「統合的・発展的に考えること」を促進させる授業設計

― 中点連結定理を利用した証明の実践を通して ―

岐阜大学教育学部附属中学校　兼松　明

2019/08/08（Thu.）

「統合的・発展的に考えること」を促進させる授業設計

ー 中点連結定理を利用した証明の実践を通して ー

1. 研究の目的
2. 実践の概要
3. 研究仮説
4. 研究内容
5. 授業の実際とその考察
6. 成果と課題

今日的な課題として

Education2030

新しい価値を創造する力

次期学習指導要領

「統合的・発展的に考えること」という

「数学的見方・考え方」を働かせること

1　研究の目的

昨今の数学教育に求められること

統合的・発展的に考察する生徒の育成

本校の生徒の実態は

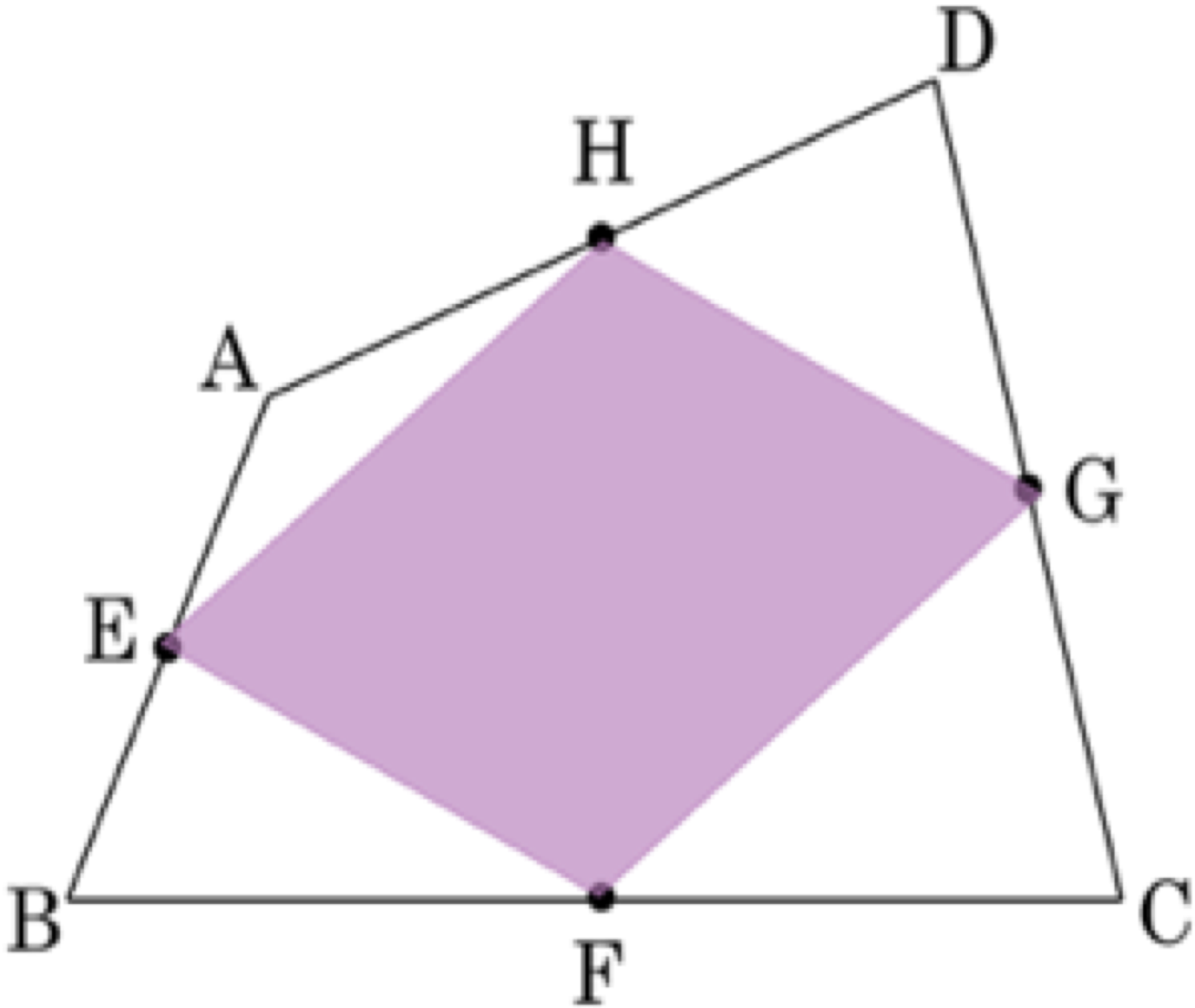
◎論理的に考察する力
▲得られた解決に対して，考察範囲を拡げたり，類似な事柄の間に共通する性質を見出したりする力

