

実感を伴った確率の意味指導の工夫

～単元を通して多数回試行を大切にした指導～



日 時： 平成 30 年 8 月 3 日（金） 16：30～17：00

場 所： 昭和第一高等学校

提案者： 岐阜県可児郡御嵩町立向陽中学校 大城 真一

実感を持った確率の意味指導の工夫

～単元を通して多数回試行を大切にした指導～

岐阜県・御嵩町立向陽中学校 大城 真一

1. 研究の経緯

本校の全国学力・学習状況調査の結果から、「確率」や「同様に確からしいこと」の意味を理解していない生徒が多いという実態が明らかになった。その理由として次の5点があると考えた。

- ・単元の導入で多数回試行を、コインの表と裏のどちらが出やすいかを調べる活動を中心としており、多数回試行を経験する機会が少なかつたために、確率の意味を十分に捉えることができなかった。
- ・画びょうのように、同様に確からしくない場合の多数回試行も行い、コインのように、同様に確からしい場合との比較を行わなかったために、同様に確からしいことの意味を多くの生徒が捉えられなかった。
- ・同様に確からしい事象か、同様に確からしくない事象かを考える学習をするときに、多数回試行をするとどのような結果になるのかを予測する活動を行わなかったので、同様に確からしいか正しく判断する力が身につかなかった。
- ・単元の後半で起こり得る場合の数を基にして確率を求めるときに、起こり得る場合が同様に確からしいかを確かめないまま計算してしまっていた。
- ・単元の後半で確率を求めるときに、計算が中心で、求めた確率と具体的な場面との関連がつかめていなかった。

そこで、実感を持って「確率」の意味と「同様に確からしいこと」の意味を理解することが

できるように、次のような研究仮説を立てた。

〈研究仮説〉

単元を通して、多数回試行を行ったり、多数回試行を想起させたりすれば、実感を持って「確率」の意味と「同様に確からしいこと」の意味を理解することができる。

単元を通して、多数回試行を行ったり、多数回試行を想起させたりするために、次のような実践を行った。

2. 研究内容

- (1) 同様に確からしい場合と同様に確からしくない場合の多数回試行を比較する。
- (2) 多数回試行のデータを用いて、同様に確からしいか判断する。
- (3) 同様に確からしいかどうかを判断し、起こり得る場合の数を基に確率を求める。
- (4) 起こり得る場合の数を基に求めた確率を多数回試行により検証する。

3. 研究のまとめ

○単元を通して、多数回試行を行ったり、多数回試行を想起させたりすることを通して、実感を持って確率の意味や、同様に確からしいということの意味を、実感をもって理解することができた。

△硬貨を2枚同時に投げる事象について学習するとき、多数回試行のデータと具体的な場面を関連付けて捉えることができていなかった。

	正答	誤答	無回答
全国平均	78.2	20.1	1.7
昨年度	80.2	16.3	3.5
今年度	87.0	13.0	0

【平成29年度 全国学力・学習状況調査 図(1)】

実感を伴った確率の意味指導の工夫

～単元を通して多数回試行を大切にした指導～

岐阜県・可児郡中数研 向陽中学校 大城 真一

概要

本校の全国学力・学習状況調査の結果から、「確率」や「同様に確からしいこと」の意味を理解していない生徒が多いという実態が明らかになった。その要因として、同様に確からしい場合と同様に確からしくない場合の多数回試行を比較することや、単元の後半で、起こり得る場合から求めた確率を実際に多数回試行で確かめる活動を行っていないことなどがあると考えた。そこで、単元を通して、多数回試行を行ったり、多数回試行を想起させたりすれば、実感を伴って「確率」の意味と「同様に確からしいこと」の意味を理解することができると考えた。

まず、同様に確からしい事象と同様に確からしくない事象の多数回試行を比較した。次に、多数回試行のデータを用いて、同様に確からしいかどうかを判断した。そして、同様に確からしいかどうかを判断し、起こり得る場合の数を基に確率を求めた。最後に、起こり得る場合の数を基に求めた確率を多数回試行により検証した。

このような実践を行った結果、「確率」や「同様に確からしいこと」の意味を、実感を伴って理解することができた。

1. テーマ設定の理由と研究仮説

一昨年度の 4 月に行われた全国学力・学習状況調査の確率の問題では次のような結果となった。

〈平成 28 年度 全国学力・学習状況調査〉

問題 表と裏の出方が同様に確からしい硬貨があります。この硬貨を続けて投げたところ、はじめから 3 回続けて表が出ました。さらにもう 1 回投げて、4 回目の表と裏の出方を調べます。4 回目の表と裏の出る確率について、下のアからエまでの中から正しいものを 1 つ選びなさい。

ア 表の出る確率の方が裏の出る確率よりも大きい
イ 表の出る確率の方が裏の出る確率よりも小さい。
ウ 表の出る確率と裏の出る確率は等しい。
エ 表の出る確率と裏の出る確率の大小は決まらない。

という意味が分からず、3 回続けて表が出ているため、4 回目も表が出ると推測したと考えられる。つまり、「同様に確からしい」ことの意味や前の試行が次の試行に影響しないことを理解していないと考えられる。

また、次の年度に単元の途中で同じ問題を単元の途中で出題したところ、単元の導入で確率の意味を学習しているのにも関わらず、正答率は 46.3% となった。

これらの要因として、次の 5 点があると考えた。

	解答類型				無回答
	ア	イ	ウ	エ	
本校	14.7	7.3	<u>66.1</u>	10.1	1.8
全国	9.2	8.1	<u>66.0</u>	14.7	1.9

全国平均と比べると正答率はほぼ等しいと言えるが、解答類型を見るとアを選んでいる生徒が多い。アを選んだ生徒は、「同様に確からしい」

・単元の導入で多数回試行を、コインの表と裏のどちらが出やすいかを調べる活動を中心としており、多数回試行を経験する機会が少なかったために、確率の意味を十分に捉えることができなかった。

[ここに入力]

第 100 回全国算数・数学教育研究（東京）大会 分科会発表資料 中学校部会 資料の活用

- ・画びょうのように、同様に確からしくない場合の多数回試行も行い、コインのように、同様に確からしい場合との比較を行わなかったために、同様に確からしいことの意味を多くの生徒が捉えられなかった。
- ・同様に確からしい事象か、同様に確からしくない事象かを考える学習をするときに、多数回試行をするとどのような結果になるのかを予測する活動を行わなかったので、同様に確からしいか正しく判断する力が身につかなかった。
- ・単元の後半で起こり得る場合の数を基にして確率を求めるときに、起こり得る場合が同様に確からしいかを確かめないまま計算してしまっていた。
- ・単元の後半で確率を求めるときに、計算が中心で、求めた確率と具体的な場面との関連がつかめていなかった。

そこで、実感を伴って「確率」の意味と「同様に確からしいこと」の意味を理解できるように、次のような研究仮説を立てた。

〈研究仮説〉

単元を通して、多数回試行を行ったり、多数回試行を想起させたりすれば、実感を伴って「確率」の意味と「同様に確からしいこと」の意味を理解することができる。

2. 研究内容

（１）同様に確からしい事象と同様に確からしくない事象の多数回試行を比較する。

学習指導要領解説の、多数回試行に関する記述は、「指導に当たっては、実際に多数回の試行を行うなどの経験を通して、ある事柄の起こる割合が、一定の値に近づくことを、実感を伴って理解

できるようにする」とある。また、半田

（1997）は確率の意味の指導において、「多数回試行したときの、相対度数が安定する値と意識している者は約 1/3 で、その値の近くを上下する値と意識する者やグラフでは近づくとは表現できない者もいる。いちど相対度数が安定した値をとったあとで、発散することもあると意識する者もいた。このことから、確率の意味の指導において、この多数回試行したときの相対度数の近づくということを、言葉の上だけの指導ではなくグラフを通して正しく理解させることが指導の重点となるといえる」と述べている。また、渡部（2010）は、「画鋸による実験と硬貨による実験を行い、実験結果を対比させて解釈することで同様に確からしいことの意味を学習者自ら見いだすことができるようにした」と述べている。そこで、針が上になるほうが出やすい画びょうの多数回試行と相対度数が 0.5 に近づいていく 1 円玉の多数回試行を行い、それぞれ、相対度数をグラフ表して、共通点と相違点を考える活動を通して、「同様に確からしい」ことの意味を生徒が実感を伴って理解できると考えた。

（２）多数回試行のデータを用いて、同様に確からしいか判断する。

実感を伴った理解を大切にしていきたいが、毎回多数回試行を行うことはできない。そこで、さいころやトランプなど、いろいろな場合について同様に確からしいかを考えさせる学習では、多数回試行を実際に行う代わりに、多数回試行のデータを生徒に提示して、同様に確からしいかを考えさせる。生徒は、小学校の算数の学習では、折り紙などの具体物を用いた学習から、ブロックやおはじきなどの半具体物を用いて学習し、最後に式などで計算できるように段階を踏んで学習を行っている。本単元でも、実際に多数回試行を行う段階から、多数回試行のデータを用いて学ぶ段階を経て、最終的に生徒が自分自身で同様に確からし

[ここに入力]

第 100 回全国算数・数学教育研究（東京）大会 分科会発表資料 中学校部会 資料の活用

いかどうかを判断できるように指導を行いたいと考えた。

（３）同様に確からしいかどうかを判断し、起こり得る場合の数を基に確率を求める。

樹形図などを使って、起こりうる場合の数を基にして確率を求める学習を行う際も、同様に確からしいかを考えさせてから起こり得る場合を基にして求められるように指導する。同様に確からしいかを確かめずに、起こり得る場合の数を確実に数えられていない例を示し、同様に確からしいを確認して、確実に起こり得る場合の数を数えることによって、効率よく確率を求められることを実感できるようにする。

（４）起こり得る場合の数を基に求めた確率を多数回試行により検証する。

学習指導要領解説に、コインを２個投げるときの表・裏の出方で２個とも表になる確率を求める問題について、「ところで、この例で『確率が $1/4$ である』とは、先にも述べたように２個の硬貨を４回投げると、そのうちの１回は必ず二つとも表が出るという確定的なことを意味するものではないことに注意する必要がある。また、上の事例では、表・裏の出方のすべての場合が（表、表）（表、裏）（裏、裏）の３通りであると考え、２個とも表になる確率は $1/3$ であると考え誤りが起こりやすい。この場合、起こり得る場合を落ちや重なりがないように数えられるようにするとともに、実際に多数回の試行を行ってその結果と比較し、実感を伴って理解できるようにする」とある。また、織田（2009）は、「確率概念の形成には、これら２種類の確率（※）それぞれの理解と両者の関連についての理解を深めることが重要と考える。しかし、授業の現状は試行データから相対度数を求め統計的確率を導入し、数学的確率に繋げ、確率を求める必然性に乏しい文脈で数学的確率を求めることに重点を置き学習する傾向が

