■第 97 回全国算数・数学教育研究（北海道）大会　分科会発表資料　中学校部会　関数

関数関係にある数量をとらえ説明する教材の開発

日　時：平成 27 年 8 月 7 日（金）　　15:45～16:25
場　所：札幌市立向陵中学校

提案者：岐阜大学教育学部附属中学校　　小川　達也

１．はじめに

身の回りの事象について「関数の考え」を用いて考察し，変化や対応の様子を把握したり，将来を予測したりすることは誰もが日常的に行っていることである。例えば，旅行の荷物を持ち，タクシーに乗って，早朝の駅に到着する必要があるとする。そんな時は出発前夜までに，電車の出発時刻から起床時刻を割り出しておくことになる。その際，意識しているかどうかは別として，頭の中は，多様な数量についての様々な関数関係が巡ることになる。

その他にも「因果」の関係で物事をとらえようとすることは多い。それは，問題の解決に有効な場合が多いからであろう。そんな「因果」の関係を数理的にとらえることができれば，物事をより明確にとらえて最適な問題の解決方法を導きやすい。それは当然のことであるとも言える。そのため，「関数」は中学校数学科の内容の骨格をなすとされているのであろう。そして，そういったことから，わたしは身の回りの事象を「関数」としてとらえることができる学習者を育成したいと願っている。

２．研究の目的

2.1　関数の利用で大切にしたいこと

ともなって変わる二つの数量をとらえるという学習は小学校算数科の学習から継続的に行われる。そして，中学校数学科においては，「変われば変わる」関係から「決まれば決まる」関係である関数関係へと，ともなって変わる二つの数量の関係についての学習を進める。その際，「関数」の概念については各単元の導入段階において，事象からともなって変わる二つの数量を見出す活動を継続的に行う。関数の考えを用いて事象を考察する際，独立変数となる数量と従属変数となる数量をとらえることは事象の考察の出発点であり，大変重要だからである。

また，関数の定義となる式は，ともなって変わる二つの数量の間にある関係を簡潔に表現したものである。関係を式で表現することで，同様の式で表される場合に成立する性質を理解し，それらの性質を事象の考察に生かすことができる。そして，それらの性質について，関数の表現である表，式，グラフを関連付けて理解しておくことができれば，事象の考察においてより多くのことを予測することができるようになる。このような，関数を利用することのよさについては，先にも触れた。

以上のことから，わたしは，関数を事象の考察に利用する学習において，①ともなって変わる二つの数量を事象から見出し，②それらの数量間にある関数関係を判断し，③表，式，グラフを関連付けた考察を行うという数学的活動を大切にしたいと考えている。

2.2　これまでの指導の課題

学習者が表，式，グラフを関連付けて理解するための指導については，これまでも個人的に研究を進めてきた。その成果として，表を用いて帰納的に発見した性質を式に基づいて演繹的に説明したり，演繹的に説明された性質がグラフのどのような特徴に結びついているのかを考察したりする学習については，学習者の姿として一定の成果が見られるようになった。

一方で，学習した関数の性質を利用し，事象を考察する姿については課題がある。それは，関数を利用し事象を考察する学習において，それまでの関数の性質を理解する学習を生かすことができない姿である。比例や反比例といった特定の関数についての性質を理解していても，その性質を用いる数量をとらえることができなければ，当然利用することはできない。そのため，この姿は，事象の考察に必要な「関数関係にある数量をとらえること」ができていないことに起因していると考えた。

また，授業中の学習者の交流の様子にも課題

となる姿の原因があると考えた。学習者は事象の考察を必要とする問題に対して,「解決できる−解決できない」の関係で教授型の交流を行っていることが多い。それを多様なアイデアそのものが交流できるような探究型の交流活動へと転換する必要があると考えたのである。なぜならば,「教える−教えられる」の関係にある交流では立場が固定されがちであり，関数関係にある数量をとらえる活動は「教える」立場にある一部の学習者のみが行う活動になってしまいがちであると考えられるからである。それ故に,「教えられる」立場にある学習者は関数関係をとらえた後に必要な「代数的処理」のみにその活動が限定されがちになる。そこで,「考える−考える」の対等な関係で探究活動が行われるようにする必要があると考えた。

2.3　開発する教材のねらい

学習した解法の適用方法をゴールとする教材を使用することは,「考える−考える」の対等な関係で行われる探究活動を生み出すのは難しいと予想した。学習者が交流活動を行う際，その内容が解法の適用方法に限定されると，多様な考え方の交流は生まれにくいと考えられたからである。また，教授型の交流活動が既に一つの学習規範となっていると考えられる学習者にとっては，既習の解法を「適用できる−適用できない」と，立場を固定して教授型の交流が促されるとも考えられた。