新たな発見の楽しさ

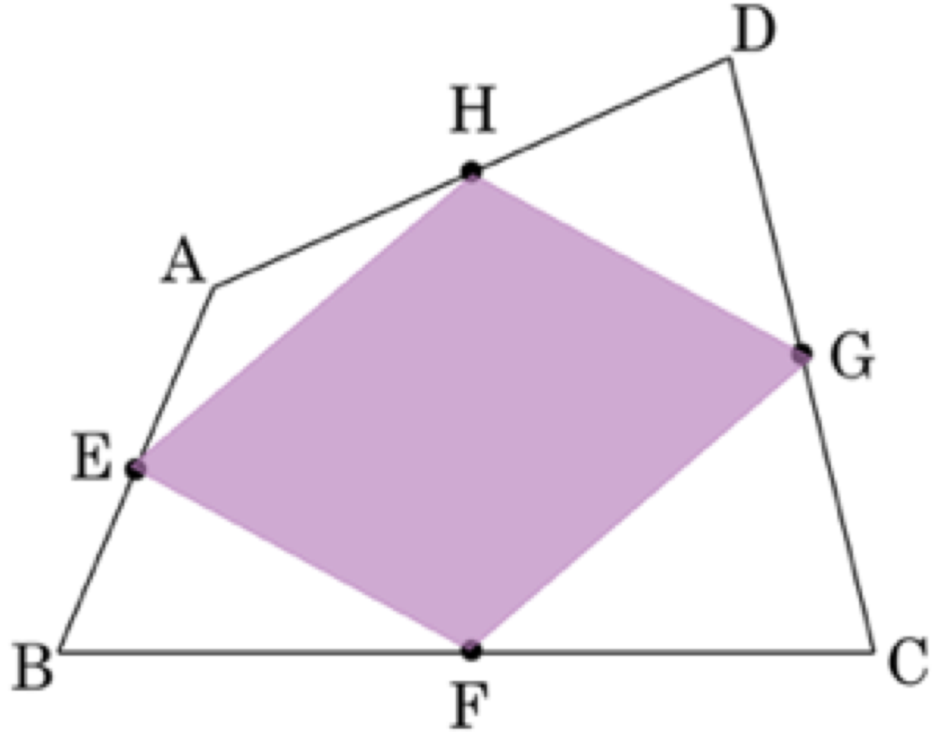
数学の本質を学ぶ

「統合的・発展的に考えること」を促進させる授業設計

第３学年　「相似と比」　中点連結定理の利用



第３学年　「相似と比」　中点連結定理の利用



- 四角形EFGHがどんな四角形になるかをみつける
- どの証明においても，共通して中点連結定理を利用していることに気づく

＜本実践までの学習の流れ＞

三角形と比の定理 → 三角形と比の定理の逆 → 三角形と角の二等分線と比の定理 →

平行線と比の定理 → 中点連結定理 → 本実践

2　授業の概要

＜目指す「統合的・発展的に考えること」を働かせた生徒の姿＞

統合的	考えの進め方	・どの証明方法も（これまでの学習と同じように）補助線を引き，三角形を見出し，中点連結定理を利用して証明すればよいと考えている。
	数学的内容	・四角形ABCDの２本の対角線の関係によって，四角形EFGHの形が決定すると見つけている。
発展的		・四角形EFGHを様々な形に変形して，証明しようとしている。 ・別の方法で証明することはできないかを考えようとしている。

3　研究仮説

「統合的・発展的に考えること」を促進させる授業設計

フレキシブルな追究活動

問題設定や発問等の工夫

授業構成

教材開発

＜研究仮説＞

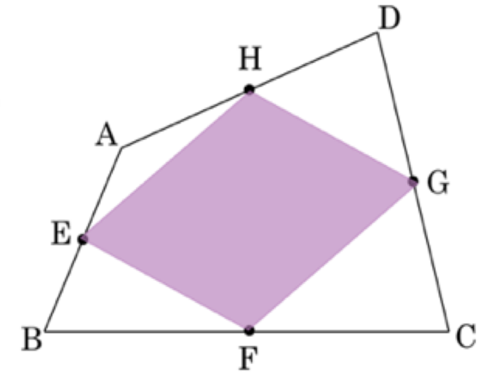
　考察範囲を拡げる問題設定や発問等の教材の工夫をしたり，生徒がフレキシブルに追究できるような授業構成の工夫をしたりすることで，「統合的・発展的に考えること」を促進させることにつながるであろう。

