

既習内容とのつながりを生徒が「分かって」「できる」指導の工夫

～「2次方程式」「平方根」の単元の実践を通して～

岐阜県・土岐市中数研 駄知中学校 虎山 泰昌

「数と式」の領域は、他の領域を理解する上での基礎的・基本的な内容を学ぶ領域であり、生徒の多くはそのことを分かっている。こうした生徒たちの思いからも、この「数と式」の領域における基礎的・基本的な力を身に付けることやその力をどのように活用するかという見方・考え方の力を付けることが大切であると考えた。そこで、既習内容とのつながりを捉える工夫と、終末の活動の工夫を行った。既習内容とのつながりを捉える工夫では、既習カードを活用し、生徒の実態に応じて関連する既習内容を意図的に振り返ったり、考えづくりの補助として用いたりした。また、終末の活動の工夫では、単元や授業のねらいに応じて振り返りカードと評価問題の2つに取り組んだ。そして、既習内容とのつながりが「分かって」、問題を解くことの「できる」生徒の育成を目指した。

1. 研究のねらい

「数と式」の領域はどの学年においても、一番初めに学習する内容である。どの単元にも大きく関わっていく内容であることから、基礎的・基本的な知識・技能を確実に定着させることや数学的な見方・考え方の活用する力を定着させることが大切である。学習指導要領の「数と式」指導意義にも、以下のように記されている。

「数と式」の内容は、日常生活や社会においていろいろな場面で使われている。また、中学校数学科の全領域の内容と深いかかわりを持つとともに、それらの基礎をなすものとして重要な位置を占めている。

このことから「数と式」の役割は大きいと言える。実際の生徒の声としても、「2・3年生になった時の単元とのつながりを考えたとき、最初でつまずくと、その後の内容は何も分からなくなってしまうから、大切だと思う。」と、他とのつながりから大切だと考えている生徒もいる。

そこで、生徒たちに「数と式」の領域についての意識調査を行った。下の表は、「不安やよく分かっていない内容があるか」という質問項目に対する結果であり、特に、2次方程式の中で、生徒が不安であると挙げたものである。

平方根の考えを使った解き方	28.7%
解の公式	33.1%
図形の問題と方程式	49.5%

また、なぜこうした内容に不安や苦手意識をも

っているのかを追加調査したところ、上2つにおいては、そこにつながる既習内容である平方根や因数分解に不安があるということであった。さらに3つに共通した意見が、何をどのように活用していいのかが分からないということであった。

そこで、既習内容とのつながりが「分かって」「できる」生徒の育成を目指し、そのための指導の工夫に研究の焦点を当てて取り組むこととした。

2. 研究仮説

関連する既習内容を捉えさせる工夫を行い、課題を解決するために、既習内容をどのように使うかを明確にし、終末の振り返り活動を工夫することで、何ができるようになったのかを明らかにすれば、既習内容とのつながりが「分かって」、問題を解くことの「できる」生徒になると考えた。

3. 研究内容

領域内のつながりを捉えたり、関連する既習内容を想起しやすくしたりするためには、領域や単元の系統を明らかにし、単元を通して大切な見方や考え方を明らかにする必要がある。そこで、土岐市中数研ではこれまで、関連する単元の構成を同じように仕組み、大切な見方や考え方を系統的に育むようにしてきた(資料参照)。このような土台にたった上で、主題に迫っていくために、既習事項カードの活用と、評価活動の工夫に着目して研究を進めていくこととした。

3-1. 既習事項カードの活用

「数と式」の領域を始め、数学はすでに明らかになったことを用いて新しい仕組みを明らかにしていく中で、論理的な思考を育てていく。しかし、難しさを感じる生徒たちは、そこに関連する既習内容の何をどう使えばよいか分らなかつたり、定着が不十分だつたりする。そこで、既習事項カードを用いて、生徒の実態に応じて関連する既習内容を意図的に振り返つたり、考えづくりの補助として用いたりしていくこととした。

既習事項カードの活用の仕方を以下のようにした。

- ① レディネステストの結果をもとに、生徒がつまりと予想される内容を、授業開始時に想起するために活用する。
- ② 全体交流や班交流の場で説明するときの足場として活用する。
- ③ 終末の活動の中で発展的な問題を解く時の立ち返る足場として活用する。

3-2. 評価活動の工夫

(1) 振り返りカードの工夫と活用

生徒自身が、何をどう使ったか、何が理解できたかを確かめるために、終末における言葉での振り返りを書く活動を行った。その際、以下の点を意識して振り返らせた。

- ① 既習事項カードのポイントとなる用語や式をふくめた振り返りを書く。
- ② 「どんなときに」「何がきっかけで」「何が分かったのか」の3つを書く。
- ③ 記入後、ペアや全体に向けて発表する。