しかし，単に「解決したことのない」問題であっても，教材としては不十分である。学習者間に「考える−考える」の対等な関係を形成するためには，数学の学業成績に関わらず，解法そのものに対する探究意欲が高い水準で維持される必要があり，誰もが探究意欲をもち，関数関係をとらえながら，他者にその関係を説明していこうとするような探究活動を生み出したい。

そこで，関数関係をとらえながら「考える−考える」の対等な関係の探究活動が行われるために，関数関係にある数量をとらえて説明することが主体的に行われるような教材を開発することにした。

３．研究の内容

3.1　開発する教材の特性の明確化

本稿では，中学校第２学年の一次関数の学習における実践を取り扱う。

中学校における関数の学習は, 第１学年で「関数」の概念と「比例　$y=ax$」「反比例　$y=a/x$」, 第２学年で「一次関数　$y=ax+b$」, 第３学年で「関数　$y=ax^2$」と，定義である式が特殊な式から一般的な式へと，高次化されながら学習が展開する。2.1 に記したように，それぞれの学習は，扱う関数が異なるが，新たな関数を定義し，その関数の性質を理解し，関数の性質を利用して事象の考察を行うという主たる展開の仕方は同様である。

事象を考察する場面としては，時間を独立変数，距離を従属変数として二つの数量の関係を考察するような「速さ問題」や，図形や点の移動した距離を独立変数，移動によってできる図形の面積や辺の長さといった数量を従属変数としてそれらの関係を考察するような「図形問題」, または，水を熱した時間を独立変数，水の温度を従属変数としてそれらを考察するような「理想・単純化問題」といった教材が用いられる。これらの問題を解決することを通して，自然現象や社会現象を能率的に記述し考察することができるという関数を活用することの意義を学習者に実感させていくのである。

関数の考えで事象を考察するにあたり，多くの教科書に掲載されている問題は，独立変数がある特定の値をとる場合に従属変数がどのような値であるのか，または，逆に，従属変数がある特定の値をとる場合に独立変数がどのような値であるのかということを見出す問題である。

このような問題では，関数の考えを活用して問題場面を考察してほしい問題であっても，現実的には，方程式を用いて問題を解決することも可能な場合が多い。したがって，多くの教科書に掲載されているような問題を解決していくことは大切であるが，関数の考えの意義を理解するためには，別のアプローチで教材を考えてみることも有意義であると考えられる。

関数関係にある二つの数量の関係について方程式を用いて対応関係を考察していく問題は，明示的な対応関係（一階の関係）について考察する場合が多い。しかし，明示的な対応関係では，実際に「ともなって変わる二つの数量」をそれぞれ文字で表し，それらを「変数」ととらえて変化の様子を考察することも可能である一方で，単純に代数的な処理によって考察できてしまう問題でもある。このような問題のみを扱って，学習者に関数の考えによる考察と式による考察の違いを示すことは困難である。

そこで，事象に含まれる要素間の関係の関係（二階の関係 second-order relationships）を扱うことが，関数の考えによる考察の意義を理解させるために有効な一つの方法として考えることができる [1)]。具体的には，ある特定の独立変数に対し二つの従属変数が設定された問題場面において，学習者が「ともなって変わる二つの数量間の関係」の変化の様子を注意深く観察していく問題場面である。このような問題場面を含む教材を開発することにより，学習者は，関数を「ともなって変わる数量の関係を考察する際に有効な考え方である」と，式による考察だけにたよらない，関数の考えの意義を理解できるようになると考えた。

また，このような問題場面を考察するにあたり，多様な意見を交流することによって，一般的な解を得られるような問題場面を設定することも重要である。それが教授型の交流活動を探究型の交流活動へと転換させる一つのポイントであると考えられるためである。

