東海地方数学教育会　提案資料

立体の構成要素の位置関係や相等関係の理解を深める空間図形の指導

岐阜市立精華中学校　竹村勝仁

１　はじめに

中学校第１学年の指導内容として，「空間の図形」がある。この後，第２学年，第３学年では発展的な内容は扱われないが，「相似と比」や「三平方の定理」などの単元で利用される。また，高校数学の「数学Ｂ」において，空間座標やベクトルの学習へと発展していくため，中学校１年生の段階で，空間における図形の基本的な性質や構成について理解を深めることは重要である。

また，空間図形の指導を行うことによって育まれていく空間的な感覚は，生徒にとって生活を豊かにするために必要な感覚である。そのためにも，空間図形についての基礎的な概念や性質についての理解を深めていく必要がある。

２　本校の生徒の姿

空間図形を指導する中で，本校の生徒たちには，次のような姿が見られた。

- 円柱，円錐など曲面がある立体の展開図を想像することが難しい。
- 円柱の展開図で，側面の長方形の横の長さと底面の円周の長さが等しくなることに気付くことが難しい。
- 円すいの展開図のおうぎ形の中心角と，弧の長さ，及び底面の円周や半径との関係を理解することが難しい。

原因は，立体の構成要素である辺や面の位置関係や相等関係の理解が不十分であることだと考えた。

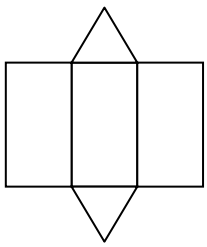
立体の構成要素の位置関係や相当関係の理解は，今後様々な立体を多面的に見ていくために必要である。また，それをもとにして図形の計量などについての能力を伸ばしていくものと考える。そこで，「立体の構成要素の位置関係や相等関係」に焦点を当てて，それらの理解を深めていくための指導の在り方について考えていくことにした。

３　めざす生徒の姿

生徒の中には，構成要素の位置関係や相等関係を十分に理解していると思われる生徒もいた。Ｙ男もそのうちの一人である。

Ｙ男は，正三角柱の展開図をかいたときに，多くの生徒が図１のような展開図をかく中，図２のような展開図をかいてきた。

＜図１＞　　＜図２＞



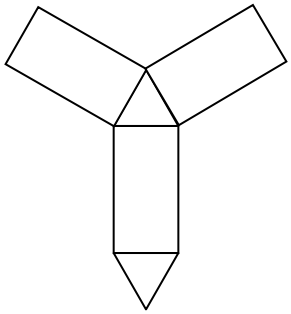
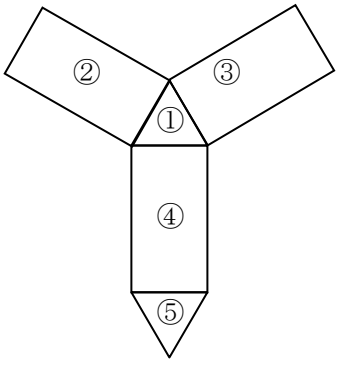


図１の展開図は，１つの側面を中心として，他の面が必ず中心の面と隣り合うようになっている。そのため，面の位置関係や辺の相等関係が分かりやすい。一方，図２のように１つの底面を中心とした展開図は，隣り合わない面があるため，面の位置関係や，重なる辺どうしの相等関係が，図１よりも分かりにくい。

また，Ｙ男がどのように考えたのか机間指導の中で尋ねると，次のように話してきた。

＜Ｙ男の説明＞



「①の面が，②の面と③の面と④の面とくっついていて，折り曲げると，④の左側の縦の辺と②の下側の横の辺，④の右側の縦の辺と③の上側の横の辺がそれぞれくっついて，⑤の面は底にくるから，これでも三角柱になります。」

上記のようにＹ男は，底面や側面の位置関係や辺の相等関係をもとに，展開図の正しさを説明した。構成要素の位置関係や相等関係の理解が深いＹ男だからこそ，図２を正しくかくことができたのだと考える。