(2) 評価問題の活用

どのように「分かる」ようになったのかを振り返ると共に、「できる」ようになったのかどうかを、問題を通して振り返ることとする。その際、以下の点を工夫した。

- ① 振り返りカードに記入をしたことをもとに、評価問題を解くようにする。
- ② 本時のねらいが達成できているかを確認する問題に加えて、さらに発展的な問題を用意する。

4. 実践とその考察

4-1. 既習事項カードの活用

実践1 土岐市立駄知中学校（3年A組25名）

授業者 虎山 泰昌 教諭

3章『2次方程式』平方根の考えを使った解き方

研究の手立て

- ・授業開始前の3分前学習において、因数分解の公式を使った計算について確認する。その際、因数分解の既習事項カードを黒板に掲示する。また、本時活用したい部分には、特に色を付けて分かるようにしておく。
- ・班交流や全体交流の場で、問題と既習事項カードを並行して示すことで、どこで何を使ったかを視覚的に分かるようにしておく。

手立ての意図

大切にしたのは、「何のために」「式をどのように見て」「どうすればよいか」が、「分かって」「できる」ことである。2乗の形にすればよいことは全体で確認し、「他の式でも同じようにできるだろうか」と追究を進めたときに、自分でできることが大切だと考えた。

具体的には、2次方程式 $x^2 + 6x = 1$ を解こうとした時、 $x^2 + 6x - 1 = 0$ が容易に因数分解できないことから、既習の $(x$ の1次式) $^2 = k$ の形になおせばよいと考える。しかし、 $x^2 + 6x = 1$ のようにもともと2乗の形に因数分解できない式の形から「あと両辺に+9すればよい」ことを考え出すには、2乗の因数分解の公式の理解が具体を伴って定着していないと難しい。つまり、6を $2a$ と見て a^2 を意図的につくる必要がある。そこに気付かせる手立てとして、2乗の因数分解の公式を具体と共に意図的に振り返り既習事項カードとして提示することとした。

また、両辺に何を加えればよいかを感覚的に答えられる生徒もいるが、どうしてかと聞かれるとうまく説明をすることができない。しかし、既習事項カードがあることで、公式のどこをどのようにして使えば解けるかが説明できると考えた。

今回、既習事項カードは授業の導入で、黒板に掲示して確認を行ってから追究を行った。また、班交流を行う際、班に既習事項カードを1枚ずつ配り、交流で活用をすることができるようにした。

考察 授業を終えて

既習事項カードはただ既習内容を確認するだけのものではない。公式が分かっているでも、どこをどのように活用するかが分からなければ、解くことができないこともある。そこで、どこに着目するとよいか分かるように色を付けておいた。

■公式による因数分解

公式1

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

$$x^2 + 6x + 8$$

積が8になる2つの数の組のうち、和が6になる組を見つけよう。

$$x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$$

公式3

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$$

公式2

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

公式4

$$x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x+4)(x-4)$$

aにあたる数を考える

【図1：既習事項カード（2次方程式 第6時）】

これにより、両辺に何を加えることで左辺を2乗の形にすることができるかを、ほとんどの生徒が導き出せた。また、「何のために」「式をどのように見て」「どうすればよいか」を説明することができた。

既習事項カードには、ただ公式を書いておくだけでなく、学習した問題と考え方を例として示した。それにより、今回の問題と比較をしながら、導き出そうとする姿もあった。

【図2：平方根の考えを使った解き方の板書】

以前の生徒たちは、新たな課題に直面した時、どのようにして課題を追究し、解決していけばよいか分からず立ち止まってしまうことが多かった。しかし、既習事項カードを活用してきたことで、新たな課題に対して既習内容を活用すれば解

決につながるということに気付き、課題解決の糸口としている姿が増えた。また、既習内容の大切さにも気付き、家庭での学習でも、もう一度1年生や2年生の内容に取り組む姿も増えた。



【写真：班交流で仲間に説明する様子】

さらに、数学が苦手で、言語活動もそれほどうまく行くことができない生徒が、黒板上にある既習事項カードの言葉を活用したりすることで、自分なりの言葉でうまくまとめることができるようになった。