3.2　開発した教材

今回開発した教材は，図 1 に示す「移動ボール問題」である。

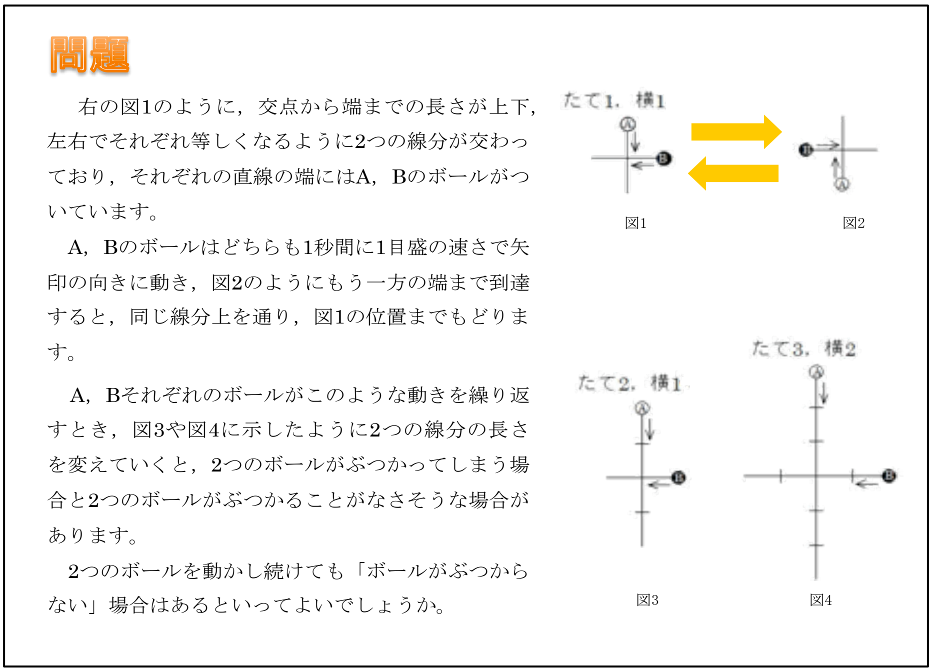


図 1　移動ボール問題

移動ボール問題では，時間にともなって A,B の二つのボールが同時に動く。これらの二つのボールが同時に線分の交点を通る時に「ボールがぶつかる」ことになる。ボールが動き始めてからの時間を x 秒，線分の交点から上，右をそれぞれ正の向きとして，交点からボールまでの距離を y とすると，ボール A までの距離 y1 と，ボール B までの距離 y2 はそれぞれ x の一次関数である。ただし，線分のたて，横の長さによって変化する x の変域により，その関係を表す式は何度も変化していく。このように，この問題では，時間の経過にともなって変わる A のボールの位置と，B のボールの位置との関係（二階の関係）について考察する必要がある。ほとんどの学習者は，このような経験をあまり積んできていないと考えられる。

3.3　教材提示の工夫

3.2 に記したように，ほとんどの学習者がこのような問題を解決する経験をあまり積んでいないことが考えられるため，誰もが意欲をもって探究活動が行えるように，プレゼンテーションソフトを使用し，**図 2** から**図 6** のように，太郎さんと花子さんの会話形式で問題を整理するスライドを提示することにした。