1 フレキシブルに追究できる授業構成

2「統合的・発展的に考えること」を促す教材開発

（ア）考察範囲を拡げる問題設定
（イ）ICT活用の工夫
（ウ）課題追究の見通しをもつ場の設定
（エ）「統合的・発展的に考えること」を促す発問の工夫

4　研究内容



1　フレキシブルに追究できる授業構成の工夫

第１時

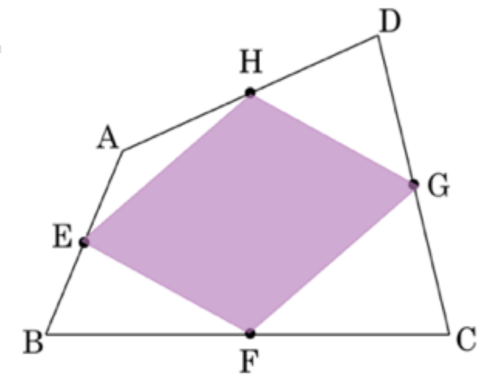
- 四角形EHGHについての帰納的推論
- 平行四辺形になることを証明

第2時

- 四角形EFGHが特別な四角形になることの証明
- 証明方法の共通点や特別な四角形になる条件についての考察をする

2 「統合的・発展的に考えること」を促す教材開発

（ア）考察範囲を拡げる問題設定



従来は…

四角形EFGHが平行四辺形になることを証明しよう。

平行四辺形かどうかの判断のみ

本実践は…

四角形EFGHはどのような四角形になるでしょう。

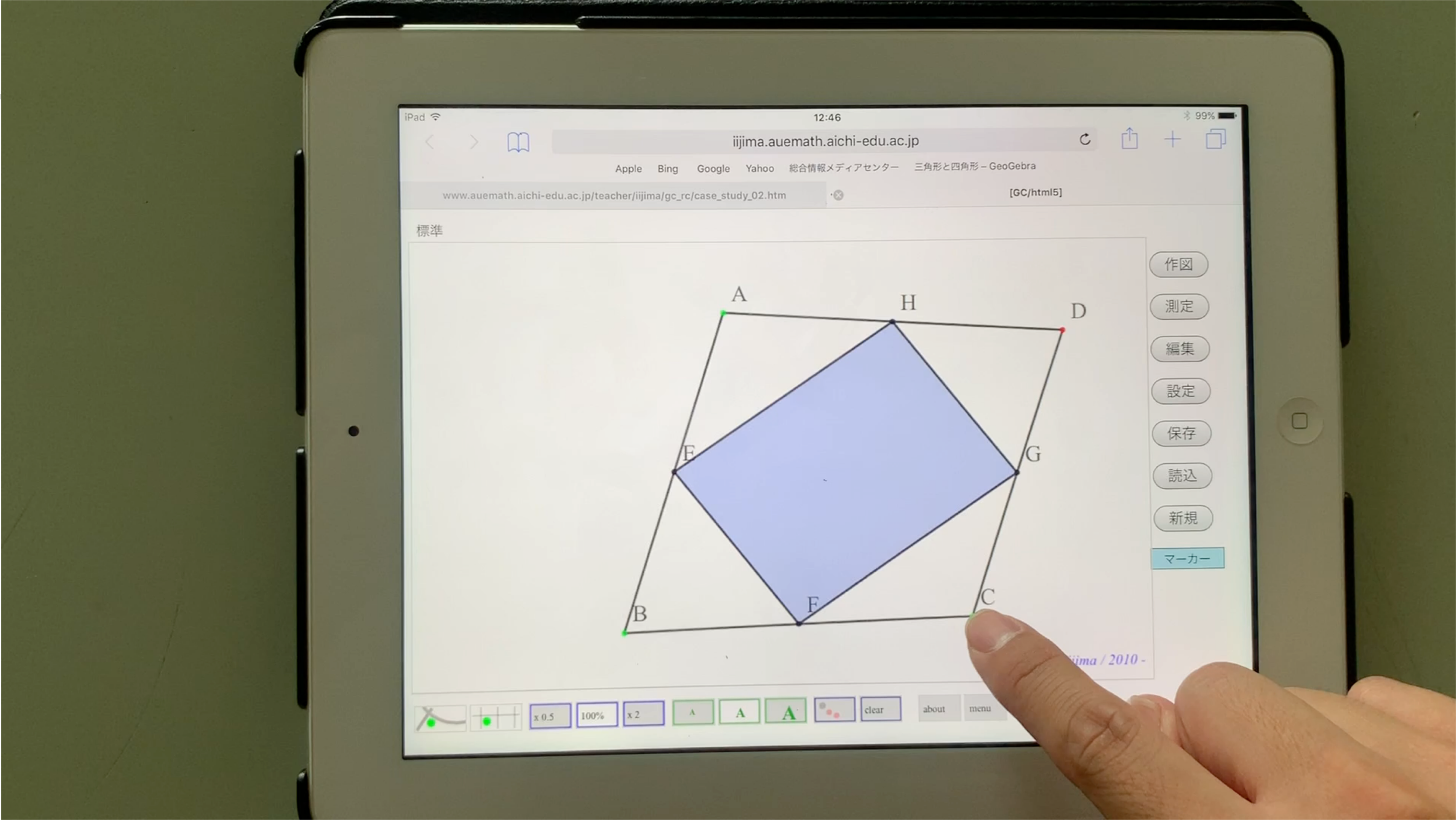
多面的な思考を引き出す

2 「統合的・発展的に考えること」を促す教材開発

（イ）ICT活用の工夫

問題提示後

考察範囲を拡げて追究


iPad
12:46
99%
iijima.auemath.aichi-edu.ac.jp
Apple
Bing
Google
Yahoo
総合情報メディアセンター
三角形と四角形 – GeoGebra
www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/iijima/gc_rc/case_study_02.htm
[GC/html5]
標準
A
H
D
E
G
B
F
C
作図
測定
編集
設定
保存
読込
新規
マーカー
x 0.5
100%
x 2
A
A
A
clear
about
menu

