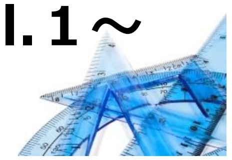
数学通信～証明 vol.１～



資料１

～数学で大切な“論理的思考力”について学ぶ～

論理的思考力とは，簡単に言うと順序立てて分かりやすく考えたり説明したりする力のことです。特に数学では，今学んでいる証明の学習で大切な力です。つまり，根拠となる事柄を明らかにし，相手が納得できるように順序立てて分かりやすく説明する力です。この単元では特にこの力を伸ばして欲しいと願っています。

これからの証明では，以下の４点を意識して証明できるようにすることで，論理的思考力を高めたいと思います。

論理的な説明をすることができたかな？
① 相手が自分の考えを知らないこと を意識して 説明することができた
② 仮定が変わらないこと を意識して 説明することができた
③ 結論 を意識して 説明することができた
④ 他の可能性を排除すること を意識して 説明することができた

【命題】二等辺三角形の２つの底角は等しい

＜仮定＞ＡＢ＝ＡＣ

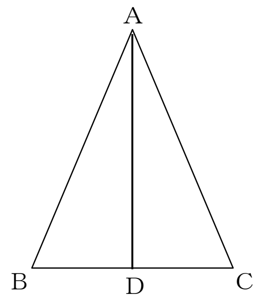
＜結論＞∠Ｂ＝∠Ｃ

⬆

合同を示す

⬆

補助線を引いて
合同な三角形をつくる



＜証明＞
頂角Ａの二等分線をひき，底辺ＢＣとの交点をＤとする。
△ＡＢＤと△ＡＣＤで，
仮定から，ＡＢ＝ＡＣ・・・①
ＡＤは頂角Ａの二等分線だから，
∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤ・・・②
共通な辺だから，
ＡＤ＝ＡＤ・・・③
①，②，③から２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
△ＡＢＤ≡△ＡＣＤ
対応する角だから，
∠Ｂ＝∠Ｃ

＜説明例＞（指で指し示しながら①）
∠Ｂ＝∠Ｃを示すためには，角の大きさが等しいことを示せばいいので，合同な図形の性質を使うことにしました。だからまず，合同を示します。
図の中に合同な三角形はないので，補助線をひく必要があります。そこで，結論の∠Ｂと∠Ｃが対応する角になるように∠Ａの二等分線を引きました。③二等分線をひいた理由は，証明で使える条件が増えるようにするためです。
ここまでどうですか。①
２つの三角形をみると，仮定からＡＢ＝ＡＣ，二等分線だから，∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤがわかります。②ここで三角形の合同条件は３つありますが，すでに１辺と１角が分かっていることから，「２組の辺とその間の角が等しい」か「１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」を用いることが考えられます。④ただ，「両端の角」は結論に関わる角なので，証明に使うことはできません。③
したがって，「２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」という合同条件を考えることにしました。するともう１組の辺は共通する辺なので等しいことが分かりました。
ここまでいいですか。①
以上のことから，△ＡＢＤと△ＡＣＤは「２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」ので合同です。したがって，対応する辺は等しいので∠Ｂ＝∠Ｃであることが示せます。

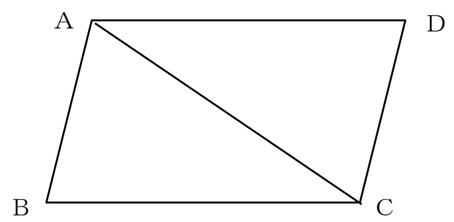
数学通信～証明 vol.2～

教科書Ｐ１５３　平行四辺形の性質

論理的な説明をすることができたかな？
①　相手が自分の考えを知らないこと を意識して 説明することができた
②　仮定が変わらないこと を意識して 説明することができた
③　結論 を意識して 説明することができた
④　他の可能性を排除すること を意識して 説明することができた