ある。数学的確率と統計的確率の両面から事象の起こりやすさを考察したり、２種類の確率の関連を考察したりする活動も少ない。このことが、生徒が確率を確定的に捉えたり、統計的確率概念の形成を妨げることに繋がっていると考えられる」と述べ、２枚の１年玉を投げる試行について、数学的確率を試行データと比較考察する活動を行っている。そして、単元後半で比較考察する活動を行うことによって、「２種類の確率の相互作用に基づき、生徒が確率の理解を深める過程が見られた」と述べている。そこで、単元の後半、起こり得る場合の数を基に確率を求める学習を行った後、実際に多数回試行を行い、起こり得る場合の数を基にして求めた確率との比較を通して、生徒が実感を伴って確率の意味を理解できるようにしたいと考えた。

※数学的確率と統計的確率

3. 研究実践

（１）同様に確からしい事象と同様に確からしくない事象の多数回試行を比較する。

単元導入の多数回試行の学習では、まず、画びょうを投げて針が上向きになる相対度数が一定の値に近づいていくことを学習した。その後、１円玉を投げて、同じように相対度数が一定の値に近づくことが明らかになった。

１円玉の表が出る相対度数をグラフにかき込んだ後、画びょうの表が出る相対度数をかき込んだグラフと比較して、似ているところはどこか考えさせた。「相対度数が同じになっていく」、「グラフが真っ直ぐになっていく」という意見が出された。そこで、これらの生徒の意見から事象の起こりやすさを表すその一定の値を確率ということを教えた。その後、画びょうのグラフと１円玉のグラフを比較して違うところを考えさせた。「画びょうは針が上向きのほうが出やすかったが、１円玉は一緒ぐらい出やすい」という意見が出された。そこで、１円玉のように、表が出ることも裏

[ここに入力]

第100回全国算数・数学教育研究（東京）大会 分科会発表資料 中学校部会 資料の活用

が出ることも同じ程度に期待できることを同様に確からしいということを押さえた。

確率の意味と、同様に確からしいことの意味を学習した後、評価問題として、次のような問題を出した。

- ア. コインの表が出やすいか裏が出やすいかを調べるには、5回投げればよい。(○・×)
イ. 画びょうの上向きが出ることと、下向きが出ることは同様に確からしい。(○・×)
ウ. コインを投げるとき、表が出た後は必ず裏が出る。(○・×)



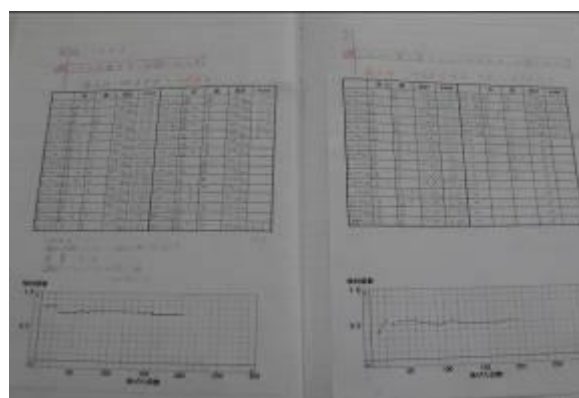
【図表2 多数回試行をしている生徒の様子】

その結果9割以上の生徒が正解することができた。

多数回試行で比較を行ったことにより、「大数の法則」を基にして、不確定な事象を数値で表すことができるという、確率の意味を生徒が確実に理解することができた。

また、同様に確からしい事象と確からしくない事象を比較することによって、同様に確からしいという意味を確実に理解することができた。

(指導案 資料①)



画びょうグラフ

1円玉のグラフ

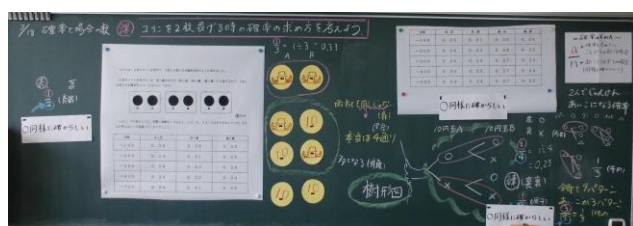
【図表3 生徒のノート 資料⑦】

(2) 多数回試行のデータを用いて、同様に確からしいかどうかを判断する。

ア. 同様に確からしいか判断する学習

同様に確からしいことの意味を学習した後、他の事象について多数回試行をしたデータを見て、同様に確からしいかを判断する学習を行った。

生徒は相対度数のデータを見て、直方体のサイコロの目の出やすさは、同様に確からしくないことを判断することができた。(指導案 資料①)



画びょうのデータ

1円玉のデータ

＜似ているところ＞
相対度数が表す数→確率
だいた、同じ(1/6)に
なっていく。
↑
ずっまず(黒板)
＜違つところ＞
表と裏 - 一緒くらい(青板)
同様に確からしい

【図表1 多数回試行を比較した板書 資料⑤】

[ここに入力]

第100回全国算数・数学教育研究（東京）大会 分科会発表資料 中学校部会 資料の活用



直方体の形のサイコロ
です。
1と6は出やすいの
か!?

りで考えると同様に確からしいということを確認
めることができた。

直方体サイコロの目の出やすさ

投げた回数	1	2	3	4	5	6
100	0.04	0.24	0.19	0.15	0.33	0.05
200	0.05	0.21	0.17	0.16	0.36	0.05
300	0.05	0.23	0.15	0.17	0.36	0.04
400	0.05	0.25	0.16	0.18	0.32	0.04
500	0.04	0.27	0.15	0.17	0.33	0.04

【図表4 生徒に提示したプリントの一部 資料⑧】

イ. 多数回試行のデータから2枚の硬貨の表と裏の出方を考えさせる学習

2枚の硬貨を同時に投げるときの、表と裏の出方が（表、表）（表、裏）（裏、裏）の3通りではなく、（表、表）（表、裏）（裏、表）（裏、裏）の4通りであることを考えさせるために、次のような多数回試行のデータを示した。（図表5）そして、なぜ、相対度数が1/3、およそ0.33にならないのかを考えさせた。

回数	表と表	表と裏	裏と裏
～100	0.24	0.56	0.20
～200	0.24	0.51	0.25
～300	0.24	0.52	0.24
～400	0.24	0.52	0.24
～500	0.24	0.51	0.25

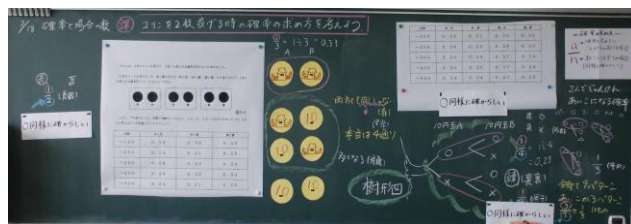
【図表5 最初に生徒に示した多数回試行のデータ 資料⑨】

ペアとグループで話し合った後、全体交流をした。「（表、裏）（裏、表）は区別しなければならず、本当は4通りある」という意見が出されて、相対度数が1/3にならない理由を求めることができた。

その後、次のようなデータを示し、（図表6）（表、表）（表、裏）（裏、表）（裏、裏）の4通

回数	表、表	表、裏	裏、表	裏、裏
～100	0.24	0.21	0.35	0.20
～200	0.24	0.23	0.28	0.25
～300	0.24	0.25	0.27	0.24
～400	0.24	0.25	0.27	0.24
～500	0.24	0.24	0.27	0.25

【図表6 後で生徒に示した多数回試行のデータ 資料⑨】



【図表7 データから考えた時の板書 資料⑤】

（3）同様に確からしいかどうかを判断し、起こり得る場合の数を基に確率を求める。

起こり得る場合の数を基にして確率を求める際には、同様に確からしいか、確からしくないかを考えさせて、同様に確からしいことを確認してから計算で確率を求めるようにした。そして、そのことを常に意識できるように、「同様に確からしいカード」（表に「○同様に確からしい」、裏に「×同様に確からしくない」と書かれたカード）を掲示した。

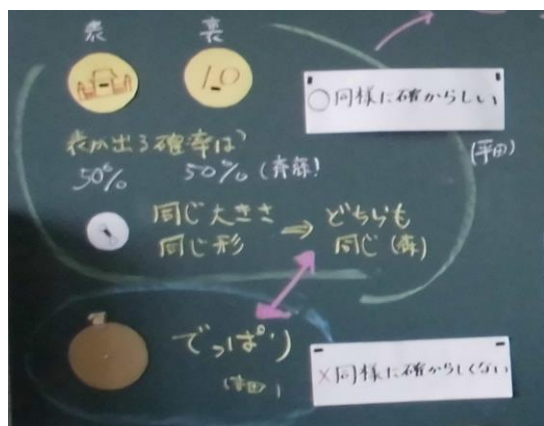
ア. 計算で確率を求める学習の導入

多数回試行で画びょうと1円玉の確率を求めた後、起こり得る場合を基にして確率を求めていく学習をする場面では、「10円玉の表の出る確率はどれだけでしょう？」と発問した。「1/2」と生徒が答えたので、「なぜ、1/2になると思う？」と発問した。すると、「10円玉は表も裏も同じ大きさで同じ形だから、表も裏も同じ確率になる」、「画びょうは、でっぱりがあるから同様に確からしくなかったけど、10円玉は1円玉と一緒に形が同じだから同じくらい出やすい」という意見が出された。そこで、10円玉の表と裏の

【ここに入力】

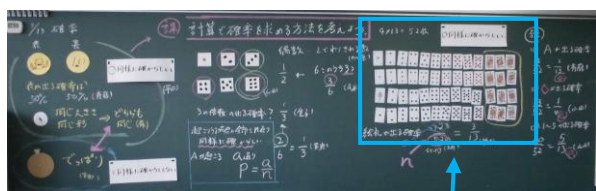
第100回全国算数・数学教育研究（東京）大会 分科会発表資料 中学校部会 資料の活用

出やすさは同様に確からしいということを確認し、起こり得る場合の数を基にして確率を求める方法を進めることができた。



【図表8 同様に確からしいか考えた時の板書 資料⑥】

起こり得る場合の数を基にして確率を求める方法を、10円玉を使って学習した後、ジョーカーを除いた52枚のトランプで絵札の出る確率を求めた。その際は、「52枚のトランプの中で、特別に出やすいカードはある？」と聞き、同様に確からしいことを生徒と確かめた後、確率を求めた。52枚のカードの出方が同様に確からしいことを視覚的に捉えやすくするために、52枚のカードを黒板に掲示する工夫もした。



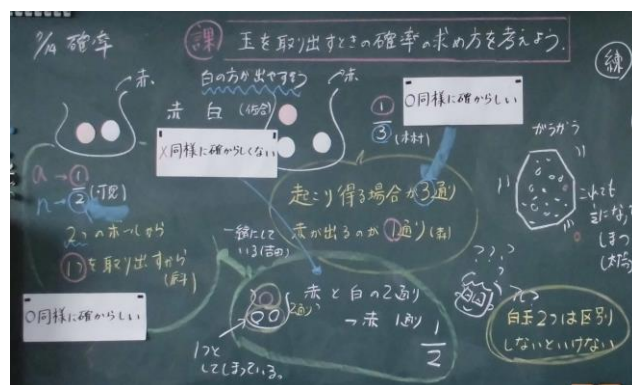
【図表9 トランプと「同様に確からしいカード」資料⑥】

イ. 白玉と赤玉の出る確率を考える実践

同じ色の玉を区別して確率を求める学習では、まず、白玉1つと赤玉1つ入った袋からよくかき混ぜてから、赤玉を取り出す時の確率を求めた。その後、白玉2つと赤玉1つ入った袋をよくかき混ぜてから、赤玉を取り出す時の確率を考えた。