4-2. 評価活動の工夫

- (1) 振り返りカードの工夫と活用
- (2) 評価問題の活用

実践2 土岐市立泉中学校（3年E組33名）

授業者 安藤 真 教諭

2章『平方根』（第6, 7, 8時を例に）

研究の手立て

- ・振り返りカードには、問題を解く上で、自分が特に納得したことを書くようにする。そのために、「何をどう使った」という具体的なことを書くようにする。
- ・振り返りカードに書いた分かったことを確かめられる問題と、それを活用できる発展的な問題を用意する。

手立ての意図

(1) 振り返りカードの工夫と活用

平方根の単元では、数の範囲を有理数から無理数にまで拡張することや新しい数として平方根を導入することを行っている。また、平方根を含む式の計算ができるようにすることも必要である。

第6時では、根号をふくむ乗法と除法の計算が

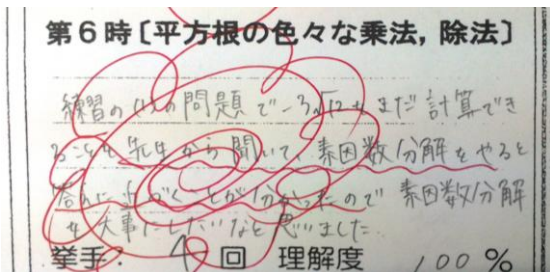
できることと、 $a\sqrt{b}$ に変形することを確かめる。ここでは、さまざまな計算過程の中から、どの場面で $a\sqrt{b}$ に変形するとより計算をしやすいかということ気付かせていく。そこで、本時のまとめについて自分が気付いたことを「何をどう使うとよいか」を視点として与えて振り返りを行った。

第7時では、平方根の近似値を求めるために、分母を有理化することや与えられた条件が使えるように意図的な因数の積にすればよいことを学ぶ。そこで具体的な数を示し、「平方根の近似値を求めるためにどのように考えていけばよいか」を振り返るようにした。

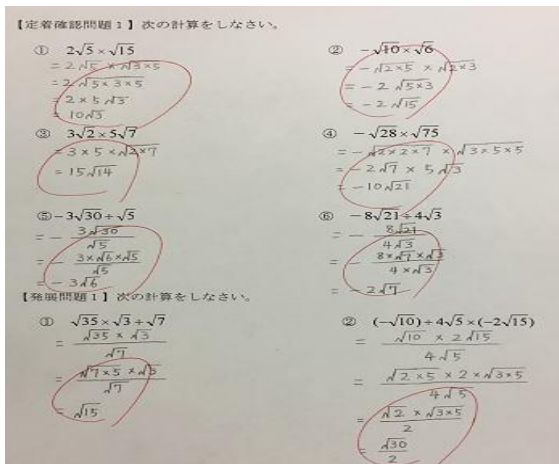
第8時では、平方根の加法・減法は文字式と同じように分配法則の考え方から係数を計算することで解くことができることに気付くことを意図している。そこで、「平方根の加法・減法はどのように考えていけばよいか」を振り返るようにした。

考察 授業を終えて

考察で示す生徒Aは、数学が得意でもなく不得意でもない生徒である。単元当初は振り返りで何を書いてよいか分からない様子であったが、具体的に振り返る視点を示し、繰り返し指導する中で、第6, 7, 8時では次のような姿となった。