このＹ男のように，立体の構成要素の位置関係や相等関係を理解し，それをもとに自分の考えの正しさを説明できる姿を目指したいと考えた。

４　めざす姿の具現に向けて

Ｙ男は，かいた展開図の面や辺を示し，身ぶり手ぶりを交えながら，まるで目の前で三角柱を組み立てているかのようにしながら，展開図の正しさを説明した。

この「立体模型から展開図へ，展開図から立体模型へと，想像の中で操作を行うこと」が，Ｙ男の立体の構成要素の位置関係，相等関係の理解を促しているのではないかと考えた。

それができるようにするために，次のことを研究内容として実践することにした。

①単元の中に，立体の展開図を想像する活動と，想像した後に実際に展開図をもとにして立体を作成するという体験的な活動を位置付ける。
②①の中で必要な辺の長さを考え，実際に辺を重ねたり面を隣り合わせたりして辺や面の位置関係や相等関係を確かめることで，実感を伴った理解ができるようにする。

特に，①に関わって，立体の展開図を想像する際に，次のような手順で行うことで，面の形状や位置関係についての理解を深める。

①立体の見取り図から，どのような展開図になるのか，想像する。
②立体の模型を見たり，操作したりする。
③実際に切り開く。

この指導を，学び直しとして位置づけた「円柱と角柱の展開図」の授業と，中学校１年生の指導内容として位置づいている「円すいと角すいの展開図」の授業で行うことにより，指導の効果を検証することにした。

５　実践

（１）実践１　「円柱，角柱の展開図」（学び直し）

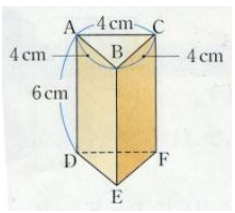
①　指導内容にかかわって

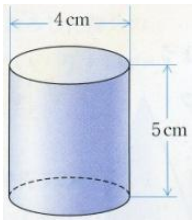
指導要領の改訂に伴い，それまで中学校で行ってきたこの授業は，小学校５年生へと移行した。しかし，立体の構成要素の位置関係や相当関係の理解を深めるために，学び直しとして第２次に位置付けることにした。

本時は，『角柱や円柱について，見通しをもって展開図を考え，立体を組み立てる学習を通して，隣り合う面や重なる辺に気付き，展開図の正しさを説明することができる。』ということをねらいとした。特に，円柱の側面の長方形の底辺と，底面の円の円周が重なるため，長さが等しくなるのを理解することは，最初に挙げた難しさの１つである。それに気付けるように指導をしていく。

②　指導の方法

今回の授業では，次のような立体について，展開図をかいて組み立てるという授業を行う。





最初に，「角柱や円柱の展開図の形状」を思い出せるようにする。そのために，上記の三角柱と円柱の模型を提示し，展開図を考える場をもつ。

そこで展開図が分からない生徒には，模型を見に来るようにし，立体を自由に見たり触ったりすることで，辺や面の位置関係に気付けるようにする。

それでも展開図が分からない生徒に対しては，実際に模型を切り開かせて，「どのような展開図になるのか，なぜそのような展開図になるのか」

を一緒に確かめる。

「円柱の側面となる長方形の横の長さと，底面となる円の円周の長さが同じであること」に気付かせるためには，「底面の円の直径と高さは表記されているが，円周は表記されていない円柱を提示し，生徒が自ら「側面の長方形の横の長さは，どのように求められただろうか」という課題意識をもって取り組めるようにする。

なかなか横の長さが分からないという生徒には「側面の横の長さと，同じ長さのところはないだろうか。」「側面の底辺と重なる辺はどこだろうか。」と声をかけ，気付けるようにする。