資料2

【命題】平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しい



＜仮定＞ＡＢ∥ＤＣ，ＡＤ∥ＢＣ
＜結論＞ＡＢ＝ＣＤ，ＢＣ＝ＤＡ

↑ ← 対応する辺はそれぞれ等しい

合同を示す

↑

補助線を引いて，合同な三角形をつくる

＜証明＞
対角線ＡＣをひく。

△ＡＢＣと△ＣＤＡで，
仮定より平行線の錯角だから，
　∠ＢＡＣ＝∠ＤＣＡ・・・①
　∠ＡＣＢ＝∠ＣＡＤ・・・②
共通な辺だから，
　　　ＡＣ＝ＣＡ　　・・・③
①，②，③より１組の辺とその間の角が
それぞれ等しいので，
　△ＡＢＣ≡△ＣＤＡ
対応する辺だから，ＡＢ＝ＣＤ，ＢＣ＝ＤＡ

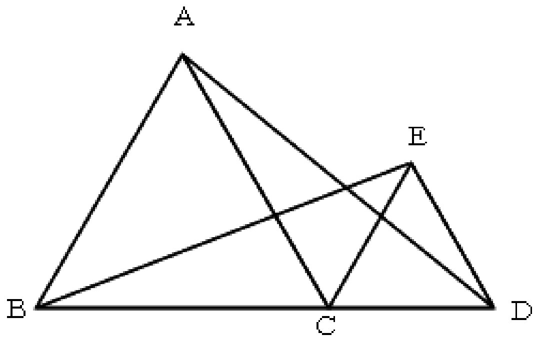
したがって，平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しい。

＜説明例＞（指で指し示しながら①）
ＡＢ＝ＣＤ，ＢＣ＝ＤＡを示すために，合同な図形の性質を使うことにしました。だからまずは合同を示します。結論のＡＢとＣＤ，ＢＣとＤＡが対応する辺になる③ように合同な三角形をつくればいいので，対角線ＡＣをひきます。ＢＤでも同じです。④
ここまでどうですか。①

結論が「２組の辺がそれぞれ等しい」ことなので，３つの合同条件のうち，「３組の～」と「２組の～」は使えません。④
したがって，「１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」という条件を考えます。
ＡＣは共通する辺だから等しいです。両端の角を見ると，仮定から②平行線の錯角だから
∠ＢＡＣ＝∠ＤＣＡ，∠ＡＣＢ＝∠ＣＡＤです。
以上のことから，△ＡＢＣと△ＣＤＡは合同です。
ここまでどうですか。①

合同な図形の対応する辺は等しいので，
ＡＢ＝ＣＤ，ＢＣ＝ＤＡであることが示せます。

数学通信～証明 vol.9～



＜証明＞
△ＢＣＥと△ＡＣＤで,
仮定より正三角形だから,
ＢＣ＝ＡＣ・・・①
ＣＥ＝ＣＤ・・・②
正三角形の角は６０°だから,
∠ＢＣＥ＝６０°＋∠ＡＣＥ・・・③
∠ＡＣＤ＝６０°＋∠ＡＣＥ・・・④
③，④より，∠ＢＣＥ＝∠ＡＣＤ・・・⑤
①，②，⑤より２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ＢＣＥ≡△ＡＣＤ
対応する辺だから，ＢＥ＝ＡＤ

資料3

パフォーマンス課題

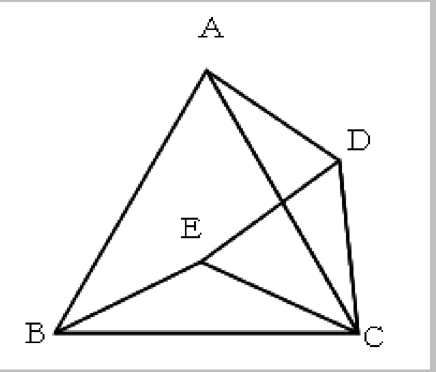
【課題】正三角形ＡＢＣと正三角形ＣＤＥがあります。ＢとＥ，ＡとＤを結ぶ。このとき，ＢＥ＝ＡＤを示しなさい。