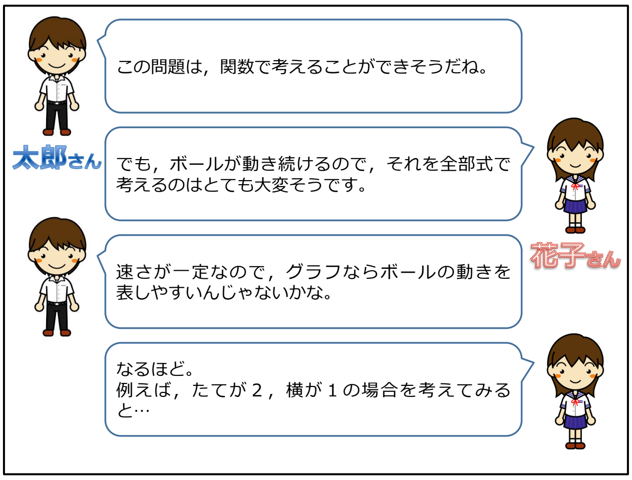


図 2　会話 1

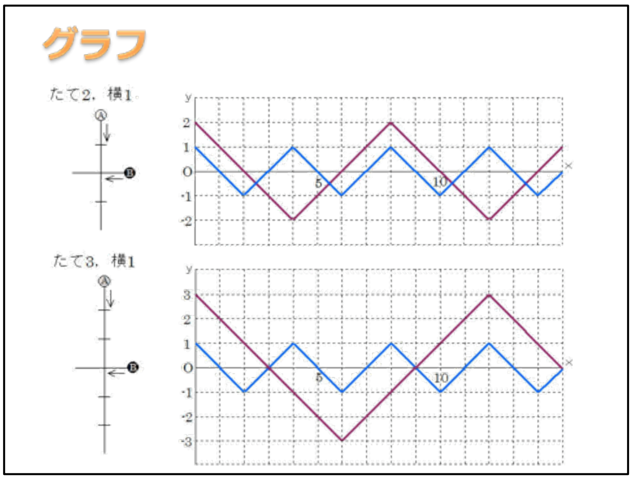


図 3　グラフ 1

図 4　会話 2

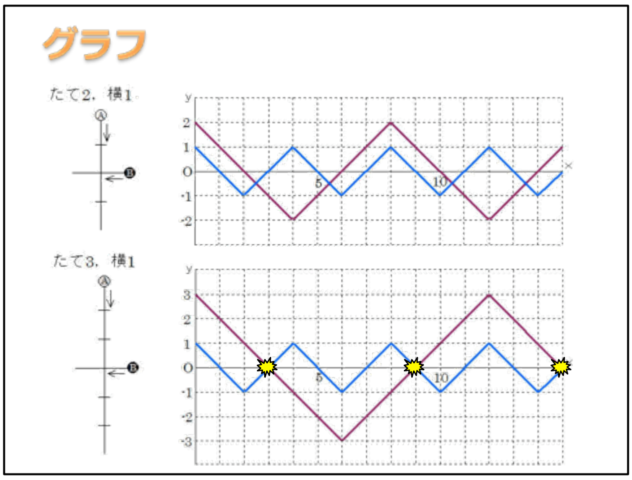


図 5　グラフ 2

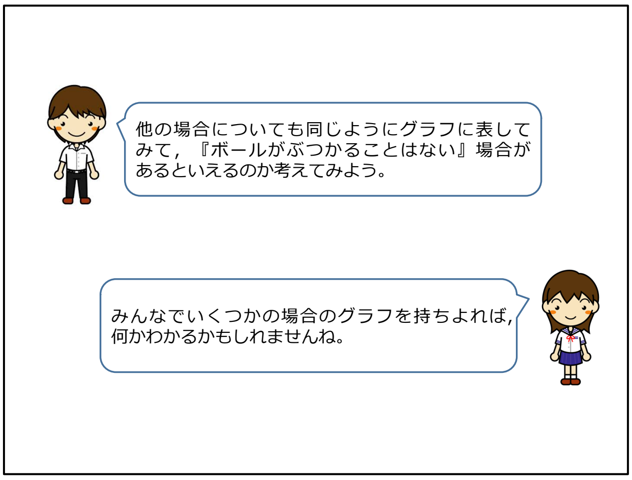


図 6　会話 3

これらのスライドを足場として学習者は問題解決を行う。

3.4　移動ボール問題の特徴

太郎さんと花子さんの会話にもあるように，移動ボール問題では，先の y1，y2 と x との関係を同一座標平面上にグラフで表すと，A,B のボールは規則性をもって動いていることがわかる。このことから，その規則が一巡する間にボールがぶつかること，つまり，x 軸上でグラフが交わることがなければ，ボールがぶつかることはないことがわかるのである。

このような判断をするには，問題場面とグラフを関連付けて理解することが不可欠になる。グラフをかいていくと規則的な形が続いていくということは，グラフを見たほとんどの学習者が気付くと考えられる。しかし，さらなる考察においては，グラフの式が変域によって変化することや，グラフとグラフとの交点の意味，特にグラフと x 軸との交点の意味を，問題場面と関連付けて理解することが必要となる。

それ故に，移動ボール問題は，実際に二つのボールが移動していく様子を関数の考えで座標平面上にグラフで表し，それぞれを関連付けながら考察する中で二階の関係にある数量の関係を明らかにしていかなければならない。この点が，方程式の考えで解決可能な問題とは異なっている。標準的な問題であれば，問題場面の数値の変化を方程式に帰着させることによって問題を解決することができるのに対して，移動ボールではそれが困難なのである。

3.5　交流活動のねらいの共有

2.3 に記したように，学習者にとって交流活動とは教授型で行われることが一つの学習規範となっていることが考えられる。そこで，探究型の交流活動への転換を図るために，**図 7** に示すように，従来の授業過程における少人数交流前に，教師−学習者間で交流活動のねらいを共有する時間を設定することにした。

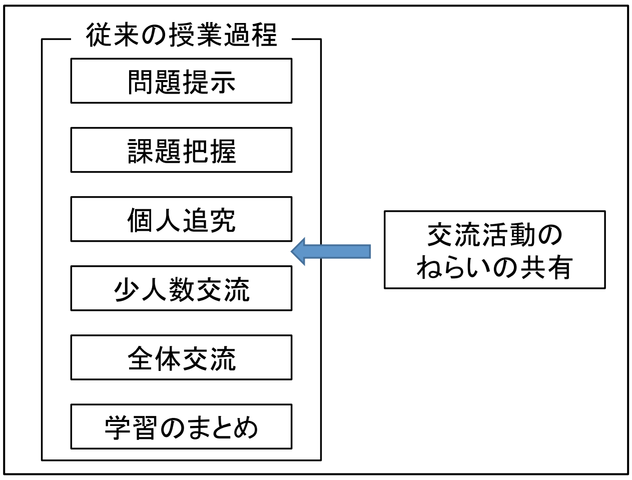


図 7　本実践おける授業過程

交流活動のねらいを共有する授業過程において，実際に教師が確認する内容は**表 1** に示す通りである。また，**図 6** のスライドに「みんなでいくつかの場合のグラフを持ちよれば，何かわかるかもしれませんね。」という花子さんのコメントを組み込んだことも，同様に「考える−考える」の対等な関係における探究活動を促すことを目的としている。