起こり得る場合が3通りで、赤玉が出るのが1通りなので、 $1/3$ という確率を求めた後、「Aさんは起こり得る場合が赤と白の2通りで、赤玉が

出るのが1通りだから確率は $1/2$ だと思ったのだけど、違う？」と発問した。すると、「Aさんは白玉2つを一緒と考えてしまっている」、「Aさんのだと、最初に解いた白玉1つと赤玉1つの場合と一緒にになってしまう」、「Aさんの考え方だと、ガラガラで白玉がたくさん入っていて、赤玉が1つしか入っていないくても、確率が $1/2$ になってしまう」、「白玉の方が出やすいのに $1/2$ だとおかしい」という意見が出された。そこで、「赤玉と白玉が出るのは同様に確からしい？」と発問すると、「同様に確からしくない」と生徒達は答えて、白玉2つを同じ一つの色と捉えてしまうと、同様に確からしくないのを、白玉二つを区別しなければいけないことを確かめることができた。



【図表10 赤玉1つ白玉2つの確率を求める板書 資料⑥】

(4) 起こり得る場合の数を基に求めた確率を多数回試行により検証する。

単元の終末では、樹形図などで起こり得る場合の数を基にして求めた確率を多数回試行によって確かめ、確率の意味や同様に確からしいことの意味を再確認できるような活動を行った。

「3本のくじの中に1本の当たりくじが入っている箱がある。先にAさんが1本引き、それを箱に戻さずにBさんが箱からもう1本引く。AさんとBさんのどちらが当たりやすいか調べよう。」という問題を、まず、樹形図で解き、どちらも確率は $1/3$ で等しくなることを確認した後、本当に正し

第100回全国算数・数学教育研究（東京）大会 分科会発表資料 中学校部会 資料の活用

多数回試行はペアで行い、クラスで集計して結果を出した。樹形図などで起こり得る場合の数を基にして求め確率とおおよそ等しい値となったので、生徒は自分達が求めた確率の意味を、実感を伴って確かめることができた。(指導案 資料②)

- ・くじの当たりやすさなどは、2人だけでやるよりも、より多い人数でやると、最初に計算した数により近づくことが分かった。
- ・樹形図を使って確率を求めても、実際にやってみても確率はだいたい同じになることが分かった。
- ・やっている途中はあれっ…？と思ったけれど集計するとほとんど同じ確率だった。
- ・最初、2回目の当たりの方が、1回目にはずれが引かれているぶん、当たりが出やすいと思っていたけれど違った。実際に計算したり、やってみたりして数字を出してみると分かりやすかった。
- ・自分達で集計することによって、本当にそうなることが分かるから、理解を深めることができました。



樹形図を使って確率を求めると

1回目 2回目

1回目に当たる確率

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

2回目に当たる確率

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

1月	2月	3月	4月
1	25	12	100 0.32
2	27	20	2月 0.31
3	8	19	2月 0.37
23	28	31	
28	20	23	
31	25	22	
31	21	26	
13	7	17	
10	17	17	
20	10	23	
23	20	37	
11	17	30	
18	25	15	
17	18	18	
31	18	17	
27	12	20	
30	31	356	

単元途中で行った確率の意味を問う問題（平成28年度全国学力・学習状況調査）では、下のよう
な結果となった。

また、単元後に行った確率の問題では、下のよう
な結果となった。

【ここに入力】

第 100 回全国算数・数学教育研究（東京）大会 分科会発表資料 中学校部会 資料の活用

〈平成 29 年度 全国学力・学習状況調査〉

1 つのさいころを投げるとき、1 から 6 までの目の出方は同様に確からしいとします。このとき、目の出方が同様に確からしいことについて、正しく述べたものを、下のアからオまでのの中から 1 つ選びなさい。

ア 目の出方は、1 から 6 の順に出る。

イ 目の出方は、どの目が出ることも同じ程度に期待される。

ウ 6 回投げるとき、1 度は続けて同じ目が出るのが期待される。

エ 6 回投げるとき、1 から 6 までのどの目も必ず 1 回ずつ出る。

オ 6 回投げるとき、必ず 1 回は 1 の目が出る。

	正答	誤答	無回答
全国平均	78.2	20.1	1.7
昨年度	80.2	16.3	3.5
今年度	87.0	13.0	0

この評価テストの結果と、授業での生徒の様子や評価問題の様子から次のような成果と課題があると考えた。

○同様に確からしい事象と同様に確からしくない事象の多数回試行を比較することによって、確率の意味や、同様に確からしいということの意味を、実感を伴って理解することができた。

○多数回試行のデータを用いて同様に確からしいかどうかを考えさせたことによって、多数回試行を行ったときのことを想起して、同様に確からしいかを考えることができた。

○同様に確からしいかどうかを考えてから起こり得る場合の数を基に確率を求めることを継続して取り組んだことにより、起こり得る場合を確実に数えて効率よく確率を求めることの大切さを理解することができた。

○起こり得る場合の数を基に求めた確率を多数回試行によって確かめる活動を通して、起こり得る場合の数を基に求めた確率の意味を、実感を伴って理解することができた。

△硬貨を 2 枚同時に投げる事象について学習するときに、多数回試行のデータと具体的な場面を関連付けて捉えることができていなかった。生徒が実際に多数回試行を行った方が、（表、裏）と（裏、表）の区別が必要であることを、実感を伴って理解することができると考えた。
（資料⑩ 単元指導計画の改訂版）

・今後の指導に向けて 3 年生の「標本調査」の学習でもどのような学習過程を行うと「標本調査」の意味を、実感を伴って理解することができるか考えていきたい。（資料⑪⑫ 「標本調査」導入の実践事例）

【引用・参考文献】

文部科学省（2008）『中学校学習指導要領解説 数学編』教育出版

相馬一彦ほか(2016)『新版 数学の世界 2』大日本図書

半田進（1997）「中学校における確率指導についての一考察—大数の法則に対する生徒の意識を中心に—」、『日本数学教育学会誌』79(9), pp.17-25

織田勇一(2009)「中学校数学科における確率指導の改善—数学的確率と統計的確率の相互作用に着目して—」、『第 42 回数学教育論文発表会論文集』pp.397-402

渡部智和(2010)「確率概念導入時における数学的活動の組織の仕方—対比を通じた習得のあり方を中心として—」、『日本数学教育学会誌 臨時増刊 総会特集号』92,pp261

ねらい

コインを投げる多数回試行を通して、確率や「同様に確からしい」という言葉の意味を理解することができる。

学習活動

1. コインを投げたときの表と裏の出やすさについて考える。
- ・コインは表と裏の出やすさは同じくらいだろう。

表と裏の起こりやすさを調べよう！

2. 起こりやすさを数で表すにはどのような方法が良いかを振り返る。
- ・何回も投げてみてその回数を調べるとよい。
- ・起こりやすさを表すには相対度数を用いると良い。

$$\text{相対度数} = \frac{\text{あることがら起こった度数}}{\text{全体の度数}}$$

3. コインを投げる多数回試行を行う。一斉に投げて度数をカウントする。
4. 相対度数を求め、表と裏の出やすさが集束することを確認する。
- ・最初のうちはバラバラだけど、試行回数を増やすことで相対度数がそれぞれ0.5に近付いている。
- ・コインの相対度数はそれぞれ0.5に近い結果になっているから最初に考えた確率の通り、どちらも同じ程度の起こりやすさであることを表している。
- ・ぴったり0.5にはならないけど、試行回数を増やすと確率に近づいていく。

5. 前回の画びょうの場合と比較する

〈似ているところ〉

- ・だんだん一定の値に近づいていく。

→偶然に左右される実験や観察を行うとき、あることがらが起こると期待される程度を数で表したものを、その事柄が起こる確率という

〈異なるところ〉

- ・前回は表と裏の出やすさは違ったけど、今回は相対度数がほとんど0.5なので、同じくらい出やすい。

→起こりやすさの程度が同じ程度に期待できることを、同様に確からしいという

6. 同様に確からしいか同様に確からしくないかを多数回試行のデータから考える。
- ・さいころはどの目も確率がほぼ同じになっているからどの目がでることも同様に確からしい。
- ・直方体のさいころは、確率が異なるからそれぞれの目が出ることは同様に確からしくない。
7. 評価問題に取り組む。

ア. コインの表が出やすいか裏が出やすいかを調べるには、5回投げればよい。(○・×)

イ. 画びょうの上向きが出ることと、下向きが出ることは同様に確からしい。(○・×)

ウ. コインを投げるとき、表が出た後は必ず裏が出る。(○・×)

8. 練習問題を解く。
9. 振り返りを書く。

事柄の起こりやすさの程度は『確率』で表すことができるが、必ずその割合で起こることではなく、試行回数を増やすことで確率に近づく。起こる確率が同じ程度に期待できることを『同様に確からしい』という。

★実態を見届ける

○多数回試行で相対度数が決まった値に近づくことを覚えているか。

(挙手・発言)

→画鋸を投げる多数回試行の学習を振り返らせるようにして、コインを投げたときも特定の値に近づいていく可能性に気付かせるようにする。

★学習状況を見届ける

○コインの表と裏の出やすさの程度を調べるには多数回試行が必要であることを理解しているか。

(挙手・発言)

→数えられるほどの少ない試行では確率を調べるのに不十分であることを例示する。

○多数回試行を無作為に行うことができるか。(机間指導)

→意図的な試行により、コインの裏と表の出方に偏りが生じないように声をかけ、無作為な試行によって行う意味を説明する。

○「確率」「同様に確からしい」の意味を理解しているか。(挙手・発言)

→確率が $\frac{1}{2}$ であることを、2回の試行のうち、必ず1回出ると勘違いしている場合があるので、生徒自身にその場でコインを投げさせ、実感を伴って理解できるようにする。
また同様に確からしいという言葉の意味が理解できない生徒には反例を示すことで、比較して考えられるようにする。

★定着状況を見届ける

○同様に確からしいものとそうでないものの区別ができているか。

(練習問題の記述)

・机間指導を行い、練習問題で起こりやすさが同じ程度に期待できるかどうかを考えさせるようにする。

【評価基準】＜知識・理解＞

「確率」と「同様に確からしい」という言葉の意味を理解することができる。

導入

展開

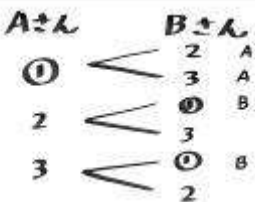
まとめ

資料②

本時について

①本時の目標 くじを先に引いた方と後に引いた方でどちらが当たりやすいかを場合の数や多数回の試行で求める活動を通して、身近で不確定な事象について考察して説明することができる。

②本時の展開 (7 / 10)