また，最後に全員が完成できたところで，生徒が作った展開図を実物投影機で写し，「この辺と重なるのはどの辺ですか。」「この面と隣り合う面はどの面がありますか。」と，生徒とともに位置関係を確認していく。その際，円柱の側面の横の長さの求め方に触れ，「立体の辺や面の位置関係に立ち返る」という考え方が大切であることに気付けるようにする。

このように指導することで，立体の辺や面の位置関係や相等関係の理解を深めていく。

※参考資料１　単元指導計画

参考資料２　本時のねらい及び展開

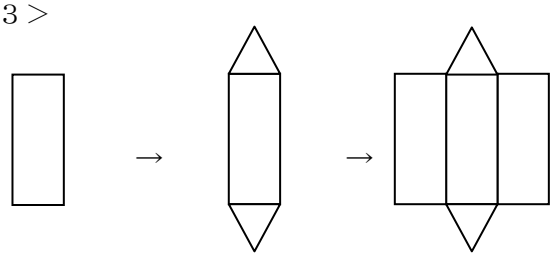
③　実際の指導における生徒の姿

三角柱については，多くの生徒が最初の想像する段階で展開図をかき始めた。しかし，その中で最初の想像する段階で展開図をなかなかかき始められなかったＴ男がいた。

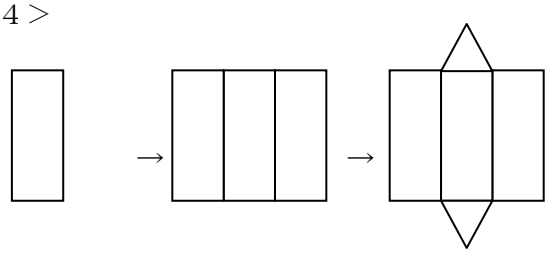
Ｔ男には，「前に出てきて，（模型を）触って考えていいよ。」と声を掛けると，模型を手にとり，くるくる回して，三角柱を上，横，下など様々な方向から見た。その後，模型を台の上に横向きに寝かせた後，模型を転がし始めた。そして，三回転がした後に，立体を立たせて，底面の形を確かめていた。おそらくＴ男は，三角柱の全ての面を台の上に写し取ったのだろう。その結果，Ｔ男も三角柱の展開図をかき始めることができた。

多くの子が図３や図４のように，１つずつ面をかいていったが，中には図５のように，「最初に縦が６ｃｍ，横が１２ｃｍの長方形をかき，その横を４ｃｍずつ３つに区切って線を引き，その後側面の上下に底面をかく」という方法でかいた生徒も数名いた。この姿は，側面が長方形になり，底面の周の長さと側面の横の長さが同じであることに気付いているからこそかけた姿だと考える。

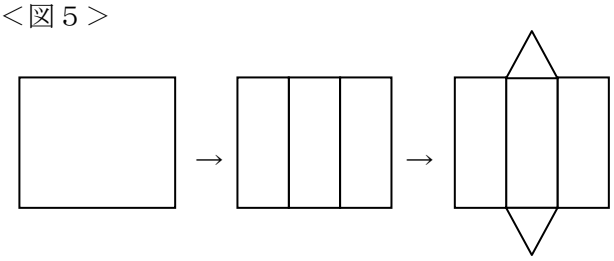
＜図３＞



＜図４＞



＜図５＞



一方，円柱については，想像する段階で，側面を長方形と判断し，その横の長さまで自分の力で求められた生徒は数名であった。

手が止まってしまった生徒の中には，円柱の側面の形状を忘れてしまった生徒がいた。その生徒たちには，Ｔ男が三角柱のときにしたように，円柱の模型を転がして見せ，どんな図形になるのかを考えさせた。この“転がす”という操作が分かりやすいのか，長方形になりそうだと気付く生徒が多かった。それでも分からない生徒がまだ数名いたが，円柱の模型を実際に切り開くことで理解することができた。

