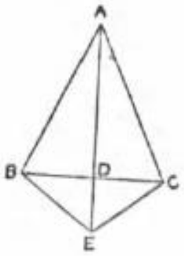
黒田　稔著

（出版：昭和２年）

例 2. 底邊ヲ共有スル二ツノ二等邊三角形ノ頂點ヲ結ブ直線ハソノ共有底邊ヲ直角ニ二等分ス.

綜合的證明

普通ハ教科書ニ與ヘル所ト同ジイ. 即チ第一ニ △ABE, △ACE ノ全等ナルコトヲ證シ, 次ニ△ABD, △ACD ノ全等ナルコトニ及ビ, ソレカラ∠BDA=∠CDA ヲ知ツテ終結ヲ導ク.



解析的證明

∠BDA ガ直角ナルコトヲ證スルニハ, ソレガソノ補角 CDA ニ等シキコトヲ證セバ可ナリ.

例２．底面を共有する２つの二等辺三角形の頂点を結ぶ直線は，底辺を垂直に二等分する。

総合的証明

普通の教科書に，与えるところと同じ。即ち第一に，△ＡＢＥ≡▵ＡＣＥを証明し，次に▵ＡＢＤ≡▵ＡＣＤを証明し，そこから∠ＢＤＡ＝∠ＣＤＡを知って終結を導く。

解析的証明

∠ＢＤＡが直角であることを証明するには，それが∠ＣＤＡに等しいことを証明すればよい。

コノ二角ノ相等シキコトハ，ソレ等ヲ角トセル二ツノ三角形 BDA, CDA ガ全等ナルコトヲ證セバ可ナリ.

サテコノ兩三角形ニツキテ見ルニ，AD ハ共通，AB=AC 故ニ ∠BAD=∠CAD ナルコトヲ證セバ可ナリ.

コノコトハ △ABE=ACE ナルコトヨリ導カル.

次ニコノ兩方法ノ教授上ニ於ケル價値ニツイテ論ジヨウ．綜合的證明ハ簡明デアッテ且ツヨク整頓シテキル．コレニ反シテ解析的證明ハ頗ル繁雜デアル．サレバ前者ニヨル教授形式ノ

美シイコトハ，遙カニ後者ニ優ッテキルヤウニ見エ，初心ノ教授者ハ好ンデコノ方法ヲ用ヒルガ，更ニ一層深ク考察シテ教授ノ效力ノ點カラ見レバ，前者ハ遠ク後者ニ及バナイ.

綜合的證明ハ證明ノ各歩ガ正シイコトヲ示スケレドモ，何故ニコノ方向ヲトラナケレバナラヌカト云フコトヲ證明シナイ．即チコノ方法ハ，生徒ヲシテ證明セントスル事實ヲ承認セシメルコトニハツトメルガ，證明ノ計劃ニツイテハ告ゲル所ガナイ．從ッテ證明法ヲ發見スル能力ヲ養フコトガナイ．故ニコノ方法ニヨッテ教授セラレタ生徒ノ中ニハ，動モスレバ證明法ハ數學者ガ偶然ニ發見シタ一種ノ術デアルト考ヘ，コレヲ器械的ニ記憶シヨウトツトメルモノガアルヤウニナリ，一度コレヲ忘レタナラバ，生徒ハ再ビコレヲ組立テルコトガ出來ズ，恰モ地理上ノ固有名詞ヲ忘レタ場合ト同ジ結果トナル.

この２つの角が等しいことは，その角を含む２つの三角形，△ＢＤＡ≡△ＣＤＡが証明できればよい。さてこの両三角形について見ると，ＡＤは共通，ＡＢ＝ＡＣなので∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤを証明すればよい。

このことは△ＡＢＥ≡△ＡＣＥより導くことができる。

次にこの両方の指導上における価値について論じよう。総合的証明は簡潔であってかつ整頓されている。これに反して解析的証明は，すこぶる煩雑である。されば前者による指導上の美しいことは，明らかに後者より優れているように見え，初心の指導者は好んでこの方法を用いるが，更に一層深く考察して指導の効力の点から見れば，前者が遠く後者に及ばない。

総合的証明は，証明のひとつひとつが正しいことを示すけれども，なぜこの方向をとらなければならないかということを説明しない。即ち，この方法は，生徒が証明しようとする事実を承認させることにはなるが，証明の計画については告げるところがない。従って証明法を発見する能力を養うことがない。故にこの方法によって指導された生徒の中には，証明法は数学者が偶然に発見した一種の技であると考え，これを機械的に記憶しようと努めるものがいるようになり，一度これを忘れたならば，生徒は再びこれを組み立てることができず，あたかも地理上の固有名詞を忘れた場合と同じ結果となる。

解析的證明ハ全クコレニ反シテヰル．コノ方法ニヨレバ證明法ハ既ニ發見セラレタモノトシテ與ヘラレズ，生徒ノ目前デ且ツソノ協力ニヨツテ完成セラレル．一ツノ補助線モソノ目的ヲ示サナイモノハナク，又ソレヲ引クヤウニナツタ思想ノ過程ヲ示サズニ引イタモノハナイ．故ニ生徒ハコレニヨツテ單ニ證明ヲ學ブノミデナク，又證明法ヲ發見スル方法ヲモ併セ學ブコトガ出來ル．サレバ解析的證明ニヨツテ授ケルトキニハ，眞ニヨク理解セラレ消化セラレタ智識ヲ與ヘルコトガ出來ル．

或ハ解析的證明ハ多クノ時間ヲ要スルト云フ説ガアルガ，コ

第三篇　數　學　教　授　法　　229

レハ誤リデアル．既ニ前ニ述ベタヤウニ，解析的證明デハ證明ヲ發見スル方法ヲモ併セ授ケルカラシテ，生徒ノ證明ノ工夫力ノ進歩ヲ促スコトガ甚ダ大デアル．

故ニ生徒ハ，問題モ多クハ獨力デコレヲ解クコトヲ得ルヤウニナリ，常ニ自信ヲ以テ進ムカラ，ソノ進歩ノ大ナルコトハ到底綜合的證明ノミニヨルノ比デハナイ．

コレヲ要スルニ，解析法ハ證明發見ノ方法デアツテ，綜合法ハ證明ヲ簡明ニ述ベル方法デアル．

故ニ中等數學教授ニ於テハ，先ヅ解析法ニヨツテ證明ヲ發見シ，然ル後ニ綜合法ニヨツテ整理シテコレヲ述ベルノガヨイ．

解析的証明はまったくこれに反している。この方法によれば証明法は既に発見されたものとして与えられず，生徒の目前でかつその協力によって完成させられる。１つの補助線もその目的を示さないものはなく，またそれを引くようになった思想の過程を示さずに引いたものはない。故に生徒はこれによって単に証明法を学ぶのではなく，証明法を発見する方法を学ぶことができる。されば解析的証明によって指導するときには，真によく理解させられ消化させられた知識をして得ることができる。

或いは，解析的証明は多くの時間を要するという説があるが，これは誤りである。既に前に述べたように，解析的証明では証明を発見する方法もあわせて指導するので，生徒の証明の工夫力の進歩を促すことがはなはだ大きい。

故に生徒は，問題も多くは独力でこれを解くことができるようになり，常に自信をもって進むので，進歩が大きいのは，到底，総合的証明のみによる比ではない。

これは要するに，解析法は証明発見の方法であって，総合法は証明を簡潔に述べる方法である。

故に中学校数学教育においては，まず解析法によって証明を発見し，然る後に総合法によって整理してこれを述べた方がよい。

（栗本訳）