	学習活動	○見届け☆伸ばす手だて◆評価
つかむ	1. 問題提示と予想 3本のくじの中に1本の当たりくじが入っている箱がある。先にAさんが1本引き、それを箱に戻さずにBさんが箱からもう1本引く。AさんとBさんのどちらが当たりやすいか調べよう。 ・先の方が当たりやすいと思う。 ・先も後も同じだと思う。 ・後の方が当たりやすいと思う。	○前時の授業の様子から、樹形図をかいたり、表をかいたりするのが困難だと予想される生徒には、机間指導で重点的に見届けて、もしつまづいていたら、今までの学習を振り返って樹形図をかけるように助言する。(実態を見届ける)
考える	2. 課題提示 当たりやすさを調べる方法を考えよう。 ・樹形図をかけば求められる。 ・表をかけば求められる。 ・実際にやってみるとどうなるかな。	
深める	3. 個人追求 (グループ)  AさんもBさんも $2 / 6 = 1 / 3$	○机間指導で、樹形図や表をかけていない生徒には、今までの学習をノートなどで振り返ったり、一人目と二人目に分けて、それぞれ何通りあるか考えさせる。(学習状況を見届ける)
まとめる	4. 全体交流 ・樹形図を使って求めると、どちらも同じ確率になった。 ・表でも確率はどちらも同じになった。 ・実際にやってみたらどうなるのかな。 5. 実際に多数回試行を行い確かめる。(グループ) ・だいたい樹形図で求めた確率と一緒にになった。 ・完全に一緒にはならないから、確率はおおよその数なのだな。 ・やっぱり先でも後でも確率は同じなのだな。 ※グループの中で、先に引く人、後に引く人、記録する人、くじを持つ人で分担をする。 6. ペアで説明し合う。 樹形図をかくと、先に引く方も、後に引く方も確率は同じになるし、実際にやってみても確率は同じになるので、AさんもBさんも同じくらい当たりやすい。	【評価基準】 くじを先に引いても後に引いても確率は同じことを樹形図や多数回試行の結果をもとにペアの仲間に説明することができる。(見方・考え方)
	7. 学習したことを自分の言葉でまとめる。 表や樹形図を使うと、先も後も確率は変わらないことが分かった。実際にやってみてもほとんど同じ結果になったから、樹形図で求めている確率はおおよその数を求めていることが分かった。	○評価問題を解き、もし解けていない生徒には、多数回試行を思い出させて解けるように支援する。(定着状況を見届ける)
	8. 評価問題を解く。 9. 発展問題を解く。	

2年生 7章 確率資料③

全11時間

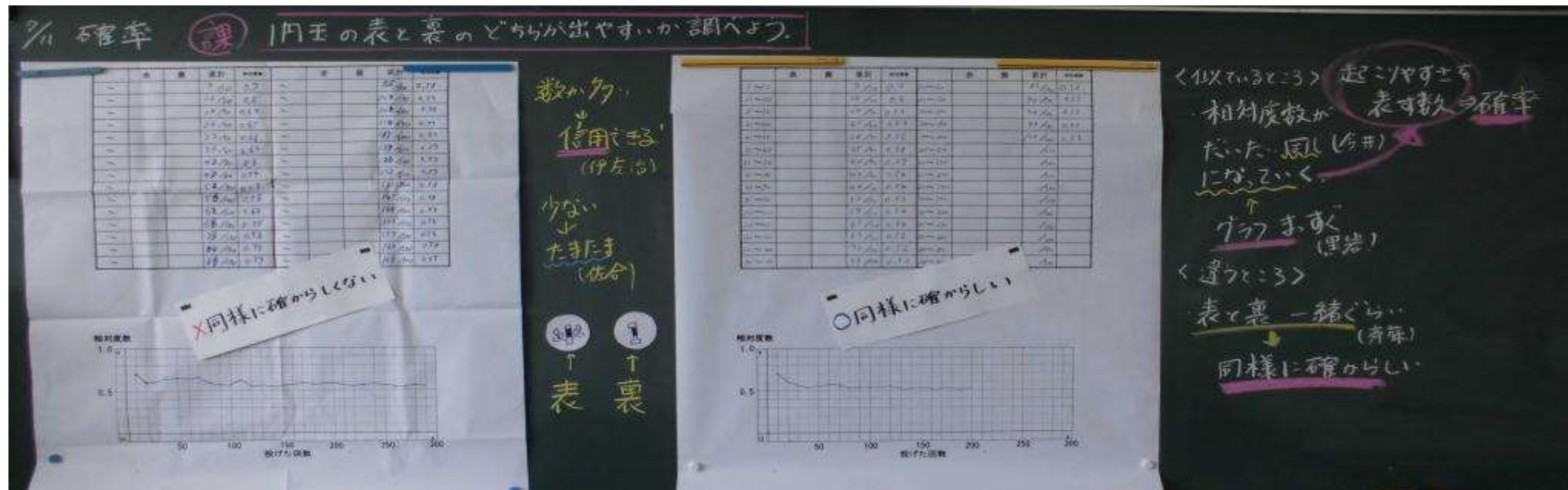
節		確率			確率の求め方		
項		起こりやすさ	起こりやすさとその割合	確率	確率の求め方(1)	確率の求め方(2)	確率の求め方の工夫
時		1	2	3	4	5	6
ねらい		男子が生まれることと女子が生まれることの起こりやすさを調べることを通して、相対度数を調べることによって、起こりやすさを表すことができることを知ることができる。	起こりやすさの割合は、実験や観察を数多く試みると、ある一定の値に近づくことが分かる。	コインを投げる多数回試行を通して、確率や「同様に確からしい」という言葉の意味を理解することができる。	サイコロのそれぞれの目が出ることは同様に確からしいことに気づき、起こり得る場合の全てが同様に確からしいとき、計算によって確率が求められることがわかる。	赤玉と白玉が入った袋から、白玉を取り出す確率を求めるときは、赤玉と白玉の一つ一つを区別して、起こりうる場合の数を調べ、確率を求めることができる。また、確率の範囲を考えることができる。	2個のコインを投げるときの確率において、表と裏の区別をすることに気づき、確率を求めることができる。
	素材	男子が生まれることと、女子が生まれることの起こりやすさを相対度数を調べて比較する。	がびょうを投げるとき、「上向きになる」ことと、「下向きになる」ことのどちらが起こりやすいだろう。	コインを投げるとき、「表が出る」ことと「裏が出る」ことのどちらが起こりやすいだろう。	サイコロを投げるとき、次のことがらが起こる確率を求めよう。 ①1の目が出る確率 ②奇数が出る確率 ③5以下の目が出る確率 ④素数の目が出る確率	白玉2つと赤玉1つが入った袋から、赤玉を取り出すとき、確率は1/2と考えてよいだろうか。	2枚のコインを投げるとき、起こり得る場合の総数を考えると、(表と表)、(裏と表)、(表と裏)の3通りです。このとき、表と裏が出る確率は3分の1といってよいでしょうか。
課題		男子が生まれることと女子が生まれることの起こりやすさの調べ方を考えよう。	どちらが出やすいか調べよう。	1円玉の表と裏のどちらが出やすいか調べよう。	計算で確率を求める方法を考えよう。	玉を取り出す確率の求め方を考えよう。	コインを2枚投げるときの確率の求め方を考えよう。
評価規準	関	身の回りの事象について、起こりやすさを考えようとする。	進んで実験をして、起こりやすさを調べようとする。	進んで実験をして、起こりやすさを調べようとする。	身の回りの事象について確率を進んで考えようとする。	身の回りの事象について確率を進んで考えようとする。	起こり得る場合を順序よく整理して調べようとする。
	考	起こりやすさを数値化する。	起こりやすさの割合の変化が一定になることに着目するの、表やグラフを使う。	同様に確からしいかどうかを判断する。	起こり得る全ての場合を順序よくあげる。	起こりうる全ての場合の数を求めることができる。	起こり得る全ての場合を分かりやすく表や図に表して考える。
	表	起こりやすさの割合を求めることができる。	相対度数の大きさから、起こりやすさの割合を判断することができる。	実験の回数を多くしたときの割合の変化をグラフに表し、変化のようすを調べることができる。	簡単な事象について、確率を求めることができる。	赤玉、白玉一つ一つを区別して確率を求めることができる。	起こり得る場合を、表や樹形図で表すことができる。
	知	起こりやすさの割合を表すのに、割合が使われることを知る。	実験や観察の回数を多くするに従って、割合が一定値に近づくことを知る。	確率の意味を理解する。「同様に確からしい」ことの意味を知る。	確率の求め方を理解する。	赤玉、白玉一つ一つを区別して確率を求めることが分かる。	起こり得る場合の数の調べ方を知る。
つまずきと手だて		▼起こりやすさを判断することの意味が分からない。 △人数で比較するだけでは、年が違うときに比べられないことに気付かせる。	▼割合の出し方がわからない。 △あることがらの起こった度数÷全体の度数で出すことをおさえる。	▼「同様に確からしい」の意味がわからない。 △がびょうの実験を想起させてコインの場合と比較する。	▼確率の求め方がわからない。 △起こる場合を具体的に書き出して考える。	▼赤玉と白玉を区別する必要性が分からない。 △赤玉と白玉の数が違うときに、出やすさが同じになるか考えさせる。	▼確率の求め方がわからない。 △図や表をかい起こる場合の数を数え上げる工夫をする。
評価規準A		起こる割合を積極的に調べようとしている。	実験の結果や表やグラフから、多数の試行回数により、起こる割合が一定の値に近づくことをすばやく見つけだすことができる。	同様に確からしい場合と確からしくない場合を身近な例で挙げることができる。	確率を起こりうる全てのことがら「同様に確からしい」ということを確認し、それによって計算により求める方法を積極的に考えようとしている。	なぜ、区別しなければならないかを例を挙げて分かりやすく説明することができる。	起こりうる場合を樹形図や表を能率的に利用して場合の数を数え、確率を求めることができる。

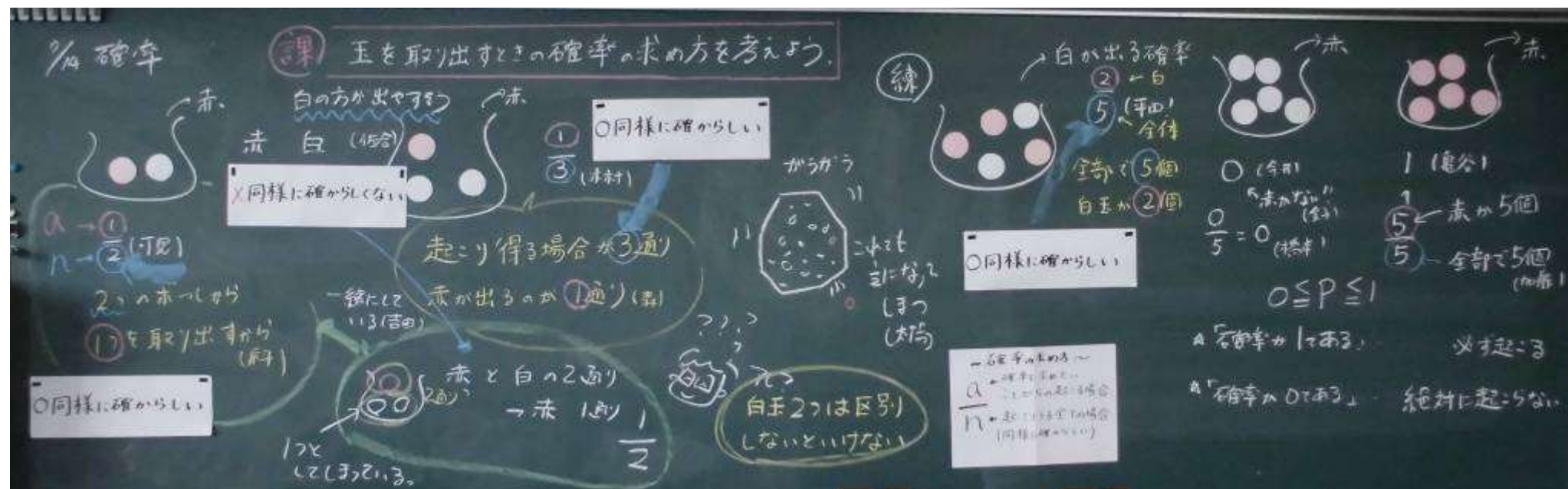
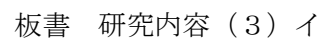
2年生 7章 確率