表 1　共有する交流活動のねらい

確認項目	確認内容
個々の追究の多様性	考察する場合が個々の選択によって異なること
帰納的な考察の有効性	いくつかの場合から共通点を見出すことができること
協働的な活動の必要性	グループのメンバー全員で協力して考察結果をまとめること

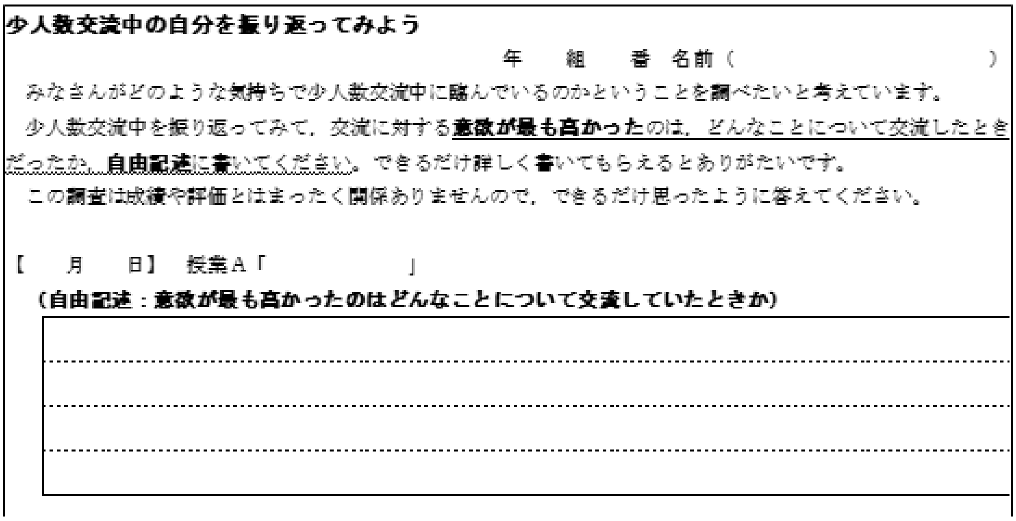
3.6　授業の実践と評価の方法

移動ボール問題は，**表 2** に示すように第 2 学年「一次関数」の単元の単元末に取り扱うことにした。

また，図形問題，移動ボール問題の授業後には，少人数交流中に意欲が高まった交流内容について自由記述調査（**図 8**）を行った。

表 2　移動ボール問題の単元内での位置

節	項
1次関数とその表現	1　1次関数
	2　1次関数の性質
	3　変化の割合
	4　1次関数のグラフの特徴
	5　1次関数のグラフと比例のグラフ
	6　1次関数のグラフと式
1次関数の利用	7　速さの問題
	8　実験問題
	9　図形問題
	10　移動ボール問題


少人数交流中の自分を振り返ってみよう

年　組　番　名前（　　　　）

みなさんがどのような気持ちで少人数交流中に臨んでいるのかということを調べたいと考えています。

少人数交流中を振り返ってみて，交流に対する**意欲が最も高かった**のは，どんなことについて交流したときだったか，**自由記述**に書いてください。できるだけ詳しく書いてもらえるとありがたいです。

この調査は成績や評価とはまったく関係ありませんので，できるだけ思ったように答えてください。

【　月　日】　授業Ａ「　　　」

（自由記述：意欲が最も高かったのはどんなことについて交流していたときか）

図 8　自由記述調査用紙

少人数交流は生活班（5~6 名）ごとに行い，各班に IC レコーダーを配布して交流中の会話を録音した。

以上のような方法で，中学校第 2 学年の 2 学級（クラス A，クラス B）を対象とし，移動ボール問題を用いた実践を行った。

4．結果と考察

4.1　自由記述データ

「どんなことについて話しているときに，交流の意欲が高かったか」という項目に対する自由記述をデータとして分析する。記述内容を「教えてもらった」「教えた」といった教授型の交流活動に関わる内容（教授），「(他の学習者と）何かを発見した」「(他の学習者と）交流したことによって気付いたことがあった」といった探究型の交流活動に関わる内容（探究），そしてその他の内容（その他）に分類し，各学習者の図形問題，移動ボール問題の授業それぞれの記述内容によって**表 3** のように回答パターンを分類した。この回答パターンの分類を用いて，クラス A，クラス B それぞれの記述内容をまとめた結果を**表 4** に示す。

