「統合的・発展的に考えること」を促進させる授業設計

― 中点連結定理を利用した証明の実践を通して ―

岐阜大学教育学部附属中学校　　兼松　明

1　研究の目的

1．1　今日的な課題

OECD の「Education2030」では，科学技術の進展による社会変革や顕著な人口減少など，多くの困難で新たな課題に対応するために「生き延びる力」の育成が必要であるとしており，その力の一つとして「新しい価値を創造する力」が提言されている。

また平成 29 年度 3 月に告示された中学校学習指導要領（以降，次期学習指導要領）には，「数学的な見方・考え方」は，数学的に考える資質・能力を支え，方向づけるものであり，数学の学習が創造的に行われるために欠かせないものであると記されている。その中でも今回の改訂では，「統合的・発展的に考えること」を特に重視してされている。つまり，これらの今日的な課題を鑑みたときに課題解決後，さらにそこから新たな問いを見出し，新しい価値を創造する力を育むことが必要であり，統合的・発展的に考察する生徒を育成していくことが昨今の数学教育に求められていると考える。

1．2　本校の生徒の実態

本校のこれまで図形領域の学習において，この図形の性質が成り立つといい切れるのはなぜかという，根拠を明確にして証明する指導に力を入れてきた。その結果，創り出した証明を論理的に考察できる生徒が多かった。一方で，一つの命題が証明できたことに満足してしまい，その得られた結果に対して，考察範囲を拡げたり，類似な事柄の間に共通する性質を見出したりすることに弱さがあった。そこで，問題解決後，得られた結果からさらに新たな図形の性質を発見する楽しさや考えの進め方などの共通点を見つけ，数学の本質について学ぶ楽しさを味わえる活動を仕組むことが必要であると考えた。

以上を踏まえ，本稿では，中点連結定理を利用した証明の実践を通して，「統合的・発展的に考えること」を促進させる授業設計を行い，その実践の結果について報告する。

2　実践の概要

（ア）　単元　第 3 学年「相似と比」

（第 10･11 時／全 17 時間　中点連結定理の利用）

（イ）　ねらい

任意の四角形の各辺の中点をとり，順に結んでできる四角形が平行四辺形，ひし形，長方形，正方形になることを発見し，さらにその証明をする活動を通して，どの証明においても補助線を引き，三角形を見出し，中点連結定理を利用すればよいと考察することができる。

（ウ）目指す「統合的・発展的に考えること」を働かせた生徒の姿

本実践で目指す「統合的・発展的に考えること」を働かせた生徒の姿を**表 1** のよう決め出した。

統合的	考えの進め方	・どの証明方法も（これまでの学習と同じように）補助線を引き，三角形を見出し，中点連結定理を利用して証明すればよいと考えている。
	数学的内容	・四角形ABCDの２本の対角線の関係によって，四角形EFGHの形が決定すると見つけている。
発展的		・四角形EFGHを様々な形に変形して，証明しようとしている。 ・別の方法で証明することはできないかを考えようとしている。

表 1「統合的・発展的に考えること」を働かせた姿

本実践は，単元の第 2 節「三角形の比の定理」，「三角形の角の二等分線と比の定理」，「平行線と比の定理」等を学習した後，節末に位置づけた授業である。それらの定理を証明していく上で，『補助線を引き，相似な三角形を見出し，相似の図形の性質を利用する』という共通点があると捉え，「考えの進め方」における「統合的に考えること」を働かせた姿については，**表 1** のように決め出した。

3　研究仮説

１．２を踏まえ, 研究仮説を次のように設定した。

考察範囲を拡げる問題設定や発問等の教材の工夫をしたり，生徒がフレキシブルに追究できるような授業構成の工夫をしたりすることで,「統合的・発展的に考えること」を促進させることにつながるであろう。

4　研究内容

4．1　授業構成の工夫

本実践は全２時間で授業を構成した。その際，それぞれの時間について，主として次のような役割をもたせるように工夫した。

第１時　四角形 EHGH について帰納的推論をし，平行四辺形になることを証明する
第２時　四角形 EFGH が特別な四角形になることの証明をし，その証明方法の共通点や特別な四角形になる条件についての考察をする

第１時は，四角形 EFGH がどんな四角形になるか ICT を活用して視覚的に捉えられるようにし, 帰納的推論をする活動を仕組んだ。その上で，四角形 EFGH が平行四辺形になることを確認し, その証明について生徒全員で取り組んだ。

第２時は，四角形 EFGH が特別な四角形になったことの学び直しをし,「本当にそのような特別な四角形になると言い切れるか」と投げかけた。その後，四角形 EFGH が「ひし形」「長方形」「正方形」になることについて，証明したい形を自分で選択し，フレキシブルに追究させることで,「統合的・発展的に考えること」を働かせた考察ができる時間を十分に確保できるようにした。