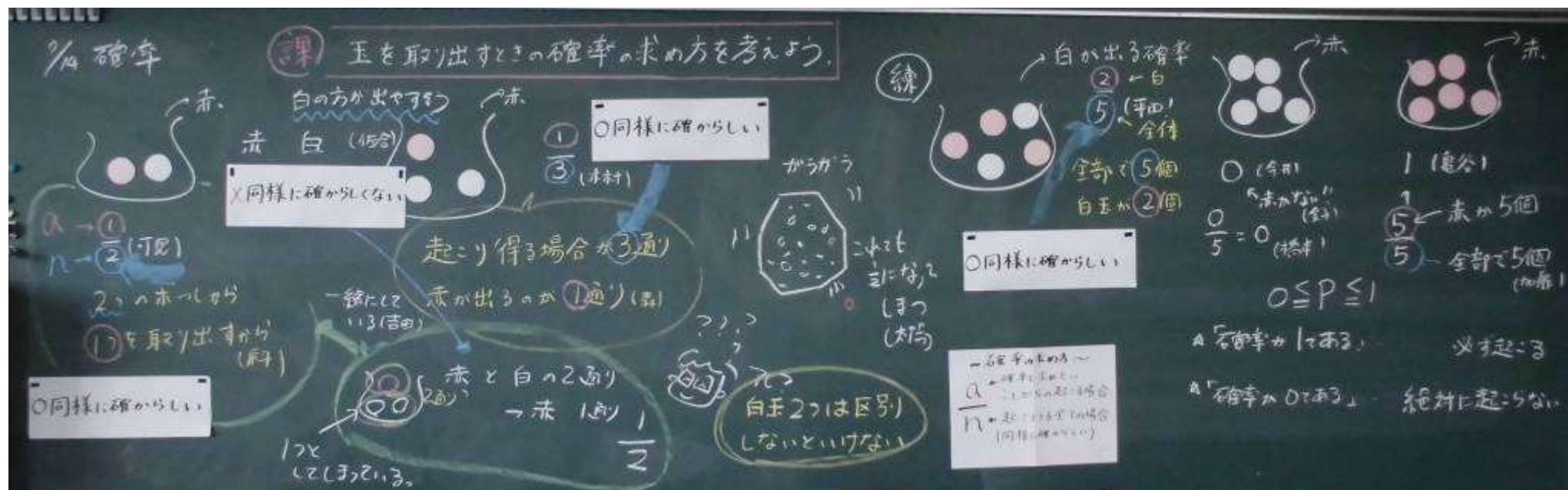
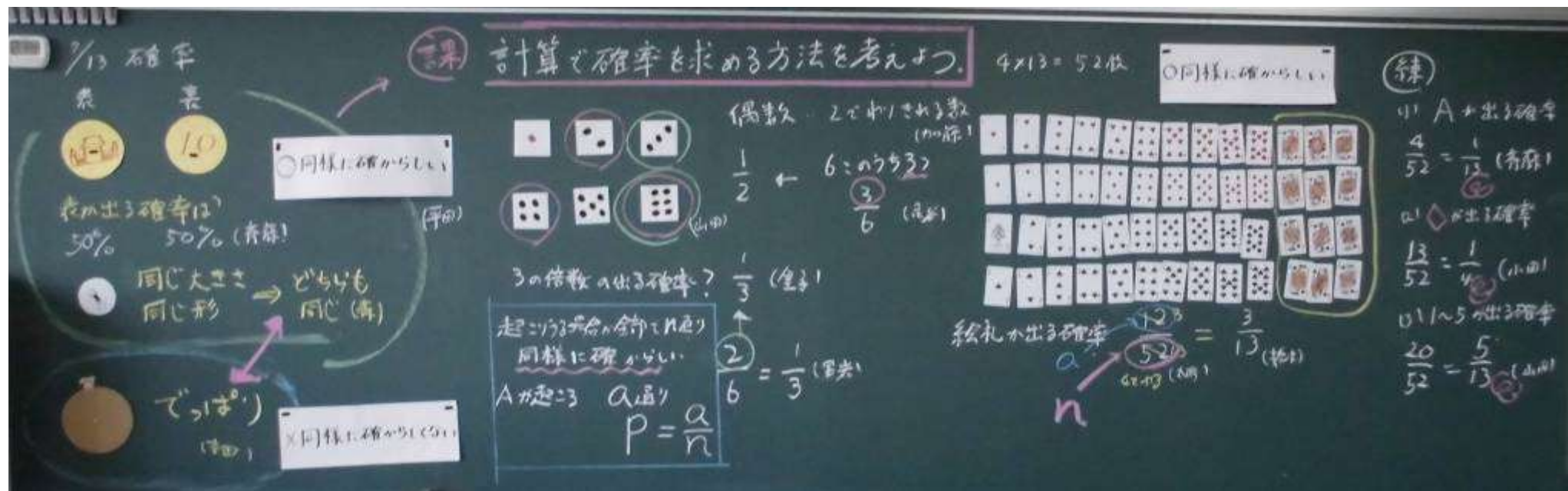
資料

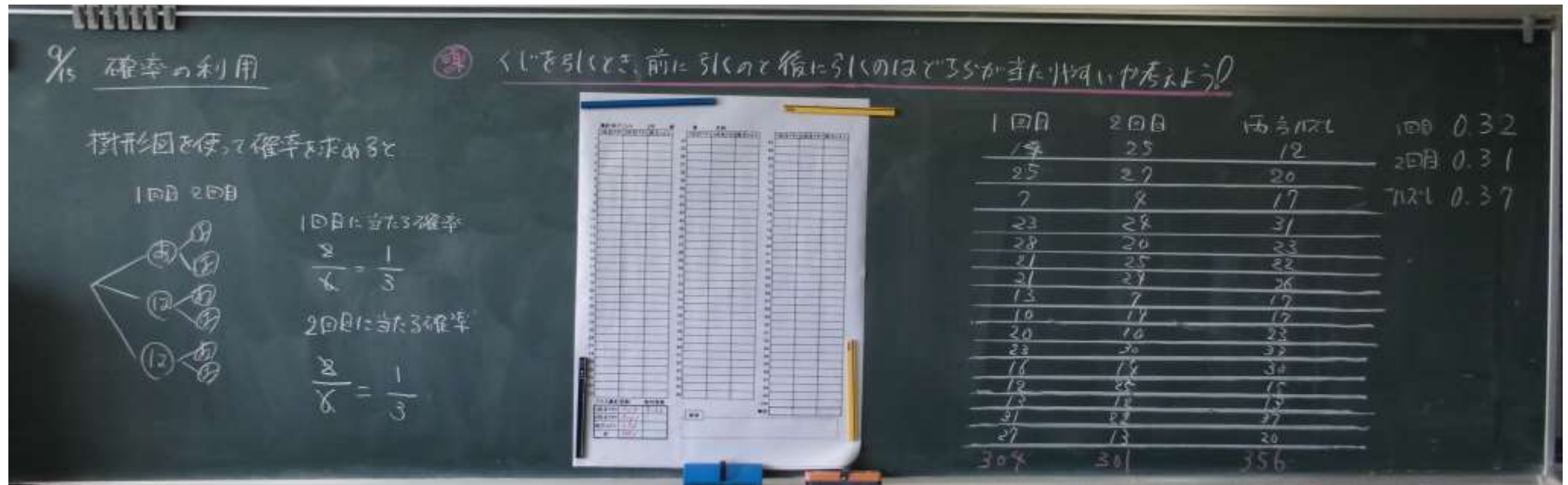
全11時間

節	確率の求め方				
項	確率の求め方の工夫	練習問題		7章の問題	評価テスト
時	7	8	9	10	11
ねらい	確率を求めるためには起こり得る場合の総数を求めればよいことに気づき、もれなく順序よくそれを数えて確率を求めることができる。		樹形図などで求めた確率を多数回試行で確かめることにより、樹形図などで求めた確率の意味を実感をもって理解することができる。	単元で学習した内容をより確かなものにするために、計算の過程、立式の過程を大切にし、既習事項の補足をし、理解を深めることができる。	
素材	同じ形、大きさのサイコロを2個投げるとき、出た目の和が10になる確率を求めよう。		3本のくじの中に1本の当たりくじが入っている箱がある。先にAさんが1本引き、それを箱に戻さずにBさんが箱からもう1本引く。AさんとBさんのどちらが当たりやすいか調べよう。		
課題	2つのサイコロを投げるときの確率の求め方を考えよう。		当たりやすさを調べる方法を考えよう。		
評価 標準	関 表や図をもとにできるだけ簡単に確率を求める工夫をする。	意欲的に問題に取り組むことができる。	樹形図や多数回試行によって、進んで確率を求めることができる。	意欲的に問題に取り組むことができる。	
	考 起こり得る全ての場合を分かりやすく表や図に表して考える。	既習事項を積極的に活用することができる。	起こり得る全ての場合を分かりやすく表や図に表して考える。	既習事項を積極的に活用することができる。	
	表 表や図を使って、いろいろな確率を求めることができる。	計算の過程、立式の過程を大切にし、正確に解くことができる。	表や図を使って、いろいろな確率を求めることができる。多数回試行から確率を確かめることができる。	計算の過程、立式の過程を大切にし、正確に解くことができる。	
	知 2つのサイコロを投げるときの確率を求めるときは、表を使って求めることができることが分かる。	学習した知識を思い出すことができる。	既習事項を使って、身の回りの確率の問題を解決することができることが分かる。	既習事項の補足をし、理解を深めることができる。	
つまずきと手だて	▼確率の求め方がわからない。 △起こりうる場合の数を表や樹形図を使って求める。	▼確率の求め方がわからない。 △起こりうる場合の数を表や樹形図を使って考える。	▼確率の求め方がわからない。 △樹形図を1つ1つ落ちがないようにかく。	▼確率の求め方がわからない。 △起こりうる場合の数を表や樹形図を使って考える。	
評価 標準 A	確率の問題を積極的に自分で考え、起こりうる場合を樹形図や表を利用して、すばやく確率を求めようとしている。	発展問題に取り組むことができる。	くじの数を変えても、先に引いたときと後に引いたときの確率が同じこと確かめることができる。	発展問題に取り組むことができる。	