表 3　自由記述の変容による分類

	図形問題	移動ボール問題
記述Ⅰ	教授	探究
記述Ⅱ	探究	教授
記述Ⅲ	探究	探究
記述Ⅳ	教授	教授
記述Ⅴ	その他	その他

表 4　自由記述の分類の結果

分類	クラスA	クラスB
記述Ⅰ	20	22
記述Ⅱ	0	0
記述Ⅲ	11	11
記述Ⅳ	5	2
記述Ⅴ	1	2

4.2　録音データ

表 5 はクラス A のある特定グループの図形問題における会話内容であり，**表 6** は，同一グループの移動ボール問題における会話内容である。

表 5　少人数交流中の会話（図形問題）

発話者	発話内容
S1	これxってさ，こう増えてくのはわかるんやけどさ，こっちもさこんだけぶん増えてくの？こっち（CA）いくときも，全部x…例えば，こうなるのは，xがどんどん増えてくってことやん。
S2	あ，わかった。
S1	だから，こうリセットされずに，このまま増えてくってこと？
S3	えっと一何て言うんやろうな。普通に一
S2	こっから（B），ここ（C）は？
S1	あ，こっからここはわかる！
S2	こっからここと（BからC）とこっからここ（CからA）では式が違うんでしょ？当たり前か…。
S4	何？何？
S3	えっと，これは，見た感じっていうか…，こっちの4cmまで来たら，底面をこっちで，あ，底辺がこっちで，高さがこうゆうふうに見ると，えっと一底辺が3－（x－4）で，って表せることわかる？
S4	あっ，こっちがxになるっていうこと？
S3	うん。そんで，高さが4やで，ここの分があれ（底辺）やで…
S4	えっ，てことは，こっち（BC）の式はy=3/2xでいいの？
S3	うん，いいよ。
S4	じゃあ，こっち（CA）は？
S3	y=－2x+14
S2	－2x+…
S4	+14？
S3	うん。14
S4	できたぁ。
S1	どうやって（式）出すの？
S3	えっと一これで一×高さ，×1/2=yってやると，これを一なんだかんだで計算していくと，－2x+14になる。そんで，あとは，このyに3を代入して（xを）出してやれば，パパっと…。わかった？
S2	で，動いた距離は？
S4	2cmのときと一
S3	そうそう。yに3を代入すると，xが出て…
S2	え？どっちにも3を代入するの？
S3	そう。どっちにも3を代入する。
S5	待って。こっち（CA）を底辺と見たときの考え方がよくわからん。
S3	えっと，こっち（CA）を底辺と見ると，こっちから…xが5のときは，底辺が2cmやろ？わかる？それ。
S5	わかる。
S3	xが4のとき，ここが2cmで，xが6のとき，ここが1cmやろ？って感じで，3－（x－4）って感じで，わかる？それ。底辺が3－（x－4）で表せる
S5	あ一…，4？4？4？4何やったっけ？
S3	4ここね，4ここ。それがわかれば，これに2をかけたら，それが式です。
S2	y？yの変域が…，ねぇねぇ，xの変域は？
S4	何でこれ11/2になんの？
S3	え？何でって言われても，このy=－2x+14にy=3を代入すると，11/2って出る。
S4	うそ一！何で！？3でしょ？－6+14…
S3	yに代入しないと。yが面積でxはcmの方やで。
S4	そこ間違えた。確かにね。
S2	11/2って何やった？cm？
S3	cm，cm。そうそうそう。
S4	え！これ5cm超えることね？
S3	うん。だから，丁度ここでいい。
S2	う一ん，微妙やな。
S4	あっ，ACの2cm目ってことか？あ，違う…。
S3	2，5cmってこと。
S4	OK，わかった。あ，4と3で合計で7ってことや。
S2	xの変域は，1，ん？0より大きい？
S3	xは，0以上4以下と…。
S2	え？4以下？で，yは？
S3	yは，6までやん。0から6まで。
S2	0から…0？…ん～何で4？
S3	あ，あ～実際は7までやけど，とりあえず，ここ（BC）を底辺と見ている間は4で，ここ（CA）を底辺と見れるのは，4から7まで。xが。
S2	え，ここ（CA）を底辺とするときに，ここ（BC）も足さないかんの？
S3	xは，ここからここまで移動するやつやで。
S2	うん，うん。わかる。
S3	ここを底辺とみたいなら，xはここからここまで動いた分…これをひかなきゃいけないから。
S1	あ一！わかった！やっとわかった！
S2	あ，そういうこと！なるほど。
S4	わたし，もうわかってるよ。Sくんすごいと思う。
S5	うわっ，おれもっとS3の話聞いときゃよかった。
S1	ここから，ここの長さやったら，底辺にはならんてこと？
S3	そう，そう。だから4をひかな底辺にはできんてこと。
S1	あっ！わかった，わかった，わかった！