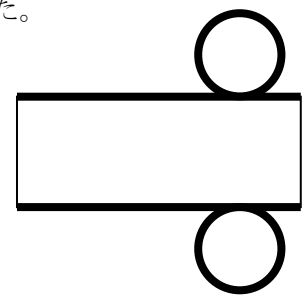
また，手が止まってしまった生徒の多くは，形状は分かるが横の長さが分からず，かくことがで

きなかった。中には，試しにかいて切って作ったが，実際に組み立てようとしたときに，側面の横の長さが足りないことに気付く姿や，側面の長方形の横の長さをかなり長くとり，切った後くるくると巻いて，余分なところを切って円柱を作り上げるという強引な方法で作った生徒もいた。

これらの生徒にも，黒板上で“転がす”という操作を行い，今度は「どこまで転がせばよいか」を考えさせたところ，「円柱が１回転するまで」ということに気付く姿があり，その発言を聞いて多くの生徒が底面の円周と側面の横が同じ長さになることを思い出すことができた。

それでもまだ理解が難しい生徒に対しては，図６のような底面の円周と，側面の横の辺に同じ色をつけた展開図の見本を見せたところ，理解することができた。

＜図６＞



また，授業の終末では，円柱の展開図を提示し，「この横の長さはどのように求めることができましたか。」と尋ねると，多くの生徒が挙手をし，指名した生徒は「側面の横の辺は底面の円周と重なるので，長さが等しくなるので，４×３．１４で，計算すると１２．５６ｃｍだと分かります。」と説明した。この姿は，立体の構成要素である辺の相当関係を理解できた姿であると考える。

また，「底面の周の長さと，側面の横の長さが等しくなるのは，円柱だけですか。」と尋ねたところ，「円柱でも角柱でも，横の長さは底面の周の長さと同じになる。」と一般化できることに気付いた生徒の姿もあった。

（２）実践２　「角すい，円すいの展開図」

①　指導内容にかかわって

今度は，角すい，円すいを扱う学習である。

本時は『角すいや円すいについて，見通しをもって展開図を考え，立体を組み立てる学習を通して，隣り合う面や重なる辺に気付き，展開図の正しさを説明することができる。』というねらいとした。

生徒には，「円すいでも，側面の弧の長さが，底面の円周と同じである」ということを，第２時を振り返ることで気付かせたい。

また，今回は「円すいの側面を展開図に表すと，おうぎ形になる」ということを想像することが難しい。それは，実際に円すいのような形を切り開いたり，切り開かれたものを見たりという経験が貧しいからである。

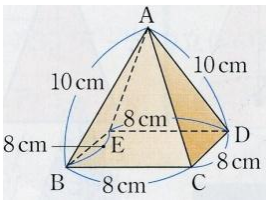
さらに，おうぎ形になることが理解できても，次に生徒の課題となるのは，おうぎ形の中心角であろう。中心角を求めることまでねらうと，難しいという生徒が多いと考える。しかし，中心角が分かる理由を明らかにすることは，辺の相等関係に着目するよさを実感するにはよいと考えた。

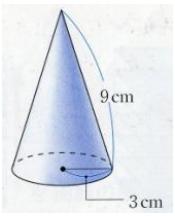
今回の授業でも，終末で対応する辺や隣り合う面を確認し，立体の構成要素の位置関係や相当関係の理解を深めたい。

※参考資料２

②　指導の方法

本時は，次のような正四角すいと円すいについて，展開図をかいて組み立てる。





最初に，角すいの展開図について考える場をもつ。次に，円すいを提示し，展開図を考える場をもつ。多くの生徒が想像できないことが予想されるため，生徒には，円すいの模型を渡し，実践１でＴ男がやったように，黒板上で転がして見せる。生徒たちにも同じように机の上でやるように指示し，そこから想像できるようにする。