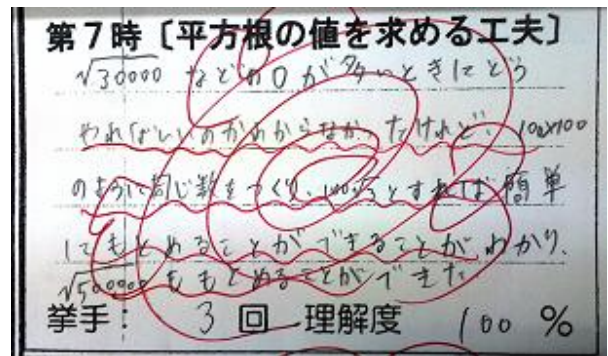
【図3：第6時の振り返りカード】



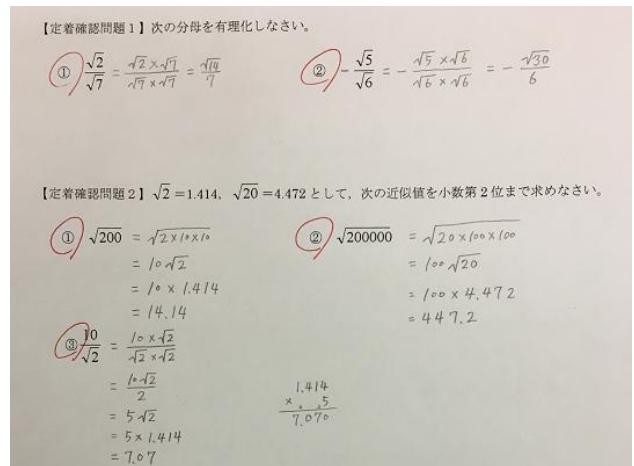
【図4：第6時の評価問題】

この生徒は根号の中の数同士を計算することについては理解することはできていた。しかし、根号の中の数をより簡単な整数の値に直すことができるということまで気付くことができていなかった。そこで、根号の中の数に着目をさせた。それにより、素因数分解によって、まだ計算することができることに気付くことができた。振り返りからは、このような自分の学びが自覚できていることが分かる。

また、それをどの段階で活用すると、より早く計算ができるかということまで、仲間から教えてもらい活用することができた。それが図4の評価問題である。それぞれの根号の中を素因数分解し、根号の中の値を小さくしてから解くことができた。



【図5：第7時の振り返りカード】

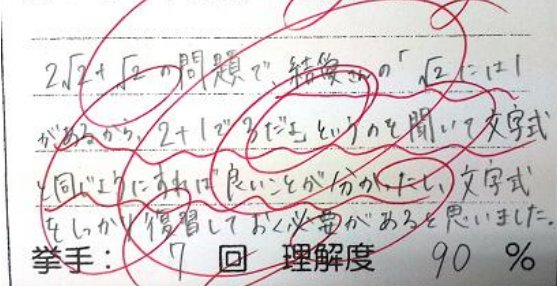


【図6：第7時の評価問題】

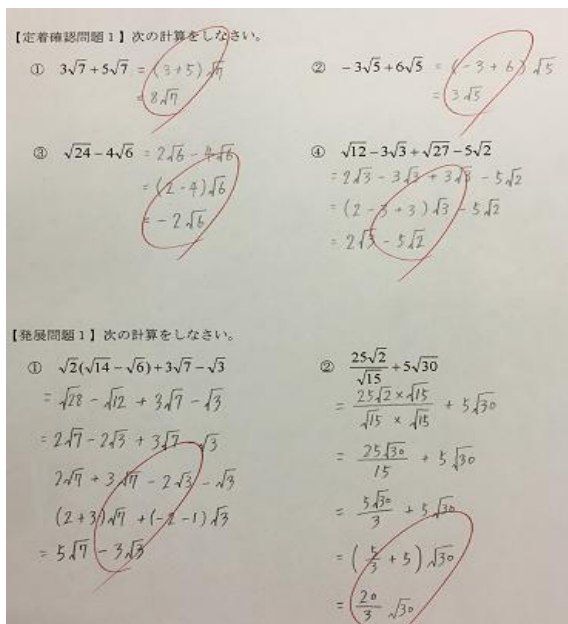
振り返りの記述から、0が多い時にどのように考えていけばよいか理解し、さらに他の場合も同じ考え方を活用すればできると自覚できていることが分かる。また、評価問題の定着確認問題2において、①では10×10の形をつくり、②では100×100の形をつくることで、根号の前に10や100という数を出すことができていた。これにより、この生徒は $\sqrt{2}$ や $\sqrt{20}$ の値を使って、

それぞれの近似値を簡単に求めることが分かって、できるといえる。

第8時【平方根の加法、減法】



【図7：第8時の振り返りカード】



【図8：第8時の評価問題】

この生徒は平方根の加法・減法の仕方を「文字式と同じように考えればよい」と振り返っている。つまり、分配法則を用いて項を一つにまとめるとい考え方が分かっているといえる。また、評価問題では、途中式の記述からも考え方を理解し分配法則を用いて求めることができているといえる。

これらのことから、振り返りカードを活用する中で、「何を使って、どう解決していけばよいのか」や「他の場面につながっていく」ということの認識へとつながっていることが分かる。

また、「何が分かって」「何ができるようになったのか」を毎時間自覚していくことで、これまでは「分からないから、やりたくない」と言っていた生徒が、「分からないので教えてほしい。」と、意欲的な言葉に変わり、自分の教えてほしい部分

も明確にして質問ができるようになった。

また、評価問題では、基礎的・基本的な知識や技能を確かめる問題だけでなく、発展的な問題に取り組もうとする意欲的な姿も見られた。

授業の終末の段階で、多くの生徒は基礎的・基本的な知識や技能を確かめる問題を解くことはできる。しかし、研究のねらいにも書いたとおり、これをどのように活用すればよいのかが分からない生徒は多くいる。こうした発展的な問題に取り組むことで、活用の場面を知ったり、活用の仕方を知ったりすることにもつながった。