2　「統合的・発展的に考えること」を促す教材開発

（イ）ICT活用の工夫

課題追究中

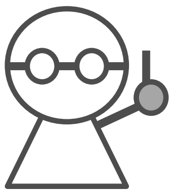
つまずきの解消

2　「統合的・発展的に考えること」を促す教材開発

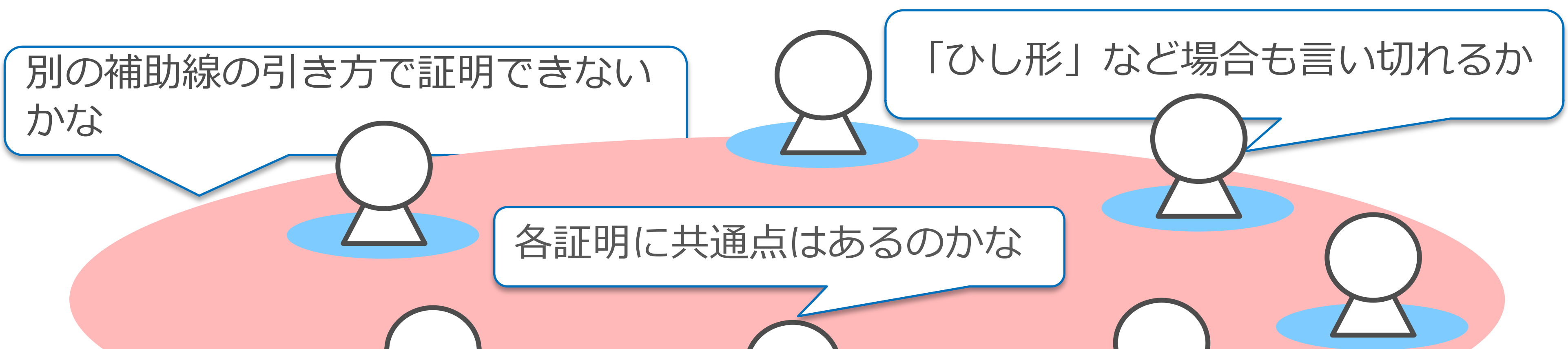
（ウ）課題追究の見通しをもつ場の設定

第１時授業課題

四角形EFGHが平行四辺形になるのか証明しよう



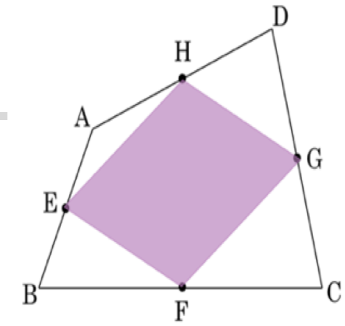
課題解決ができた後に，さらに追究できそうなことはないか



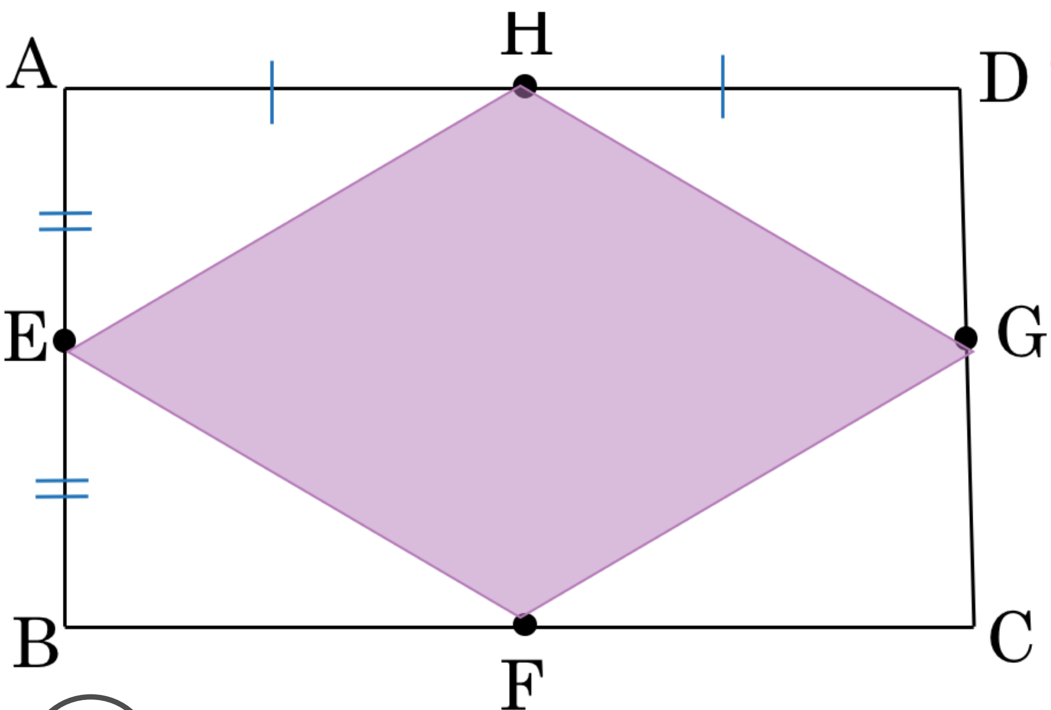