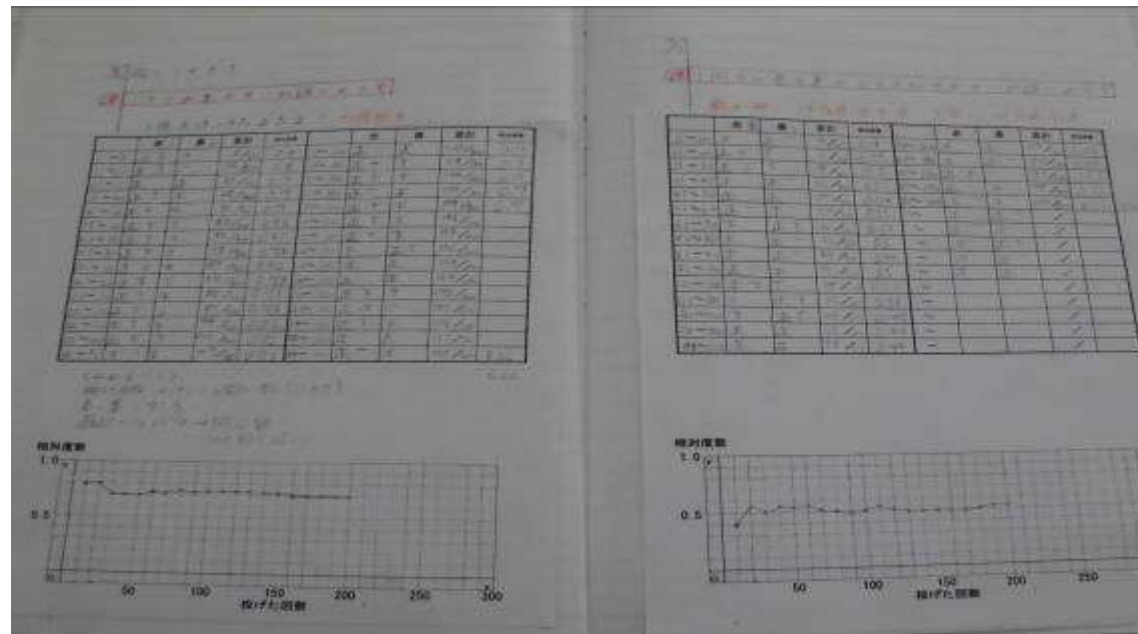








生徒のノート 研究内容（１）



	A	B	Aの累計	Aの相対度数
1～10	5	5	5/10	0.50
11～20	5	5	10/20	0.50
21～30	4	6	14/30	0.47
31～40	6	4	20/40	0.50
41～50	4	6	24/50	0.48
51～60	5	5	29/60	0.48
61～70	5	5	34/70	0.49
71～80	5	5	39/80	0.49
81～90	8	2	47/90	0.52
91～100	5	5	52/100	0.52
101～110	4	6	56/110	0.51
111～120	5	5	61/120	0.51
121～130	6	4	67/130	0.52
131～140	2	8	69/140	0.49
141～150	7	3	76/150	0.51
151～160	3	7	79/160	0.49
161～170	6	4	85/170	0.50
171～180	7	3	92/180	0.51
181～190	6	4	98/190	0.52
191～200	5	5	103/200	0.52
201～210	7	3	110/210	0.52
211～220	5	5	115/220	0.52
221～230	5	5	120/230	0.52
231～240	7	3	127/240	0.53
241～250	6	4	133/250	0.53
251～260	4	6	137/260	0.53
261～270	10	0	147/270	0.54
271～280	3	7	150/280	0.54
281～290	8	2	158/290	0.54
291～300	6	4	164/300	0.55

フィギュアのお腹と背中の出やすさ

A



B



直方体の形のサイコロです。

1と6は出やすいのか！？



直方体のサイコロの目の出やすさ

投げた回数						
1 0 0	0.04	0.24	0.19	0.15	0.33	0.05
2 0 0	0.05	0.21	0.17	0.16	0.36	0.05
3 0 0	0.05	0.23	0.15	0.17	0.36	0.04
4 0 0	0.05	0.25	0.16	0.18	0.32	0.04
5 0 0	0.04	0.27	0.15	0.17	0.33	0.04

資料⑨

Aさんは、2枚のコインを投げて、2枚とも表になる確率を次のように求めました。

「2枚のコインを投げたとき、表と裏の出方は（表と表）（表と裏）（裏と裏）の3通りなので、2枚とも表になる確率は $\frac{1}{3}$ （3分の1）である」



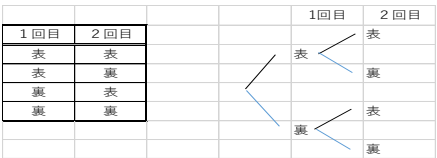
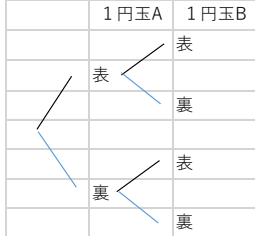
しかし、下の表のように、実際に実験してみると、 $\frac{1}{3}$ （0.33）にはなりませんでした。Aさんの考えはどこが間違っているのでしょうか。

回数	表と表	表と裏	裏と裏
～100	0.24	0.56	0.20
～200	0.24	0.51	0.25
～300	0.24	0.52	0.24
～400	0.24	0.52	0.24
～500	0.24	0.51	0.25

回数	表、表	表、裏	裏、表	裏、裏
～100	0.24	0.21	0.35	0.20
～200	0.24	0.23	0.28	0.25
～300	0.24	0.25	0.27	0.24
～400	0.24	0.25	0.27	0.24
～500	0.24	0.24	0.27	0.25

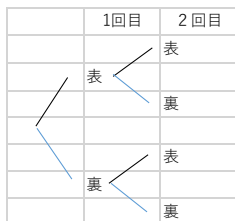
①【ねらい】男子と女子の生まれやすさが年によって違うかを調べる活動を通して、相対度数を調べる必要性に気づき、相対度数を調べればあることがらの起こりやすさの程度を調べることができることが分かり、相対度数を求めることができる。(技能)	②【ねらい】あることがらの起こる割合（相対度数）は、実験回数を増やしていくと、一定の値に近づいていくことが分かる。(知識)																								
① 男子と女子のどちらが生まれやすいか予想を立てる。 ・同じぐらいだと思う。・男子のほうが多そう。 男子と女子のどちらが生まれやすいか調べよう。 ② 年によって生まれやすさが変わるか考える。 <table><tr><td>年次</td><td>総出生数</td><td>男子の出生数</td><td>女子の出生数</td></tr><tr><td>2012</td><td>1037231</td><td>531781</td><td>505450</td></tr><tr><td>2013</td><td>1029816</td><td>527657</td><td>502159</td></tr><tr><td>2014</td><td>1003539</td><td>515533</td><td>488006</td></tr><tr><td>2015</td><td>1005677</td><td>515452</td><td>490225</td></tr><tr><td>2016</td><td>976978</td><td>501880</td><td>475098</td></tr></table> ☆男子が一番生まれやすかったのは2012年だろうか ・総出生数が2012年が一番多いからだと思う。 ・割合で比べないとダメだと思う。 ・相対度数を調べないといけない。 ③ 相対度数を求める。 ・どの年も、男子が0.51、女子が0.49となる。 ④ 振り返りをする。 相対度数を求めれば、男子と女子の生まれやすさを調べることができる。 ⑤ 評価問題・練習問題を解く。	年次	総出生数	男子の出生数	女子の出生数	2012	1037231	531781	505450	2013	1029816	527657	502159	2014	1003539	515533	488006	2015	1005677	515452	490225	2016	976978	501880	475098	① 画びょうを投げたとき、上向きになることと、下向きになることのどちらが起こりやすいか予想する。 ・上向き ・下向き 画びょうが上向きになることと下向きになることとどちらが起きやすいか調べよう。 ② 1回投げてみる。(上向きになったとする) ☆上のほうがでやすいと言っていいだろうか ・よい。上のほうが出やすそうだから。 ・よくない。もっとたくさんやってみないと分からない。下になることもある。 ③ たくさん振って相対度数を調べてみる。(ペア) (表に数を書き込み、グラフを作る) ④ 相対度数の変化を調べて分かったことを交流する。 ・上のほうが出やすい。 ・だんだん一定の値に近づいている。 ⑤ 振り返りをする。 たくさん振ってみて、上向きになることのほうが起こりやすいことがわかった。相対度数を調べると、だんだん一定の値に近づいていく。
年次	総出生数	男子の出生数	女子の出生数																						
2012	1037231	531781	505450																						
2013	1029816	527657	502159																						
2014	1003539	515533	488006																						
2015	1005677	515452	490225																						
2016	976978	501880	475098																						
【予想されるつまずきと指導援助】 △相対度数の意味を忘れてしまっている。 →簡単な例を出して、意味を考えさせる。 △相対度数の求め方を忘れてしまっている。 →簡単な例を出して、求め方を助言する。	【予想されるつまずきと指導援助】 △上向きか下向きに偏った投げ方をしてしまう。 →どちらかに偏らないように投げる必要性を考えさせる。																								
【評価基準】あることがらの現れる相対度数を調べ、そのことがらの起こりやすさの程度を知ることができる。(技能)	【評価基準】あることがらの起こる割合（相対度数）は、実験回数を増やしていくと、一定の値に近づいていくことが分かる。																								

③【ねらい】1円玉を投げる多数回試行をし、相対度数を調べ、画びょうの場合と比較する活動を通して、「確率」の意味と「同様に確からしい」の意味を理解することができる。(知識・理解)	④【ねらい】10円玉の表と裏のどちらが出やすいか考えることを通して、多数回試行をしなくても計算で確率を求められることに気づき、起こり得る場合の数を基に確率を求めることができる。(技能)
① 前時の復習をする。 ・画びょうは上向きのほうが出やすかった。 ・たくさん振っていったら一定の値に近づいた。 ② 1円玉の表と裏のどちらが出やすいか予想を立てる。 ・同じくらい出やすい。 ☆（1回やってみて）表のほうが出やすいと考えてよいだろうか？→ダメ。多数回試行をしないダメ。 1円玉の表と裏のどちらが出やすいか調べよう。 ③ 多数回試行をして相対度数を調べる。 ④ 画びょうの場合との共通点と相違点を考え、「確率」の意味と「同様に確からしい」の意味を教える。 ・画びょうの場合も1円玉の場合も、たくさん振ると、一定の値に近づいていく。→あることがらの起こりやすさの程度を表すこの一定の値を「確率」という。 ・画びょうの場合は、上向きのほうが出やすかったが1円玉の場合は表も裏も同じくらい出やすい。 →同じ程度に期待できることを「同様に確からしい」という。 ⑤ いろいろな場合で、データを見ながら「同様に確からしい」か「同様に確からしくないか」を判断する。(ペア交流→全体交流) ⑥ 振り返りを書く。 画びょうも1円玉もたくさん振ると相対度数は一定の値に近づいていく。それを「確率」という。また、画びょうと違って1円玉は表も裏も同じくらい出やすい。それを「同様に確からしい」という。 ⑦ 評価問題・練習問題を解く。	① 10円玉を投げる時、表が出る確率は何になるだろう。 ・画びょうは上と下で形が違うけど、10円玉は、1円玉と同じで表と裏の形が同じなので、同様に確からしいから、0.5になると思う。 計算で確率を求める方法を考えよう。 ② 10円玉の場合で、確率の求め方を教える。 ③ 1個のさいころを投げる時に、偶数の目が出る確率を求める。 ☆同様に確からしいと言えるだろうか→言える。 ・全部で6通りあり、偶数の目が出る出方は3通りだから、$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ④ ジョーカーを除いた52枚のトランプをよくきってから1枚引くときに、絵札が出る確率を求める。 ☆同様に確からしいと言えるだろうか→言える。 (トランプを52枚掲示して、同様に確からしいことや、絵札が何枚あるかなどが想起しやすいようにする) ・全部で52通りあり、絵札が出るのが12通りあるので、$\frac{12}{52} = \frac{3}{13}$ ⑤ 振り返りを書く。 コインやサイコロを投げる場合や、よくきったトランプを引く場合に、同様に確からしいので、たくさんやらなくても、計算で確率を求めることができる。 ⑥ 評価問題・練習問題を解く。
【予想されるつまずきと指導援助】 △データを見ても「同様に確からしい」かそうでないか判断できない。→どうやって判断したか交流して判断の仕方が理解できるようにする。	【予想されるつまずきと指導援助】 △確率の求め方が分からない。→まず、起こり得るすべての場合を求める。その後、あることがらの起こる場合を求めて最後に確率を求める。(分けて計算)
【評価基準】「確率」の意味と「同様に確からしい」の意味を理解することができる。(知識・理解)	【評価基準】起こり得る場合のすべてが同様に確からしいときに計算で確率を求めることができる。(技能)