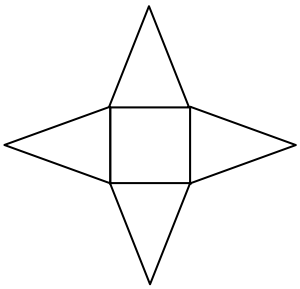
また，それでも分からない場合は，実際に模型を切り開かせて，円の一部（おうぎ形）となるこ

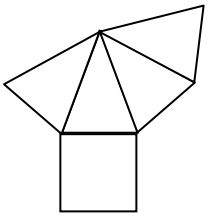
とに気付かせる。

その段階で，おうぎ形の名称や意味を指導し，中心角の大きさに焦点を当てる。その際，「今回，中心角は１２０°になりますが，なぜ１２０°になるのでしょう。」と生徒に問いかける。そして，その理由について生徒が答えられない場合は，教師から説明をする。ただし，余計な混乱を避けるため，おうぎ形の中心角と弧の長さの関係については，「もしも母線の長さが６ｃｍ（１２ｃｍ）だったら，中心角は何度になるか。」と尋ね，母線の長さが変わると，中心角も変わるとおさえる程度にする。

最後に，今回も実物投影機で移して提示し，「重なり合う辺」について確かめる。また，多くの生徒が，角錐の展開図を図７のようにかくと予想されるが，図８のようにつくってきた生徒も取り上げる。そして，この図も展開図として正しいかどうかを考えさせることで，位置関係や相等関係の理解の深まりを確かめる。

＜図７＞　　＜図８＞





③　実際の指導における生徒の姿

正四角すいについては，想像する段階で多くの生徒が図７のような展開図をかくことができた。また，かくことができなかった生徒もいたが，やはり立体を転がすことによって，展開図をかき始めることができた。角すいを切り開くまで行った生徒は１名であったが，確かめるために行ったのであった。

また，円すいについては，側面の形が三角形になるのではないかと考えた生徒もいた。しかし，黒板上で転がして見せ，自分でも転がしたことで，円すいが頂点を中心にくるくると回り，側面は円のような形になって，円の半径は母線の長さだということも気付いた姿があった。結局全員が，実際に円すいの模型を切り開きたいと申し出たため，全員の前で切り開いて見せた。それにより，全員が形状を理解することができた。

その後，弧の長さが何ｃｍになるかを尋ねたところ，多くの生徒が手を挙げ，正しく求めることができた。これは，第２時で確認した「重なる辺の長さは等しい」ということを，積極的に活用しようとする姿であった。

また，中心角が１２０°になる理由について尋ねたところ，やはりほとんどの生徒が答えることができなかった。しかし，そんな中でＫ女が次のように説明をした。

「底面の円周の長さは，半径が３ｃｍなので，６π（ｃｍ）になります。それと側面の弧の長さが同じなので，弧の長さも６π（ｃｍ）になります。そのおうぎ形の元の円は，半径が９ｃｍの円なので，もし全体があったら円周が１８π（ｃｍ）になります。１８πのうちの６πが弧なので，弧の長さは全体の３分の１と分かるので，中心角は，３６０°÷３で１２０°になります。」

また，「もし，この母線の長さが６ｃｍだったら，中心角は何度になるでしょう。やっぱり１２０°でいいのかな。」

と尋ねると，しばらく考えた後，数人が手を挙げた。その中のＹ男を指名すると，

「半径が６ｃｍになるとおうぎ形の元の円周が１２π（ｃｍ）になるので，６πはその２分の１なので３６０°の半分の１８０°になると思います。」

と答えた。

何人かの生徒は納得できているようだったが，理解できない生徒も多かったため，「またおうぎ形の学習をするときに詳しく勉強するけど，つまり，弧の長さと，母線の長さによって，中心角が決まるんだね。」とおさえた。やはり，この内容に関する理解は難しかったようである。