発展的に考える上での具体的な着眼点の共有

2 「統合的・発展的に考えること」を促す教材開発

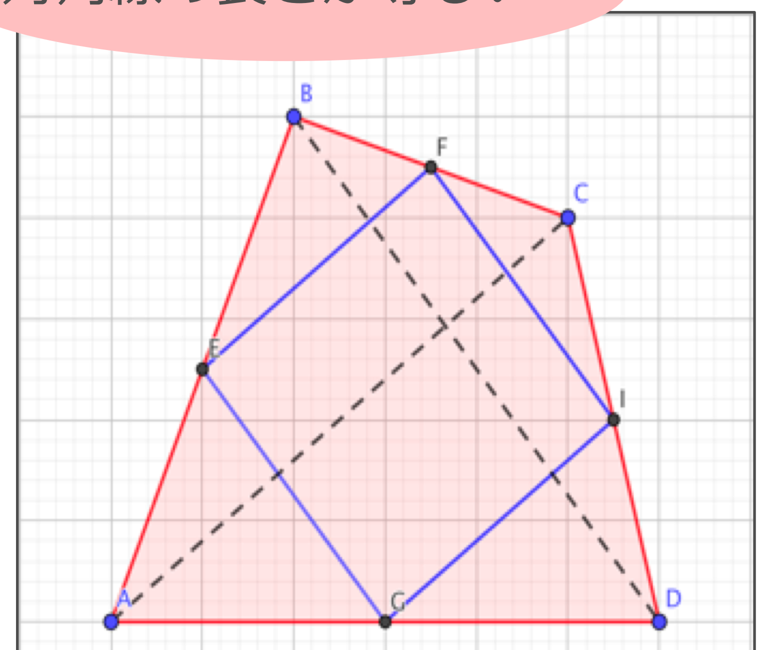
（エ）「統合的・発展的に考えること」を促す発問の工夫

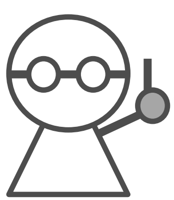


四隅の三角形の合同を利用して証明する生徒



対角線の長さが等しい





四隅の三角形の合同を利用して証明できますか？

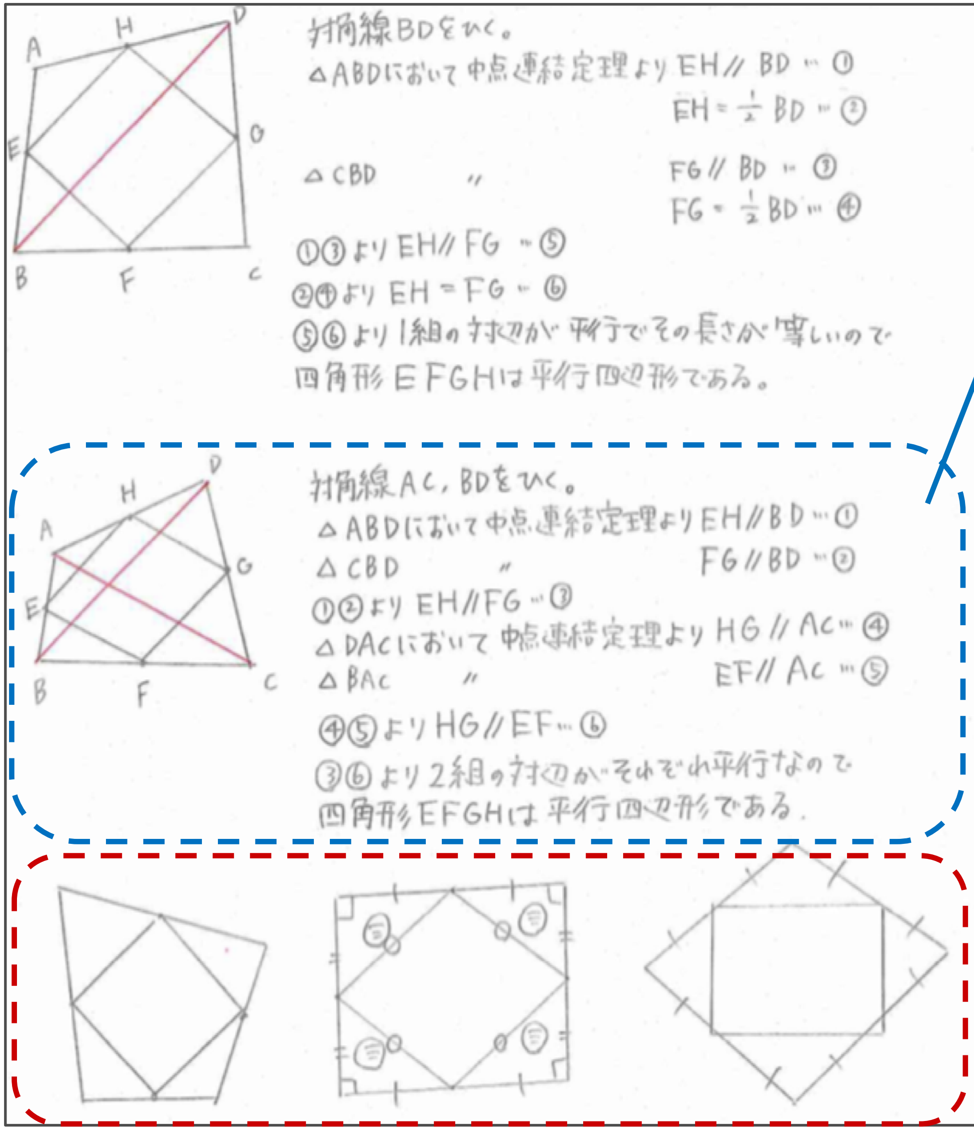
（ア）（イ）問題設定およびICTの活用の工夫にかかわって

四角形EFGHの形は一つに定まらないんじゃないかな？