⑤【ねらい】赤玉1つ、白玉2つ入った袋からよくかきまぜて1つの玉を取り出すとき、赤玉が出る確率を求める活動を通して、白玉2つを区別しないと同様に確からしくないことに気付き、起こり得る場合の数に着目して確率を求めることができる。(技能)	⑥【ねらい】1円玉を2回投げて、2回とも裏が出る確率を求めることを通して、樹形図を使って、起こり得る場合を順序よく整理し正しく数え上げて確率を求めることができることを理解し、確率を求めることができる。(技能)
① 赤玉1つ、白玉1つ入った袋からよくかき混ぜて1つの玉を取り出すときに、赤玉が出る確率を求める。 - 赤玉が出るのも白玉が出るのも同様に確からしい。 - 起こり得る場合が2通りで、赤玉が出るのが1通りなので、$\frac{1}{2}$ となる。 玉を取り出すときの確率の求め方を考えよう。 ② 赤玉1つ、白玉2つ入った袋からよくかきまぜて1つの玉を取り出すとき、赤玉が出る確率を求める。 - 起こり得る場合が3通りで、赤玉が出るのが1通りなので、$\frac{1}{3}$ となる。 ☆赤玉と白玉の2通りだから、確率は$\frac{1}{2}$ となるのでは - 白玉が2つで、赤玉が1つなので同様に確からしくなくなってしまう。 - 白玉が2つあるのに、最初の問題と一緒にになってしまう。白玉1つと同じになってしまう。 ③ 5つ白玉の入っている袋をよくかき混ぜて、白玉を取り出す確率と赤玉を取り出す確率を求め、確率が1の場合と確率が0の場合を学び、確率の範囲が$0 \leq p \leq 1$であることを知る。 ④ 振り返りを書く。 赤玉1つ、白玉2つから赤玉を取り出す場合は、2つの白玉を区別して、起こり得る場合が3通りと考えないと同様に確からしくなくなってしまう。確率の範囲は0から1であることが分かった。 ⑤ 評価問題・練習問題を解く。	① 1円玉を2回投げて、2回とも裏が出る確率を求める。  - 起こり得る場合が4通りで、2回とも裏が出るのは1通りなので、確率は$\frac{1}{4}$となる。 ② 樹形図の説明をする。 樹形図を使って確率を求める方法を調べよう。 ③ 1円玉2枚を同時に投げるとき、1枚表、1枚裏になる確率を求める。  - 起こり得る場合が4通りで、1枚表、1枚裏になる場合が2通りなので、確率は$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ☆起こり得る場合は表と表、表と裏、裏と裏の3通りだから$\frac{1}{3}$ ではないか。 - 表と裏、裏と表を区別しないといけないから違う。 →多数回試行をして確かめる。 →樹形図の枝の1つ1つは同様に確からしい。 ④ AさんとBさんがじゃんけんを1回してあいこになる確率を求める。 ⑤ 振り返りを書く。 樹形図を使うと起こり得る場合を正確に素早く数えることができるので確率を求めやすい。 ⑥ 評価問題・練習問題を解く。
【予想されるつまずきと指導援助】 △白玉2つを区別する必要性が理解できない。→ガラガラでたくさんの白玉の中に赤玉が1つしか入っていない場合を例に挙げて想起しやすくする。	【予想されるつまずきと指導援助】 △樹形図の意味が分からない。→①の表と関連させて、意味を確認する。
【評価基準】起こり得る場合の数に着目して確率を求めることができる。確率の範囲が分かる。	【評価基準】樹形図を使って起こり得る場合を数えて確率を求めることができる。

㊦【ねらい】2つのサイコロを投げて同じ目が出る確率を求める活動を通して、表を使って起こり得る場合を数えられることを思い出し、表を使って確率を求めることができる。(技能)

- ① 前時の復習をする。(1円玉を2回投げて、2回とも裏が出る確率を求める)→樹形図で解いた後、表で解く方法を教える。



	1回目	2回目	
1回目	表	裏	
表	(表, 表)	(表, 裏)	
裏	(裏, 表)	(裏, 裏)	

表を使って確率を求める方法を考えよう。

- ② 2つのサイコロを投げて同じ目が出る確率を求める。

青	1	2	3	4	5	6
赤	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 2)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

- ・起こり得る場合が36通りで、同じ目が出る場合が6通りあるので、 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- ③ 同じ目が出ない確率を求めて、余事象を使って確率が求められることを知る。 $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
- ④ 袋の中に、白玉2個、赤玉1個が入っている。玉をよくかき混ぜてから1個取り出し、それを袋に戻してかき混ぜ、また1個取り出すとき、「少なくとも1回は赤玉が出る」確率を求める。
- ⑤ 振り返りを書く。

表を使って起こり得る場合を数えて確率を求めることもできる。

- ⑥ 評価問題・練習問題を解く。

【予想されるつまづきと指導援助】

△「少なくとも」の意味が分からない。→1回赤が出る場合と2回赤が出ることを確認する。

【評価基準】表を使って、起こり得る場合を数え、確実に確率を求めることができる。(技能)

㊦【ねらい】くじを先に引いた方と後に引いた方でどちらが当たりやすいかを起こり得る場合の数を基に求めた後、多数回試行で確かめる活動を通して、確率の意味を考えることができる。(見方・考え方)

- ① 問題を把握し予想を立てる。

3本のくじの中に1本の当たりくじが入っている箱がある。先にAさんが1本引き、それを箱に戻さずにBさんが箱からもう1本引く。AさんとBさんのどちらが当たりやすいか調べよう。

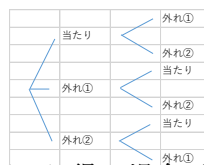
- ・先のほうが当たりやすいと思う。
- ・どちらも同じだと思う。

当たりやすさを調べる方法を考えよう。

- ② 見通しを立てる。

- ・樹形図を書けば求められる。
- ・表を書けば求められる。
- ・実際にやってみれば分かる。

- ③ 表や樹形図で求める。



Aさん \ Bさん	当たり	外れ①	外れ②
当たり	(当, 当)	(当, 外①)	(当, 外②)
外れ①	(外①, 当)	(外①, 外①)	(当, 外②)
外れ②	(外②, 当)	(外②, 外①)	(当, 外②)

- ・起こり得る場合が6通りあって、AさんもBさんも当たる場合が2通りなので、 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ で等しい。
- ④ 実際に多数回試行をして確かめる。(ペア)
- ・だいたい樹形図で求めた確率と一緒になった。
- ・完全に等しくないから、確率はおよその数なのだな。
- ・やっぱり先でも後でも確率はほぼ同じなのだな。
- ⑤ 振り返りを書く。

多数回試行をして確かめたことによって、起こり得る場合の数を基にして求めた確率がおよその値だということが分かったし、実際とほとんど同じになることが分かった。

- ⑥ 評価問題・練習問題を解く。

【予想されるつまづきと指導援助】

△外れくじを区別することが分からない。→同様に確からしくするにはどうすればよいか考えさせる。

【評価基準】起こり得る場合の数を基にして求めた確率と、多数回試行をして求めた確率を比較して、確率の意味を考えることができる。(見方・考え方)

実感を伴った「標本調査」の意味指導の工夫
～実験を大切にした単元導入の指導を通して～

可児郡数学部会
御嵩町立向陽中学校 大城 真一

1. 研究のねらい

これまで「標本調査」の学習を行ってきたときに、単元導入で「全数調査」、「標本調査」、「母集団」、「標本」などの意味を学習するときに、中学校における生徒の健康診断や、食品の品質調査、新聞社などが行う政党の支持率の調査などの例を出して、学習してきた。しかし、生徒の様子から、その例を出しても、イメージが湧かずに理解できていない生徒が多かった。

そこで、単元導入で「全数調査」、「標本調査」、「母集団」、「標本」などの意味を学習するときに、実際に全数調査や標本調査の実験を生徒が行って、実感を伴って理解できるようにしたいと考えた。

2. 研究内容

- (1) 全数調査と標本調査の両方を行い、標本調査のよさを実感できるようにする。
- (2) 無作為抽出と作為的な抽出の比較を行い、無作為抽出の必要性を実感できるようにする。

<研究内容（1）について>

学習指導要領解説には標本調査について「日常生活や社会においては、様々な理由から、収集できる資料が全体の一部分に過ぎない場合が少なくない。例えば、社会の動向を調査する世論調査のためにすべての成人から回答を得ることは、時間的、経済的に考えて現実的ではない。また、食品の安全性をチェックするために、製造した商品をすべて開封して調べることはしない。このような場合、一部の資料を基にして、全体についてどのようなことがどの程度まで分かるのかを考えることが必要になる」と述べられている。そこで、生

徒にも、全数調査の実験を行い、全数調査が大変である、標本調査が必要だと感じる場面が大切であると考えた。そのような場面があれば、生徒が標本調査をする必然性を感じることができると考えた。

<研究内容（2）について>

標本調査を行う場合、標本が母集団の特徴を的確に反映するように偏りなく抽出しなければならない。学習指導要領解説には、英和辞典に掲載されている見出しの単語数を標本調査で推定する場合、「無作為抽出で取り出すページ数を変えて南海が標本調査をしてその結果を比較したり、最初の10ページを抽出するというように無作為抽出をしない場合と比較したりして、標本調査についての理解を深める。このような経験を基にして、無作為に抽出された標本から母集団の傾向を推定すれば、その結果が大きくはずれる危険性が少ないことを実感できるようにする」と述べられている。そこで、無作為でない抽出と、無作為抽出を比較する活動を通して、無作為抽出しなければならない理由を生徒が感じられるようにしたいと考えた。