4．2　「統合的・発展的に考えること」を促す教材開発

（ア）問題設定の工夫

四角形 ABCD において辺 AB，BC，CD，DA の中点をそれぞれ E，F，G，H とする。このとき四角形 EFGH はどのような四角形になるでしょう。

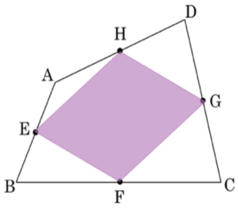

図１　生徒に提示した問題

従来の授業では，教科書に記載されている「四角形 EFGH が平行四辺形になることを証明しよう。」という問いで提示してきた。しかし，この問いに対する数学的活動は,「平行四辺形であるかどうかの判断」に終始されてしまい，問題の考察範囲を拡げることにおいて困難であると考えた。そこで, **図１**のように「どのような四角形になるでしょう」と問う。こうすることで，様々な正答や解法を含む問題となり，演繹的に証明する上で，多面的な思考を引き出すこととなると考えた。

（イ）ICT の活用の工夫

（ア）の問題提示後, 生徒にタブレットを配布し, 四角形ABCDの各頂点を自由に動かすことなどができるソフトを利用した。そして四角形 EFGH の形について視覚的に捉える活動を設け，四角形 EFGH の各辺の長さ比較や位置関係等について調べることができる帰納的推論を行った。こうすることで，考察範囲を拡げて追究することへの手立てになると考えた。また課題追究中も，タブレットを生徒の手元に置き，随時活用できる機会を設けておくことが，証明する中でのつまずきの解消の手立てになると考えた。

（ウ）授業課題解決後に追究できそうなことの見通しをもつ場の設定

第１時の授業課題「四角形 EFGH が平行四辺形になるのか証明しよう」の設定後に,「課題解決ができた後に，さらに追究できそうなことはないか」を問い，発展的に考える上での具体的な着眼点について生徒全員で共有を図る場を設定した。

（エ）「統合的・発展的に考えること」を促す発問の工夫

四角形 EFGH がひし形，長方形など特別な四角形になることを証明する上で，次の 2 つの方法が予想された。

① 四角形ABCDの中にできる四隅の三角形の合同を利用して証明する方法 ② 2 本の補助線（対角線）を引き，中点連結定理を利用して証明する方法

３（イ）のねらいに迫るために，①の方法で証明している生徒に対して，**図２**の「2 つの対角線の長さが等しい四角形」や「2 つの対角線が垂直に交わる四角形」がかかれた補助プリントを配布した。そして，「この図においても四隅の三角形の合同を利用して証明することができるか」と問う。こうするとで，第 1 時で学習した平行四辺形のときの証明方法を振り返り，「中点連結定理を利用すれば証明できる」という考えを引き出すことにつながると考えた。また全体追究後に，「証明の仕方で共通しているところはありますか」「わかっていることで共通しているところはありますか」と問うことで，「統合的に考えること」を促すようにした。

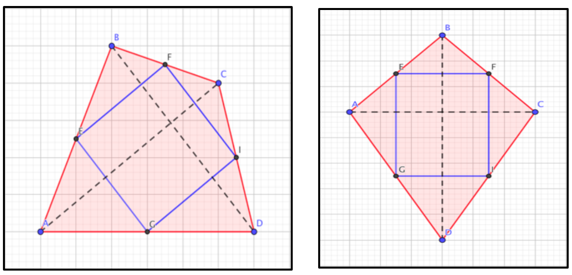

図２　補助プリントの一部

５　授業の実際とその考察

５．１　生徒の様子とワークシートからの分析

生徒の実際の授業の様子やある生徒(A)のワークシートの記述をもとに本実践を考察した。

（ア）（イ）問題設定およびICTの活用の工夫にかかわって

問題設定や ICT の活用を工夫することで，「四角形 EFGH の形は一つに定まらないのでは」や「四角形 ABCD の形によって，四角形 EFGH の形が決定するのではないか」などという，生徒の問いが自然に生まれた。その結果，課題設定後，生徒が進んで追究していくことにつながった。また，タブレットを随時活用できるよう，生徒の手元に置き，対辺の位置関係を調べるなど帰納的推論をすることで，そこでの気づきが演繹的に証明をする中でのつまずきの解消の手立てとなった。