四角形ABCDの形によって，四角形EFGHの形が決定するのでは？

- 考察範囲を拡げて進んで追究
- 演繹的に証明する上でのつまずきの解消

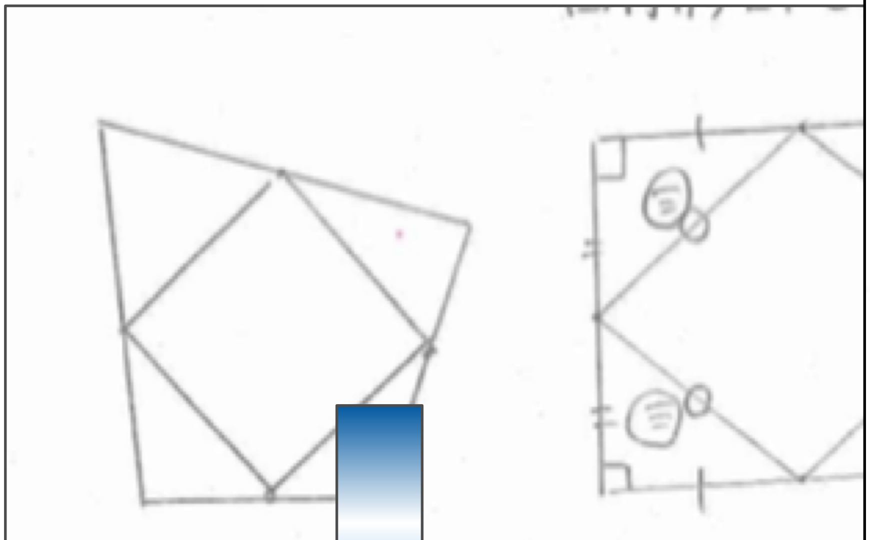
（ウ）見通しをもつ場の設定にかかわって

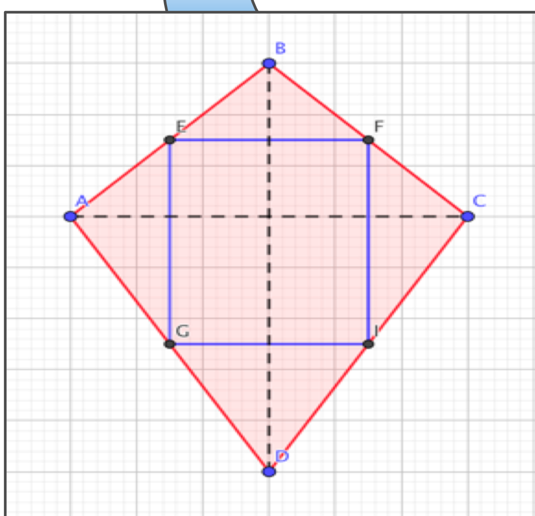


別の補助線の引き方で証明を行う

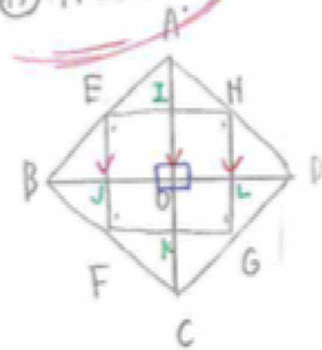
ひし形，長方形，正方形の特別な四角形の場合も言い切れるのか，進んで追究をする

（エ）「統合的・発展的に考え





仮 AC⊥BD



対角線 AC, BDにおいて、2つの対角線の交点をOとする。
△ABCにおいて中点連結定理よりEF//AC, HG//AC
⇒ EF//HG//AC ①
同様にEH//BD, FG//BD
⇒ EH//FG//BD ②
仮定より AC⊥BD
仮定と①から同位角で ∠AOB = ∠AIE = 90°
錯角で ∠AIE = ∠IEJ = 90° ③
同様に ∠BOC = ∠FKC = 90°
∠FKC = ∠JFK = 90° ④
∠COD = ∠CKG = 90°
∠CKG = ∠KGL = 90° ⑤
∠AOD = ∠AIH = 90°
∠AIH = ∠IHL = 90° ⑥
③④⑤⑥より四角形EFGHにおいて
∠E = ∠F = ∠G = ∠H = 90°
4つの角が等しいので長方形