5. 成果と課題

<成果>

○既習事項カードを活用することで、それを活用した言語活動が増えた。また、既習内容の何を使うかが想起しやすくなり、新しい問題に出会った時にも何が使えそうかと、意欲的に考えることができた。

○授業の終末の活動で、振り返りカードや評価問題に取り組んだことから、基礎的・基本的な知識や技能を身に付けることができたかどうかを、自分自身が実感することができた。さらに、他の発展させた問題にも同じように活用できるものがあるということにも気付くことができた。

<課題>

▲今はまだ、既習事項カードを頼って問題を解いたり、振り返りを書いたりしている。しかし、今後は領域や単元の流れの中で本当に既習カードが必要な場面なのかどうかを見極めて、指導援助を行っていくようにしたい。また、生徒の実態にも合わせ、既習事項カードを用いなくても必要な既習事項を想起できるような指導の工夫も行っていきたい。

▲今回、振り返りカードの中で、課題解決の過程の中で用いた見方や考え方を数学的な表現を用いて表現する力が付きつつある。今後は単元や本時のねらいに応じて「何を振り返るとよいか」「評価問題はどうかあるべきなのか」をさらに研究していきたい。

第 3 節 1 次方程式の利用

求めたい数量を x とおいて方程式を作れば、いろいろな問題を解くことができる。求められたような場合があるから、問題文から解の意味を確かめて答えよう。

方程式の利用

9. 1 次方程式をつかった問題の解き方【Bc】

○図などを用いて、等しい数量関係を把握することで、1 次方程式を使った問題の解き方を理解し、問題を解決できる。

求める数量を文字でおくことで、方程式を作ることができる。等しい関係を式に表す時には、図や表にまとめると式を作りやすい。

10. 速さの問題と 1 次方程式【Bc】

○図や表を用いて等しい数量関係を把握し、速さの問題を解決することができる。

道のりや時間について等式が作られることが分かった。速さの問題でも図や表にまとめると式を作りやすい。

11. 解の意味【Cb】

○解の意味を考えて、問題に合わせた答え方を必要性に気づき、問題を解決することができる。

方程式の解がそのまま答えにならないような場合があることが分かった。解が問題文に合うかどうか、確かめて、答えを導きたい。

これからの学習内容との関連

- 連立方程式 (2 年生)
- 2 次方程式 (3 年生)
- ・簡単な連立 2 元 1 次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。
- ・因数分解したり平方の形に変形したりして 2 次方程式を解くこと。
- ・解の公式を知り、それを用いて 2 次方程式を解くこと。
- ・2 次方程式を具体的な場面で活用すること。

第 2 節 1 次方程式の解き方

等式の性質を使って左辺を「 $x =$ 」の形に変形すれば、方程式を解くことができる。係数が小数や分数でも、今までの形に直すことで解を

方程式の解き方

6. 分数を含む 1 次方程式の解き方【Bc】

○分母の最小公倍数をかければ、係数を整数に直すことに気づき、分数を含む 1 次方程式を解くことができる。

係数に分数が含まれていても、小数の時と同じように等式の性質を使って係数を整数に直すことができる。

5. かっこや小数を含む 1 次方程式の解き方【Cb】

○かっこを外し、小数を整数に直すなど、これまでの形に変形し直して方程式を解くことができる。

かっこや小数があっても、分配法則や等式の性質を使えば、今までの方程式の形に変形して解くことができる。

7. 比例式と

○比例式の意味がわかり、比例式の性質から 1 次方程式を作って、解くことができる。

等しい 2 つの比を等号でつないだ式を比例式ということが分かった。比例式は 1 次方程式とみて解くことができる。

3. 等式の性質を使った方程式の解き方【Bc】

○等式の性質を使って、1 次方程式を解くことができる。

等式の性質を使って左辺を「 $x =$ 」の形に変形すれば、方程式を解くことができる。

4. 1 次方程式の解き方【Ba】

○移項のを使えば、効率よく 1 次方程式を解くことができることに気づき、手際よく解くことができる。

移項は等式の性質をもとにしている。方程式を手際よく解く手順が分かった。

これまでの学習内容との関連

文字を使った式 (6 年生)

・数量を表す言葉や、□、△などの代わりに a 、 x などを用いて式に表した、文字に数をあてはめて調べたりすること。

文字と式 (1 年生)