3. 研究実践

- (1) 全数調査と標本調査の両方を行い、標本調査のよさを実感できるようにする。

単元の第一時では、次のような問題を提示した。
「Aさんはトマトを育てています。今日トマトが140個収穫できました。下の表は収穫した順番と、その大小が書かれた表です。袋詰めのために、大きいトマトがいくつあるか調べましょう。」

小	小	小	小	小	小	小	小	大	小
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
小	大	大	小	小	小	大	大	大	小
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

小	大	小	大	大	小	大	小	大	大
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
大	小	小	大	大	大	大	大	大	小
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
小	小	大	小	大	小	小	小	小	大
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
大	小	小	小	大	小	小	大	小	大
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
小	小	小	大	小	大	小	小	大	小
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
大	小	小	小	大	小	小	小	大	小
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
小	小	小	大	小	小	大	小	小	小
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90

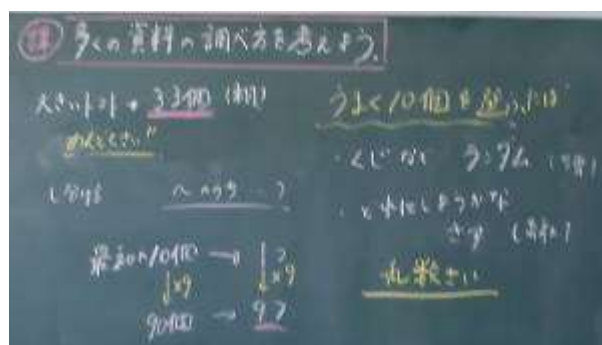
【表1 トマトの大小の表】

そして、まず、全数調査を行い、大きいトマトがいくつあるか数えた。生徒に数えてみた感想を聞くと、「大変だった」、「面倒だった」と答えたので、全部調べずに、おおよそ大きいトマトがいくつあるか推定する方法を考え、標本調査を行った。全数調査と標本調査の両方を行ったことによって、全数調査の大変さと標本調査の効率のよさを感じることができた。

(2) 無作為抽出と作為的な抽出の比較を行い、無作為抽出の必要性を実感できるようにする。

上のトマトの大小の表から無作為抽出する必要性を生徒が感じることができるよう、まず、最初の10個から、全体の大きいトマトの数を推定した。そして、全数調査の結果33個に対して、最初の10個から推定した数が9個だったことか

ら、なぜ、数値に大きな違いが出たかを考えた。生徒は、「平均でない」、「偏りがある」と発言し、最初の10個から推定する方法が適切でないことに気づくことができた。その後、偏りなく10個選ぶ方法を問うたところ、生徒は「適当にひく」、「抽選で選ぶ」、「くじなどでランダムにひく」、「どれにしようかな、と適当に指差す」というように、無作為に抽出する方法を考えることができた。



【図1 無作為抽出について話し合った板書】

そして、ランダムに選ぶ方法として、乱数さいを使う方法や、乱数表を使う方法があることを提示し、トマトの表から乱数さいや乱数表を使って、10個の標本を選び、そこから大きいトマトの数をグループごとに推定した。最初の10個から推定した9個に対して、それぞれのグループで27個や36個というように、全数調査に近い結果が出た。この結果から、無作為に抽出する必要性を感じることができた。



【図2 無作為抽出をする生徒の様子】

4. 成果と課題

次のような評価問題で、生徒の定着状況を調べた。

全校生徒の読書習慣を調べるため、何人かの生徒を選んで標本調査をしたい。その標本のとり方（代表の選び方）として、適切であるものを①～④の中から一つ選びなさい。

- ① 図書委員の人を代表者とする。
- ② 1年生の女子を代表者とする。
- ③ クラスごとにくじ引きを行い、当たりくじを引いた人を代表者とする。
- ④ 昼休みに本を借りに図書館へ来た人を代表者とする。

この結果から、標本での比率から全体の数量を推定することが、できていない生徒が多いことが分かる。間違えてしまった生徒のほとんどが、解き方を書く欄が空欄になっており、解き方を理解することができていなかった。標本の比率から全体の数量を推定することについても、解き方を生徒が実感をもって理解することができるようにするために、どのような授業を行っていけばよいかを考えていきたい。

【引用・参考文献】

文部科学省(2008)『中学校学習指導要領解説 数学編』教育出版

相馬一彦ほか(2016)『新版 数学の世界3』大日本図書

正答 (%)	誤答 (%)	無回答 (%)
78.4	21.6	0

この結果から、多くの生徒が標本調査や無作為抽出について、その必要性や意味について理解することができたと考えた。(資料⑪ 指導案)

また、単元後半で学習した「母集団の数量の推定」の学習について、次のような評価問題で定着状況を調べた。

ある地域でニホンカモシカの生息数を推測するのに、いろいろな場所で10頭のニホンカモシカを捕獲し、その全部に目印をつけて戻した。1ヶ月後に、8頭捕獲したら、目印のついたニホンカモシカが2頭いました。この地域のニホンカモシカの数を推定しなさい。

この問題について、次のような結果となった。

正答 (%)	誤答 (%)	無回答 (%)
64.9	32.4	2.7

資料⑫

本時について

①本時の目標 大小混ざった90個のみかんの中に、大きなみかんがいくつあるかを調べる活動を通して、集団のもっている性質を調べるのに、全数調査と標本調査があることを知り、標本調査の必要性和意味を理解することができる。また、実際に10個の資料を取り出すときの取り出し方を考える活動を通して、無作為に抽出する必要性和方法を理解し、乱数さいや、乱数表を使って、無作為に標本を抽出することができる。(知識・理解と技能)

②本時の展開 (1/5)

	学習活動　○発問　・予想される生徒の反応	□見届け　☆指導・援助																																																																																																																																																																																				
つかむ	1. 紅白歌合戦の視聴率について考える。 ○紅白歌合戦を見た人？ ・見た→クラスの視聴率を出してみる。 ○今年度の紅白歌合戦の視聴率は39.4％でした。1963年は81.4％で過去最高の視聴率を出しました。視聴率を出すとき、全国の人全員に調査しているのでしょうか。 ・調査している。でも、大変そう。 ・何人かの人を調べていると思う。	□相対度数の意味が分かるか見届ける（実態を見届ける） →☆簡単な例を出して、何％の人が見ていたか考えられるようにする。																																																																																																																																																																																				
考える	課題　たくさんの資料を調べる方法を考えよう。 2. 問題提示 Aさんはトマトを育てています。今日トマトが140個収穫できました。下の表は収穫した順番と、その大小が書かれた表です。袋詰めのために、大きいトマトがいくつあるか調べましょう。（→表）	<table><tr><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><td>小</td><td>大</td><td>大</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>大</td><td>大</td><td>小</td></tr><tr><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td></tr><tr><td>小</td><td>大</td><td>小</td><td>大</td><td>大</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td><td>大</td><td>大</td></tr><tr><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td></tr><tr><td>大</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>大</td><td>大</td><td>大</td><td>大</td><td>大</td><td>小</td></tr><tr><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td>34</td><td>35</td><td>36</td><td>37</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td></tr><tr><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td></tr><tr><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>44</td><td>45</td><td>46</td><td>47</td><td>48</td><td>49</td><td>50</td></tr><tr><td>大</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>大</td><td>小</td></tr><tr><td>51</td><td>52</td><td>53</td><td>54</td><td>55</td><td>56</td><td>57</td><td>58</td><td>59</td><td>60</td></tr><tr><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td></tr><tr><td>61</td><td>62</td><td>63</td><td>64</td><td>65</td><td>66</td><td>67</td><td>68</td><td>69</td><td>70</td></tr><tr><td>大</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td></tr><tr><td>71</td><td>72</td><td>73</td><td>74</td><td>75</td><td>76</td><td>77</td><td>78</td><td>79</td><td>80</td></tr><tr><td>小</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td><td>小</td><td>大</td><td>小</td><td>小</td><td>小</td></tr><tr><td>81</td><td>82</td><td>83</td><td>84</td><td>85</td><td>86</td><td>87</td><td>88</td><td>89</td><td>90</td></tr></table>	小	小	小	小	小	小	小	小	大	小	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	小	大	大	小	小	小	大	大	大	小	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	小	大	小	大	大	小	大	小	大	大	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	大	小	小	大	大	大	大	大	大	小	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	小	小	大	小	大	小	小	小	小	大	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	大	小	小	小	大	小	小	大	大	小	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	小	小	小	大	小	大	小	小	大	小	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	大	小	小	小	大	小	小	小	大	小	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	小	小	小	大	小	小	大	小	小	小	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
小	小	小	小	小	小	小	小	大	小																																																																																																																																																																													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																													
小	大	大	小	小	小	大	大	大	小																																																																																																																																																																													
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20																																																																																																																																																																													
小	大	小	大	大	小	大	小	大	大																																																																																																																																																																													
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																																																																																																																																													
大	小	小	大	大	大	大	大	大	小																																																																																																																																																																													
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40																																																																																																																																																																													
小	小	大	小	大	小	小	小	小	大																																																																																																																																																																													
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50																																																																																																																																																																													
大	小	小	小	大	小	小	大	大	小																																																																																																																																																																													
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60																																																																																																																																																																													
小	小	小	大	小	大	小	小	大	小																																																																																																																																																																													
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70																																																																																																																																																																													
大	小	小	小	大	小	小	小	大	小																																																																																																																																																																													
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80																																																																																																																																																																													
小	小	小	大	小	小	大	小	小	小																																																																																																																																																																													
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90																																																																																																																																																																													
深める	3. 問題の解き方を考える。（ペア交流→全体交流） ○全数調査を行う。 ・大きいみかんは33個あった。 ・数が多くて大変。 ・何個か選んで、だいたいいくつあるか計算すればいいと思う。 ○最初の10個から推定する。 ・大きいみかんが10個のうち、1個あった。90個のうちに、いくつあるか調べるには、90個は10個の9倍だから、1×9＝9（個）となる。 ・本当は33個なのに、全然違う。 ○なぜ、最初の10個から推定する方法だと、全然違う数字になってしまったのだろう。 ・ランダムに選ばないとだめ。 ・最初の10個だと偏ってしまう。	□10個の結果から90個のときの数を推定する方法が分かるか見届ける（学習状況を見届ける） →☆90個が10個の何倍か考えさせて、全体の数と大きなトマトの数が比例していることに気づくことができるようにする。																																																																																																																																																																																				
まとめる	4. 無作為抽出について学び、無作為抽出をする。 ○どうしたら偏らずに10個のトマトを選べるだろう。 ・くじなどでランダムに選ばばよい。 ・適当に指で指して選ばばよい。 →乱数さい、乱数表で無作為抽出をする。 5. 振り返りを書く。 たくさんの資料を調べるには、たくさんの資料から無作為抽出をして、そこから全体の性質を推定することができる。全部調べることを全数調査、いくつかの資料を取り出して調べる方法を標本調査という。	□乱数さいなどを使って評価問題が解けているか見届ける。（定着状況を見届ける） →☆乱数さいなどの使い方を確認する。 【評価基準】 標本調査の必要性和意味、無作為に抽出する必要性和方法を理解し、標本を抽出することができる。（知識・理解と技能）																																																																																																																																																																																				
	6. 評価問題・練習問題を解く。																																																																																																																																																																																					