その後，実際に立体を作成したときには，どの生徒も正しい展開図をかいて作成することができた。しかし，時間が足らず，途中で終わってしまった生徒も数人いた。

そして，終末でおうぎ形の個の長さと長さが等しくなる辺を確認すると，ここでも多くの生徒が手を挙げ，説明することができた。

また，図８のような展開図をかいてきた生徒が１人いたため，それを紹介し，「この展開図でも正四角すいになるかどうか」と尋ねると，全員がなると答えた。その中のＲ女に説明を求めると「側面の三角形の底辺が，底面の正方形のまわりと重なるけど，それぞれ同じ長さになっているので，正四角すいになると思います。」と説明をした。まわりの生徒もその説明に納得していた。これは，立体の構成要素の位置関係や相等関係の理解が深まった姿である。

さらに，何人かの生徒が「円すいと同じように，角すいでも，底面の周りの長さと側面の底辺の合計は等しい」ということに気付いて発言し，それを聞いて多くの生徒が理解することができた。

５　成果と課題

（１）実践を通して

○展開図をかいて，それを組み立てて立体を作成する学習を位置付け，その中で，展開図を想像するための指導を段階的に行うことが，想像力を育むために効果的だった。特に，Ｙ男が角柱の展開図を考えるときに行った，“立体を転がす”という操作を行うようにすることが，立体の展開図を想像するのに有効であった。この流れは，次のようにまとめることができる。

①立体の見取り図から，どのような展開図になるのか，想像する。
②立体の模型を見て，面の形状を確認する。
③模型を転がして，面の位置関係をとらえる。
③実際に切り開いて，確かめる。

○ただ組み立てて終わるのではなく，授業の終末で，自分が組み立てた模型をもとに，重なる辺や隣り合う面を確かめたことで，実感を伴った理解を促すことができた。さらに，角柱と円柱，角すいと円すいの共通点を考えさせたことで，構成要素の位置関係を一般化して考えようとする姿を生み出すことができた。

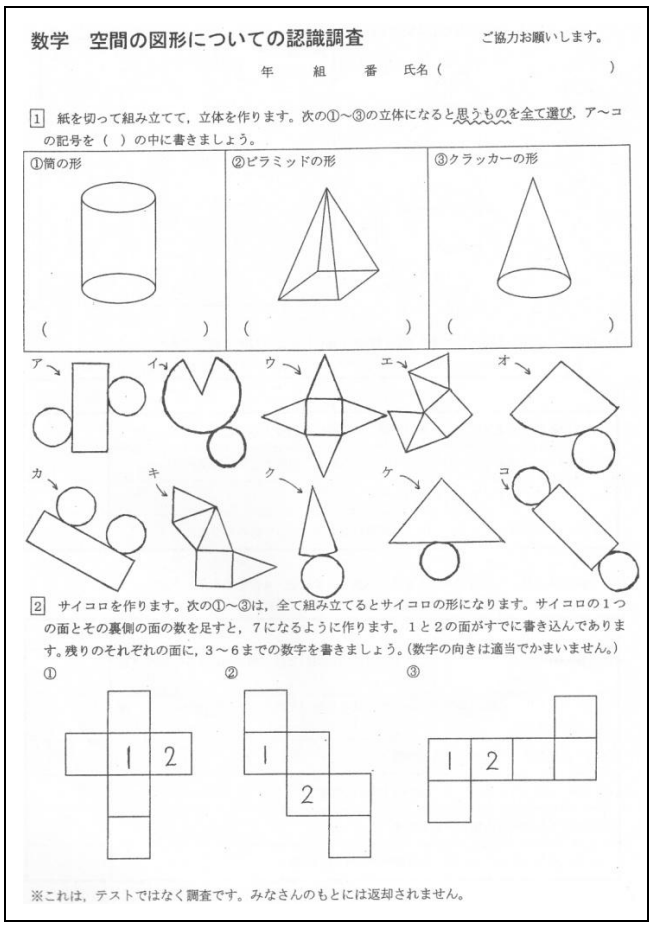
○第２節「空間における平面と直線との位置関係」を考える学習においても，今回の実践での辺や面の位置関係を考えた学習が生き，直線や平面の位置関係を，様々な立体の辺や面に帰着して考えるなど，理解を深めることができた。