・文字を用いた式における情報と除法の表し方を知ること。簡単な 1 次式の加法と減法の計算をすること。
・数量の関係や法則などを文字を用いた式に表すことができることを理解し、式を用いて表したり、読みとったりすること。

第 1 節 方程式

文字の値によって成り立ったり、成り立たなかったりする等式を方程式といい、うことが分かった。文字の値を決めて代入していけば解を求めることができるが、らない等式の性質を使えばもっと効率よく求められそうだ。

方程式との出会い

1. 方程式とその解【Ab】

○方程式やその方程式の解の意味がわかり、代入することによって求めることができる。

文字の値によって、成り立ったり成り立たなかったりする等式を方程式ということが分かった。その成り立つ値を解といい、文字の値を代入することで判断できる。

2. 等式の性質【Ab】

○等式の両辺に等しい値を演算しても、等式は成り立つことが分かる。

等式の両辺に等しい値を足したり、引いたり、かけたり、割ったりしても、等式は成り立つ。これを方程式を解くときに利用できないだろうか。

第2節 連立方程式の利用

問題の中にある2つの数量を文字でおけば、方程式を作って解くことができることが分かった。表や図に表して作りやすい。文字が2種類使える分、1年生より作りやすいぞ。

方程式の利用

これからの学習内容との関連
2次方程式(3年生)

- ・因数分解したり平方の形に変形したりして2次方程式を解くこと。
- ・解の公式を知り、それを用いて2次方程式を解くこと。
- ・2次方程式を具体的な場面で活用すること。

9. 連立方程式をつかった問題の解き方【Bc】

○図などを用いて、等しい数量関係を把握することで、連立方程式を使った問題の解き方を理解し、問題を解決できる。

求める数量が2種類になっても、それぞれを2種類の文字でおくことで、方程式を作ることができる。式に表す時には、図や表にまとめると式を作りやすい。

10. 速さの問題と連立方程式【Bc】

○図や表を用いて等しい数量関係を把握し、速さの問題を解決することができる。

道のりや時間について等式が作られることが分かった。文字が2種類使えるから、1次方程式より式を作りやすい。

11. 濃度の問題と連立方程式【Bc】

○濃度に関する問題について連立方程式を作る方法を理解し、解くことができる。

溶質と溶液をはっきりさせ、表や図に表すと問題を解きやすい。

11. 濃度の問題と連立方程式【Bc】

○割合に関する問題について連立方程式を作る方法を理解し、解くことができる。

比べる量と基にする量をはっきりさせ、表や図に表すと問題を解きやすい。

第1節 連立方程式

片方の文字を消去すれば、1次方程式と同じように解くことができることが分かった。加減法か代入法かを選んで効率よく解きたい。

方程式の解き方

6. かっこ、小数、分数を含む連立方程式の解き方【Bc】

○分配法則や等式の性質を使って $ax+by=c$ の形に変形して、連立方程式を解くことができる。

かっこや小数、分数が含まれていても、 $ax+by=c$ に直せば解くことができる。

7. いろいろな方程式の解き方

○方程式の形から、代入法か加減法かどちらがときやすいかを判断して解くことができる。

係数がかかっていても、共通の単項式なら代入できる。移項して加減法でも解くことができる。

5. 加減法で解くための工夫【Cb】

○等式の性質を使って係数をそろえれば、加減法で解けることに気づき、異なる係数の連立方程式を解くことができる。

係数が異なるときは、等式の性質を使って係数をそろえれば、加減法で解くことができる。

3. 連立方程式の解き方と代入法【Bc】

○一方の文字を消去することで、1次方程式とみて解くことができることに気づき、代入法で連立方程式を解くことができる。

代入して文字を消去すれば、1次方程式の形になるため、解くことができる。

4. 加減法【Ba】

○2つの方程式の両辺をそれぞれ加減しても、方程式の解は変化しないことに気づき、加減法を使って連立方程式を解くことができる。

両辺を足したり引いたりしても文字を消去することができる。

これまでの学習内容との関連
文字を使った式(6年生)

・数量を表す言葉や、□、△などの代わりに a 、 x などを用いて式に表した、文字に数をあてはめて調べたりすること。

1次方程式(1年生)

- ・等式の性質を基にして、方程式が解けることを知ること。
- ・簡単な一元一次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。

第1節 連立方程式

不確定な値が2つ含まれているような問題でも、2種類の文字を使えば方程式を1つの文字の値が決まれば、その値を代入して1年生の1次方程式と同じように解くことができる。方程式を組み合わせると、その共通する解はただ一つに決まることも分かった。