（ウ）見通しをもつ場の設定にかかわって

次の**図３**は，第 1 時の課題設定後の追究の様子がわかる生徒(A)のワークシートの一部である。

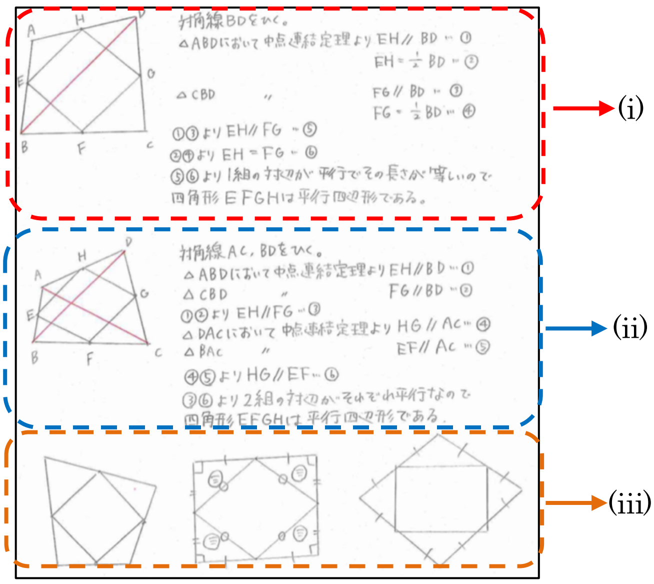

図３　生徒(A)のワークシートの一部

生徒(A)は，(i)の証明を終えた後，さらに別の観点で証明ができないかを考え，(ii)の証明に取り組んだ。また，(iii)のように，教師の指示がなくとも，四角形 EFGH が特別な四角形になる場合についても追究できた。これは，見通しをもつ場で，「別の補助線の引き方について考えること」や「ひし形，長方形など特別の場合も言い切れるのか」という「発展的に考えること」の具体的な着眼点について共有を図ったことが大きな要因だと考える。

（エ）「統合的・発展的に考えること」を促す発問の工夫にかかわって

生徒(A)は，**図３**の(iii)から，四角形 EFGH が「ひ

し形」のときは，四角形 ABCD が長方形になる場合のみに限定して考えていた。そこで，４．２（エ）に示した手立てを講じた。次の**図４**は，その手立てを講じた後の生徒(A)の追究の様子がわかるワークシートの一部である。

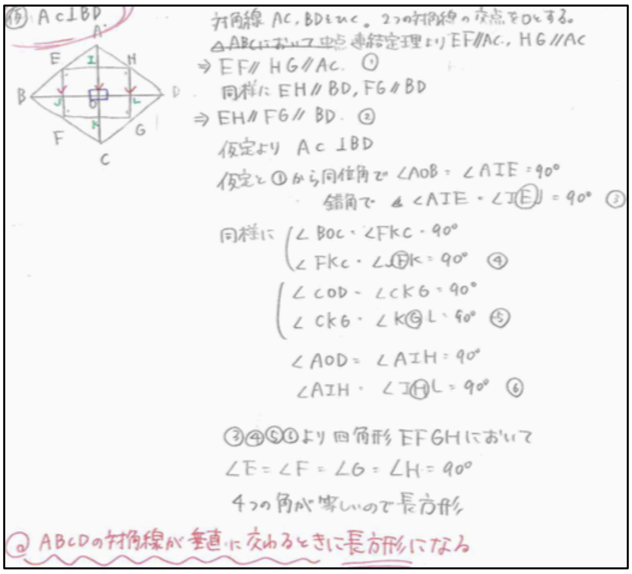

図４　生徒(A)のワークシートの一部

図２の場合では，合同条件を利用して証明することが困難であることに気づき，「2 本の対角線に着目し，中点連結定理を利用して証明すればよい」という考えを引き出すことができた。また全体追究後に，「わかっていることで共通しているところはありますか」と問うことで，いくつかの証明を比較し，共通する考え方や図形の性質について見出す姿が見られた。

５．２　成果

次に示す**表１**は，授業後のワークシートの記述を分析し，本時の授業のねらいの到達度の結果をまとめたものである。

表１　生徒のワークシートの分析（n＝37）

評価基準	内容	生徒の割合
評価A	どの証明においても，これまでの証明と同じように，補助線を引き，三角形を見出し，中点連結定理を利用すればよいと考察することができている。	0.70
評価B	長方形，ひし形など特別な四角形の場合も証明することができている。	0.91

約 7 割の生徒が，特別な四角形を証明することを通して，「どの場合も，補助線を引き，三角形を見いだし，中点連結定理を利用すればよい」と統合的に考察することができた。そのなかには，「四角形 ABCD の対角線の関係性が四角形 EFGH の決定条件になっている」ことまで考察できている生徒もみられた。これらのことから，授業構成の工夫や考察範囲を拡げる教材開発の工夫をしたことは，「統合的・発展的に考えること」を促進させる上で，一定の効果を得たと考えている。

５．３　課題

一方で，次の二点について改善を図るべく，さらなる研究の余地があると考えている。

① 中点連結定理を利用すれば証明できそうだと推測できても，その定理を活用し，結論まで導けない生徒がみられたこと。

② 第 2 時において，特別な四角形について，「結論」から逆に「仮定」を導くという逆思考を行うことは，生徒にとって抵抗が大きかったこと。

課題①について，追究前に，特別な四角形のそれぞれの定義を確認し，結論を導くための条件を明らかにしたが，既習の図形の性質を活用して証明することを苦手とする生徒がみられた。その要因として，「順思考と逆思考を働かせて証明することの弱さ」が考えられる。したがって，論証における学習において，順思考と逆思考を働かせる力を鍛えるべく，仮定と結論を明らかにし，その証明の仕組みを問うような指導を積み重ねていく必要があると考える。

課題②について，第 2 時の導入時に「2 本の対角線の関係によって，四角形 EFGH の形は決定される」という見通しをもたせ，授業課題を『四角形 EFGH は 2 本の対角線の関係によってどのように決定されるのか』と設定することで，図形の性質における統合を図ることに特化した授業の工夫・改善を行うことができる余地があると考える。