●おうぎ形の中心角の扱いを考えていく必要がある。中心角と母線の長さの関係に気付いた生徒もいたため，今後は発展的な内容として，展開図が分かり，立体の作成ができた生徒に対する問題として位置付けることがよいと考える。

●個人の器用さにより，時間内に最後まで組み立てることができなかった生徒がいた。面をあらかじめ準備しておき，それを選んで組み立てるといった方法も考えていきたい。

（２）空間の図形についての認識調査から

本単元での指導の効果を確かめるために，新年度になってから，空間の図形の指導を行った生徒（現２年生）と，未指導の生徒（現１年生）に対して，次のような空間の図形についての認識調査を行った。


数学　空間の図形についての認識調査　　ご協力お願いします。

年　組　番　氏名（　　）

1 紙を切って組み立てて，立体を作ります。次の①～③の立体になると思うものを全て選び，ア～コの記号を（　）の中に書きましょう。

①筒の形　②ピラミッドの形　③クラッカーの形

ア　イ　ウ　エ　オ

カ　キ　ク　ケ　コ

2 サイコロを作ります。次の①～③は，全て組み立てるとサイコロの形になります。サイコロの１つの面とその裏側の面の数を足すと，７になるように作ります。１と２の面がすでに書き込んであります。残りのそれぞれの面に，３～６までの数字を書きましょう。（数字の向きは適当でかまいません。）

①　②　③

※これは，テストではなく調査です。みなさんのもとには返却されません。

特に，２年生の生徒の中でも，本実践を行った学級に所属していた生徒を指導Ａ，平素通りの授業を行った学級を指導Ｂとして，それぞれ正答率をまとめたところ，次のような結果となった。

≪結果≫

1　①円柱，②四角すい，③円すいの正しい展開図を選ぶ問題

＜正答率＞

	２年 指導Ａ	２年 指導Ｂ	１年 未指導
①	80.6%	71.7%	54.8%
②	73.2%	58.7%	42.9%

2　サイコロの裏と表を合わせると７になるように，１～６までの数を各面に書き込む問題

＜正答率＞

	２年 指導Ａ	２年 指導Ｂ	１年 未指導
①	94.6%	93.5%	85.7%
②	85.7%	84.8%	60.7%
③	89.3%	82.6%	71.4%

≪考察≫

全体的に，実践を行った生徒の正答率が高くなっていることが分かる。このことから，今回の実践を行ったことで，立体の構成要素の位置関係や相等関係についての理解が深まったと考えることができる。

また，1の③については，全体的な正答率が低くなってしまった。正解は「オ」であるが，指導Ａの生徒でも「イ」も回答に入れてしまうという間違いが多かった。おそらく，底面の円周と側面の弧の長さが明確になっていないなど，あいまいな状態であったため，同じ長さであるとみなしてイを選んでしまった姿であったと考える。しかし，１年生に多く，指導Ｂでも若干見られた「ケ」や「ク」という間違いはほとんど見られなかった。これは，円すいの弧と底面の円周との相等関係の理解が深まっていると考えることができる。

６　まとめ

生徒は，展開図の形状を考えるために立体の模型を操作するときに，平面のみで構成される立体でも，曲面をもつ立体でも，模型を転がすようにして面を用紙に写し取っていった。それによって，円柱の側面の横の長さと底面の円の円周が等しくなることや，円すいの側面の形状がおうぎ形になるということにも気付くことができた。

また，転がすことによって面の形状をとらえるだけでなく，展開図をかくために必要な，隣り合っている面や重なる辺も同時にとらえることができ，面や辺の位置関係に着目することができた。