方程式との出会い

1. 2元1次方程式とその解【Ab】

○2種類の文字を使った方程式が存在することを知り、その解が無数に存在することが分かる。

2種類の文字を使った方程式があることが分かった。片方の値を決めて、代入すれば、1次方程式と同じようにして解くことができるが、解は無数にある。

2. 連立方程式とその解【Ab】

○2つの2元1次方程式に共通する解はただ一つに決まることに気づき、両方の式に代入して解を確かめることができる。

式を1つ増やすだけで、無数にあった解が、たった一つになることが分かった。

第2節 2次方程式の利用

求めたい数量を x とおいて方程式を作れば、方程式を作ることができる。求められた2つの解は、その2つが1組の答えになることもあれば、一方の解を求めて2組の答えを求めなければいけないこともあるから、解の確かめを一層丁寧にやりたい。

方程式の利用

8. 2次方程式をつかった問題の解き方【C b】

○2次方程式を使って、数に関する問題を解決するための考え方とその手順を利用し、問題を解くことができる。

わかっている数量と求める数量を明らかにして文字でおき、等しい関係に着目すれば方程式を作ることができる。求められた解はそのまま答えにならないから、解の確かめをしっかりと行いたい。

9. 2次方程式といろいろな問題【C b】

○求められた解について、平方根の近似値を用いて解を確かめ、問題分に合うかどうか判断することができる。

平方根の近似値を代入して、問題文にあうかどうかを判断できた。根号を含む式がある一つの値を示すことが改めてわかった。

第1節 2次方程式

2次方程式を解くには、因数分解と平方根の考え方と解の公式を使って解く方法があることが分かった。どの方法で解くかを判断して解ける。

方程式の解き方

5. 解の公式【C a】

○平方根の考え方を応用すれば、解の公式が導けることを知り、係数 a, b, c をそれぞれ代入すれば解くことができるという見方ができる。

解の公式は求め方も公式も複雑だけど、係数がどんな数でも解くことができるから便利だな。

6. 2次方程式

○解の公式に係数 a, b, c をそれぞれ代入して2次方程式を解くことができる。

解の公式を使って2次方程式を解くことができた。計算が複雑になるから一つ一つ丁寧に計算していき、根号の中が負の数になるような、係数も考えられるから、解が存在しない方程式もあるんだ。

4. 平方根の考えを使った解き方【C b】

○式を $(1次式)^2$ の形にすれば、平方根の考え方をういて解けることに気づき、 $(1次式)^2$ の形を作り出して解くことができる。

因数分解ができないときは、 $(1次式)^2$ の形を作れば、解くことができる。両辺に x の係数の半分の2乗を両辺に加えることで、どんな形でも、変形できそうだ。

2. 因数分解による解き方【C b】

○2次方程式の左辺が因数分解できることに気づき、 $AB=0$ ならば、 $A=0$ または、 $B=0$ と考えることで、2つの1次方程式として解を求めることができる。

因数分解すれば、1次方程式として解くことができるぞ。

3. 因数分解による解き方(2)【B c】

○ $x^2+bx+c=0$ との違いに気づき、次数の高い順に並び変えたり、等式の性質を組み合わせて解くことができる。

異なる形の方程式でも、 $x^2+bx+c=0$ の形に変形して考えると解きやすい。

これまでの学習内容との関連
文字を使った式(6年生)

・数量を表す言葉や、 \square , \triangle などの代わりに a , x などを用いて式に表した、文字に数をあてはめて調べたりすること。

1次方程式(1年生)

・等式の性質を基にして、方程式が解けることを知る。
・簡単な一元一次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。

連立方程式(2年生)

・簡単な連立2元1次方程式を解くこと及びそれを具体的な場面で活用すること。

第1節 2次方程式

x の2次式で表される方程式があることがわかって、なんて不思議だな。2次方程式にも、これと似たような解き方があるんだろうか。

方程式との出会い

1. 2次方程式とその解【A b】

○ x の2次式で表わされる方程式が存在することを知り、その解が2つ存在することが分かる。

2次式で表される方程式があることが分かった。文字の値を代入して解を求めたら、解は2つあることもわかった。

第 3 学年 数学科展開案

日時 平成 29 年 7 月 6 日 (木) 第 5 時間目

場所 土岐市立駄知中学校

3 年 A 組教室 (男子 12 名 女子 13 名)