② ABCDの対角線が垂直に交わるときに長方形になる

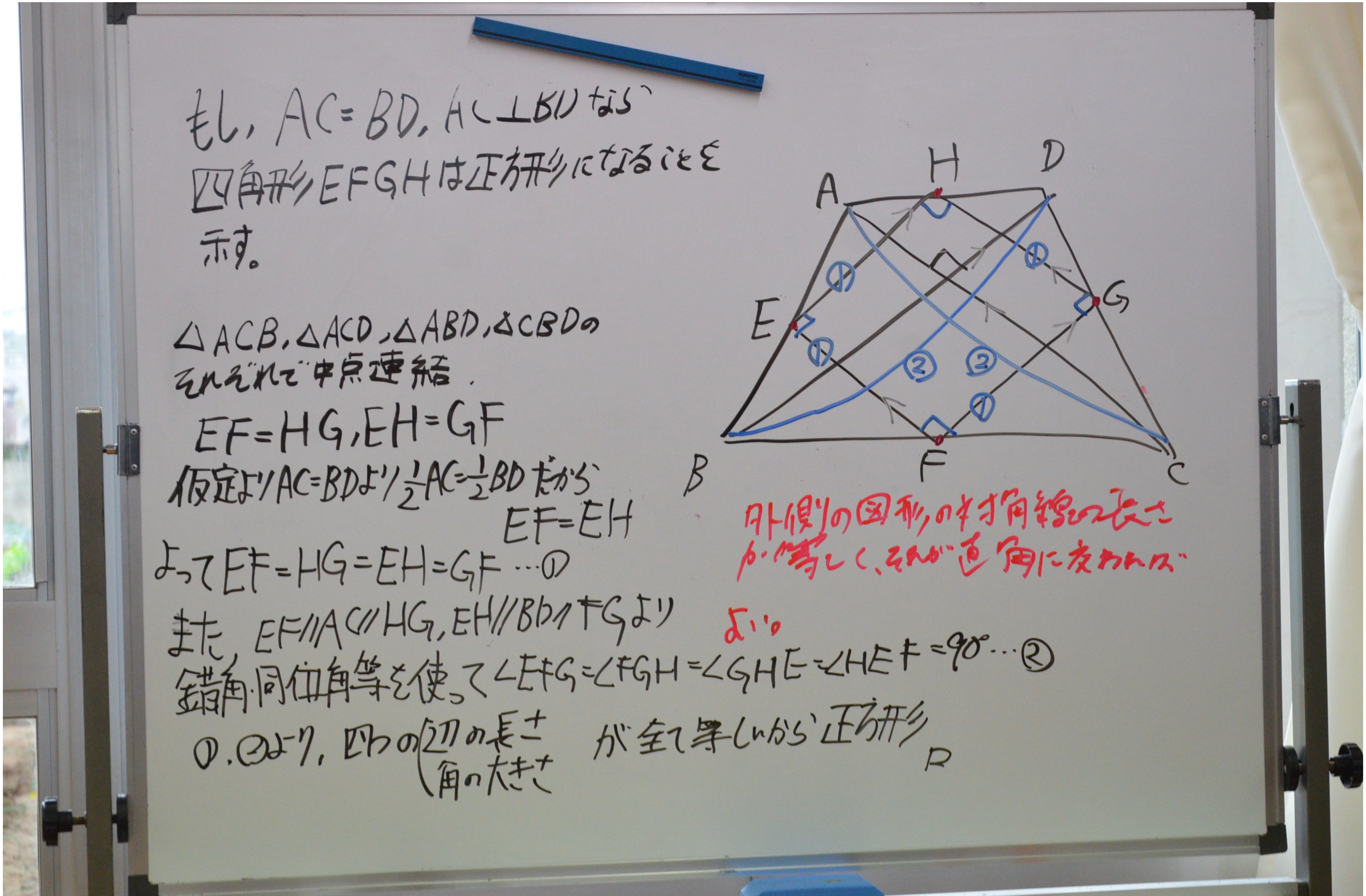
成果　本時の授業のねらいの到達度

生徒のワークシートの分析　n＝37

評価基準	内容	生徒の割合
評価A	どの証明においても，これまでの証明と同じように，補助線を引き，三角形を見出し，中点連結定理を利用すればよいと考察することができている。	0.70
評価B	長方形，ひし形など特別な四角形の場合も証明することができている。	0.91

「統合的・発展的に考えること」という見方・考え方を働かせながら考察することができた。

6　成果と課題


もし，AC=BD, AC⊥BD なら
四角形EFGHは正方形になることを
示す。
△ACB，△ACD，△ABD，△CBDの
それぞれで中点連結
EF=HG，EH=GF
仮定よりAC=BDより 1/2AC=1/2BD だから
EF=EH
よってEF=HG=EH=GF …①
また，EF//AC//HG，EH//BD//FGより
錯角・同位角等を使って∠EFG=∠FGH=∠GHE=∠HEF=90° …②
①.②より，四つの辺の長さ 角の大きさ が全て等しいから正方形
外側の図形の対角線の長さが等しく，それが直角に交わればよい。
A
H
D
E
G
B
F
C

課題

「結論」から逆に「仮定」を導くという逆思考を行って証明することは，生徒にとって抵抗が大きかったこと。

指導改善

授業課題を『四角形EFGHは2本の対角線の関係によってどのように決定されるのか』と設定することで，数学的内容の統合に特化した授業にする。

「統合的・発展的に考えること」を促進させるための授業設計

－　中点連結定理の利用の実践を通して　－

ご清聴ありがとうございました。