＜説明例＞（指で指し示しながら①）
私は２つの三角形がこのような場合について考えました。①
結論の「辺」が等しいことを示すために，まずは合同を示すことにしました。③

結論のＢＥとＡＤが対応する辺になる三角形として③私は△ＢＣＥと△ＡＣＤに着目しました。①
ここまでどうですか。①

仮定から②ＢＣ＝ＡＣ，ＣＤ＝ＣＥであることが分かります。よって，すでに２組の辺がそれぞれ等しいことが示せています。
このことから，３つある合同条件のうち「２組の辺と間の角」か「３組の辺」を用いることが考えられますが，残りの１辺は結論なので，使えません。④よって，「２組の辺と間の角」が使えないか考えることにしました。
間の角に着目すると，正三角形の性質から∠ＢＣＡと∠ＥＣＤは６０°で，残りは∠ＡＣＥを共有しています。よって，等しい角と共有している角の和は等しいので，間の角は等しくなります。
ここまでどうですか。①

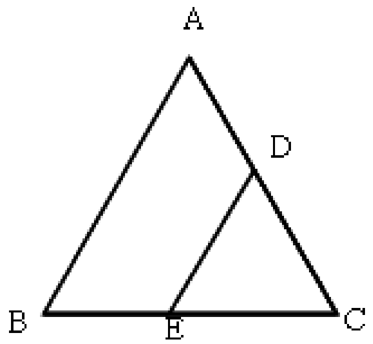
以上のことから△ＢＣＥと△ＡＣＤは「２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」ので合同であり，対応する辺は等しいので，ＢＥ＝ＡＤとなります。
したがって，∠ＦＥＢ＝∠ＦＣＢです。

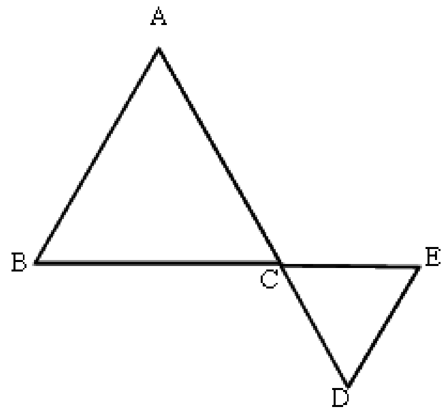


＜証明＞
以下の部分だけ変わります。

∠ＢＣＥ＝６０°－∠ＡＣＥ・・・③
∠ＡＣＤ＝６０°－∠ＡＣＥ・・・④

数学通信～証明 vol.9～





＜説明例＞（指で指し示しながら①）

私は２つの三角形がこのような場合について考えました。①
結論の「辺」が等しいことを示すには，③合同な図形の性質を用いることが考えられますが，この場合は結論の辺を対応する辺にもつ合同そうな三角形は見当たりません。
そこで，仮定に着目してみると，②ＢＣ＝ＡＣ，ＣＥ＝ＣＤであることが分かります。
つまり，ＡＤもＢＥも等しい辺から等しい辺をひいた「差」であることが分かります。
したがって，ＢＥ＝ＡＤです。

終わりです。

＜説明例＞（指で指し示しながら①）

私は２つの三角形がこのような場合について考えました。①
結論の「辺」が等しいことを示すには，③合同な図形の性質を用いることが考えられますが，この場合は結論の辺を対応する辺にもつ合同そうな三角形は見当たりません。
そこで，仮定に着目してみると，②ＢＣ＝ＡＣ，ＣＥ＝ＣＤであることが分かります。
つまり，ＡＤもＢＥも等しい辺と等しい辺の「和」であることが分かります。
したがって，ＢＥ＝ＡＤです。

終わりです。