授業者 虎山 泰昌

単元名 2 次方程式 1 節「2 次方程式」 平方根の考えを使った解き方

本時のねらい

因数分解の考え方を使得って解くことができない 2 次方程式の解き方を考えることを通して、2 次方程式を $(x$ の 1 次式) $^2 = k$ の形にすることで、平方根の考えを使うことができることに気付き、解くことができる。

本時の展開

	学習活動	教師の指導・援助
つ か む	<p>○ 3 分前学習に取り組む。(既習事項カードを使った振り返り)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・公式を利用した因数分解について確認をする。 <p>○ 問題提示</p> <p>次の 2 次方程式を解きなさい。</p> <p>① $x^2 - 3 = 0$ ② $(x - 3)^2 = 5$ ③ $x^2 + 6x = 1$</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 右辺を 0 にした時、左辺の式を因数分解することができない。 ・ ①と②は平方根の考え方が使えるかもしれない。 <p>平方根の考え方を使得って 2 次方程式を解く方法を考えよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ ③で因数分解の公式を活用して考えることから、既習事項カードを用いて復習をしておく。 ・ ①～③の問題で右辺を 0 にした時、左辺の式が因数分解できないことを確かめる。
ふ か め る	<p>① $x^2 - 3 = 0$ -3 を右辺に移項する</p> <p>$x^2 = 3$ x は、2 乗して 3 になる数</p> <p>$x = \pm\sqrt{3}$ つまり、3 の平方根である。</p> <p>② $(x - 3)^2 = 5$ $(x - 3)^2 = 5$</p> <p>$(x - 3)$ を A とおく。</p> <p>$A^2 = 5$ $x - 3$ は、2 乗して 5 になる。</p> <p>$A = \pm\sqrt{5}$ つまり、5 の平方根である。</p> <p>A を $(x - 3)$ に戻す。</p> <p>$x - 3 = \pm\sqrt{5}$</p> <p>$x = 3 \pm\sqrt{5}$</p> <p>③ $x^2 + 6x = 1$</p> <p>$x^2 + 6x + 3^2 = 1 + 3^2$</p> <p>6 を 2 でわる 2 乗する</p> <p>$(x + 3)^2 = 10$</p> <p>$x + 3 = \pm\sqrt{10}$</p> <p>$x = -3 \pm\sqrt{10}$</p> <p>$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$</p> <p>$(\frac{x \text{ の係数 }}{2})^2$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 平方根の考え方を使得るときには、右辺が 0 になるとは限らない。 ・ $(x$ の 1 次式)$^2 = k$ の 2 次方程式は、「多項式」の単元で、$a + b$ を A と置き換えていたことを基に、$x^2 = k$ を解くことと同様であることに気付かせる。
ま と め	<p>(i) $x^2 + 6x = 1$ $x^2 + 6x - 1 = 0$ 因数分解できない。</p> <p>(ii) $x^2 + 6x = 1$ $x^2 = -6x + 1$ x の平方根を求められない。</p> <p>(iii) $x^2 + 6x = 1$ $x(x + 6) = 1$ かけて 1 になる数の組み合わせは無数にある。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ (i)～(iii)の考え方で解くことはできない。 ・ 両辺に数を加えることで、$(x$ の 1 次式)$^2 = k$ の形にすれば、平方根の考え方を使得ることができる。 <p>○ まとめる。</p> <p>因数分解が使得えない 2 次方程式は、$(x$ の 1 次式)$^2 = k$ の形にすれば解くことができる。</p> <p>○ 振り返りカードを記入する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 平方根の考え方を使得って解く。 ・ 両辺に数を加えることで、$(x$ の 1 次式)$^2 = k$ の形にする。 ・ 両辺に加える数は $(\frac{x \text{ の係数 }}{2})^2$ によって求められる。 <p>○ 評価問題に取り組む。2</p>	<p><つまずきに対する手立て></p> <ul style="list-style-type: none"> ● $(x$ の 1 次式)$^2 = k$ の形にすることができない。 ・ 既習カードの公式から、左辺にあと何を加えれば、$(x$ の 1 次式)2 の形にすることができるかを考えさせる。 <ul style="list-style-type: none"> ・ 因数分解の公式を基に、□に当てはまる数をどのように導き出すことができたかを説明できるようにする。 ・ (i)～(iii)の考え方で解くことができないことを確かめる。 ・ 振り返りカードには、特に③の問題の解き方に関わって、分かったことをまとめる。 <p><評価規準></p> <p>2 次方程式を $(x$ の 1 次式)$^2 = k$ の形にすることで、平方根の考え方を使得、解を求めることができる。</p> <p>(見方・考え方)</p>