表 6　少人数交流中の会話（移動ボール問題）

発話者	発話内容
S5	横÷縦が偶数のとき，ぶつからないんじゃないの？おれそう思ったけど。
S3	そんなことしんでもさ，1つぶつからん事例上げれば。
S5	これやん。これとこれ。
S1	だいたいさぁ，交わらんところがこれさぁ，ボールが動く速さが一定ってことは，奇数やとずれてくやんか。だけど偶数やと，ずれてかんやん。平行に動くっつーか，ここがいつも同じなんやて。
S2	え，傾きが同じ？
S4	どっちも奇数の場合はぶつからないの？あ，間違えたぶつかるの？っていうか，場合はあるかどうかでしょ？
S1	うん。ある，絶対ある。
S4	だって，最初の時点であったよ。
S1	何であるかが考えるんじゃない？
S4	え？そこまで？まじか…そりゃ数字いっぱいあるんだから，そういう場合あるでしょ。
S2	それ考えてなかった，わたしがつくったやつ結局交わるってことんなるんやて。絶対値がどっちも同じやったら絶対交わる。
S1	絶対値っていうかその値（縦，横）が同じやったら絶対に交わる。
S5	OK。できた。
S1	あれじゃない？動き方が同じっていうか…。
S2	動く距離が一緒ってことやろ？もし，3と3やったら，3動いたら3動くやん。
S5	じゃあ，2と3やったらどうなるの？
S2	2と3やったら1こずつずれてく。
S5	で，ぶつかる？
S1	ぶつかる。ぶつかる。
S2	ぶつからない場合は…
S4	偶数と偶数だったらどうなるの？同じふうに動くの？
S5	じゃあ，6と3は？
S1	6と3ぶつかる。
S5	6と3ぶつかる？
S1	ぶつかる。ぶつかる。
S2	3と3だったらぶつかるよね？
S4	やってみればいいんじゃない？縦2，横4でやってみよう。
S5	じゃあ，まず，ぼく6と3やるから。…めんどくさ！1，2，3，4…5，6やろ。あ，ほんとや。
S1	…あ，これ違うか？
S4	あ，わたしこれ違う気がする！あ，違う，わたし間違えた，変なことしちゃった。
S5	12秒で反対までいくんやろ？これで，ぶつからなければ，縦÷横が偶数のときはぶつからないんやろ？わかったS1さん。
S2	あれ，これぶつかんない…。これ，ぶつかんないよ。ぶつかんないじゃん。
S1	どれ？
S5	6÷3？
S3	それ，線で結ばないと。
S1	うん。線で結ばないと。
S2	え？どういうこと？こうじゃないの？
S1	1目盛1秒なんだから，こうやっていけばいいんじゃない。
S5	ぶつかるじゃん。
S1	うそー！違うって，だってここうすれば…。ぶつからんでしょ。
S5	あ，本当だ。ごめん，僕の予想が正しければ，わざわざどちらも偶数でやる必要なくない？
S2	え，でもほら，これぶつからなくない？
S1	S2さん，交点からそれぞれの端までの長さは等しくしないと。だから，偶数と偶数だとぶつからないんじゃない？
S5	でもこれ，6と3だよ。
S1	ってことは，これいつかぶつかるのか？
S4	いつかぶつかるの，これ？
S1	あれ？じゃあ，どっちも奇数じゃないと，ぶつからないの？
S5	どっちも奇数じゃないとぶつからないって，え？でもこれだんだんずれてない？
S2	ぶつかるってさぁ，どこで交わるとぶつかるの？
S1	y=0のところでぶつかったらぶつかるよ。
S5	どっちも奇数じゃない場合は，ぶつからない？
S2	y=0のところで交わっとったら，ぶつかるってこと？え，ないんだけど。
S1	だから，こういうときはぶつかってるってこと。
S4	何と何，それ？
S1	だいたい，ぶつかる場合ってのは…。
S5	だから，4÷2も2やし，6÷3も2やろ，だから，割ったら偶数になる場合はぶつからんのやって。
S1	どちらも奇数の場合は？
S5	おれ，奇数でやってないもん。
S4	だれか，3と2ってやった？やってない？
S2	3と2ね…やってみる。
S5	ぶつかってない？3と2ぶつかってんじゃん。だから，横÷縦が偶数のときは，ぶつからないんだって。

4.3　考察

自由記述調査の結果から，クラス A，クラス B のどちらについても約半数の学習者が，図形問題では教授に関する記述を，移動ボール問題では探究に関する記述をしていたことから，図形問題と移動ボール問題の少人数交流では，その交流内容が質的に異なっていた可能性が高い。そこで，録音データをもとに交流内容の違いについて分析してみる。**表 5**，**表 6** に示した会話の内容を分析してみると，学習者 S3 を中心として，その他の学習者がどのように考えればよいのかということを「教えてもらう」形の交流になっていることがわかる。しかし，図形問題の少人数交流中に「教える」役割になっていた学習者 S3 は，移動ボール問題の少人数交流中においては他の学習者と共に，問題について「考える」立場になっており，図形問題では「教えてもらう」立場であった学習者 S1 や S5 は，移動ボール問題では自分の考えたことやアイデアを積極的に話すように変容していることがわか

る。このように，図形問題の少人数交流では教授型の交流活動が行われていたのに対し，移動ボール問題の少人数交流では探究型の交流活動が行われていたと会話の内容からは考えられる。

また，**図 9** から**図 11** は，学習者を直近の数学の評価をもとに学力上位群，中位群，下位群の三つにわけ，それぞれの学力群の学習者のノートを抽出して示したものである。

学力上位群の学習者が他の学力群の学習者に比べて多くの場合について考察を行っているのがわかる。また,「規則性を見出すことができる」と，関数のグラフを用いて考察することのよさについてとらえていることもわかる。学力中位群の学習者は,「速さが一定」であることから，同じ部分が何度も繰り返されていることに気付いており，学力下位群の学習者のノートからは，複数の場合について「たて，横」の長さと「ぶつかるーぶつからない」の間の規則性を帰納的に考察しようとしているのがわかる。

以上のことから，第一に数学の学業成績に関わらず，解法そのものに対する探究意欲がある程度高い水準で維持されていたと考えられる。そして，第二に，学習者それぞれが，関数の表現の一つであるグラフを用いて関数関係にある数量を説明する準備をしていることもわかる。**表 5**，**表 6** の会話の内容も踏まえると，行われていた探究活動の内容としても，ある程度望ましいものであったと考えられる。

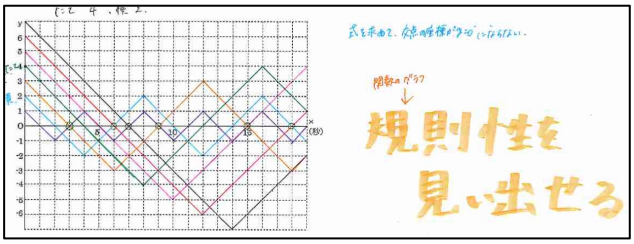


図 9　学力上位群の学習者のノート

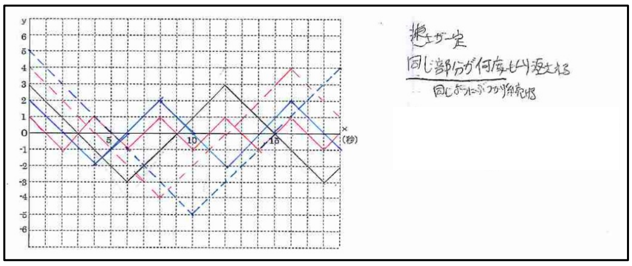


図 10　学力中位群の学習者のノート

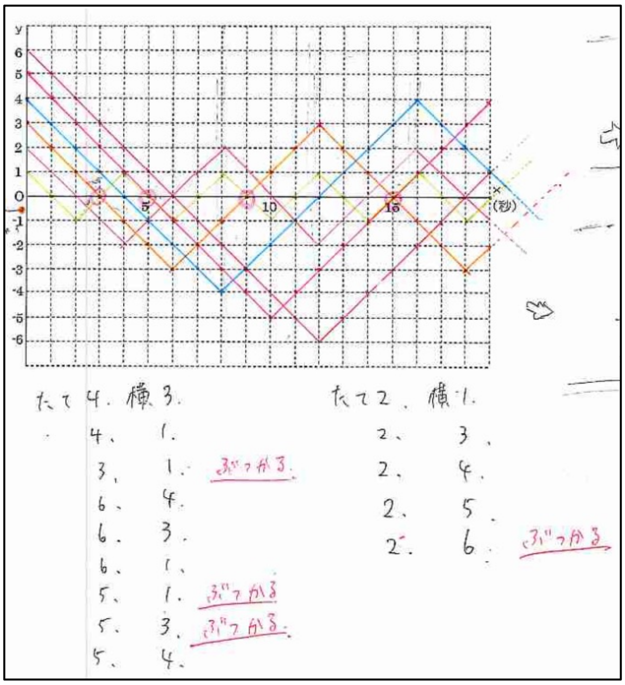


図 11　学力下位群の学習者のノート

5．おわりに

これまでは，学習内容をもとに学習指導法を検討していくアプローチで研究を行ってきたが，本稿では教材開発を行うことにより，学習者の数学授業における変容をねらうというアプローチで研究を行い一定の成果を得た。一方で，用いた教材が適当であったかということについては，その難度や出題内容は大いに再考の余地がある。教材が「学習者の主体性」や「数学的活動の質」に与える影響に十分配慮しながら，今後も研究を進めていきたい。

参考文献

Kuchemann，D　1981　 Algebra，In
K.M.Hart（Ed.），Children's Understanding
of Mathematics：11-16，John Murray,
pp.102-119