また，展開図をかくために必要な辺の長さを考える活動を行ったことにより，辺の位置関係に着目したり，“重なる”という条件から，相等関係に着目したりすることができた。

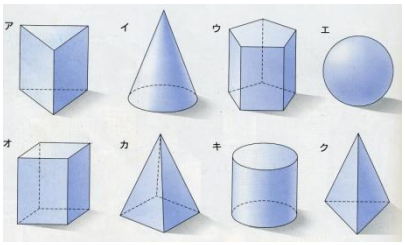
また，角柱，円柱，角すい，円すいのどの立体を扱った場合でも，底面の周と重なる側面の一辺に着目するように指導したことにより，「どのような立体でも底面の周と重なる側面の一辺の長さは等しくなる」と，一般化して考えようとする生徒の姿を生み出すことができた。

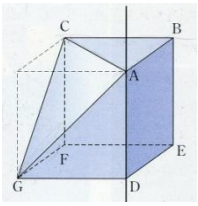
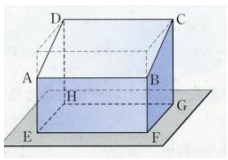
さらに，円すいの側面のおうぎ形の中心角が，弧の長さや円すいの母線の長さと関係があることについても迫る姿があった。

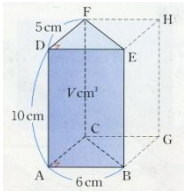
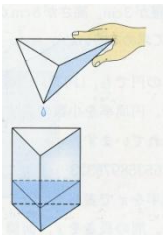
このように，立体の構成要素の位置関係や相等関係に着目し，理解が深まったことで，さらに発展的な考え方にも繋げることができた。

今後も，そういった数学的な活動を取り入れながら，図形についての理解を深める指導を考え，実践を行っていきたい。

資料１　単元指導計画

<table>
<tr><th>節</th><th>項目</th><th></th><th>学習活動</th><th>指導・援助　評価規準</th></tr>
<tr><td rowspan="4">１節　立体とその調べ方</td><td>１　いろいろな立体</td><td>空間にある基本的な立体を，面，辺，頂点などの構成要素の数や形状に着目して仲間分けをする活動を通して，立体の特徴を理解することができる。</td><td>１　次の立体を，様々な観点でいくつかのグループに分ける。
 
２　平面だけで囲まれた立体と曲面をもつ立体とに分ける分け方を取り上げ，その分け方を考える。
課題Ａさんの分け方について考えよう。
３　２のグループに入る別の立体を考え，見取り図をかいて説明する。
４　他の分け方について交流する。</td><td>・立体の構成要素に着目するよう声を掛ける。
・見取り図のかき方を指導する。
【評価規準】
構成要素に着目し，条件に矛盾することなく立体をグループ分けしている。（数学的な考え方）</td></tr>
<tr><td>２　角柱，円柱の展開図</td><td colspan="3">第２時　別紙参照</td></tr>
<tr><td>３　角すい，円すい</td><td>角すい，円すいの構成要素の数や形状を調べる活動を通して，その特徴を理解することができる。</td><td>課題次の立体の共通点を見つけよう。
１　三角すい，四角すい，円すいをみて，共通する特徴を考える。
２　角すい，円すいという名前や，それに関する用語について知る。
３　角すいや円すいの高さの調べ方を考える。</td><td>・高さを調べるために，三角定規を用いて考えるよう指導する。
【評価規準】
角すい，円すいが分かり，底面，側面といった用語を理解することができる。（知識・理解）</td></tr>
<tr><td>４　角すい，円すいの展開図</td><td colspan="3">第４時　別紙参照</td></tr>
</table>

	5　動かしてできる立体	様々な図形が動いた後にできる形を考える活動を通して，立体を，図形が動いてできた形とみる見方に気付くことができる。	1　棒や紙を動かして，どんな立体が見えるか考える。 課題いろいろな図形を動かしてできる形について，その特徴を考えよう。 2　長方形や円の形に切った紙を，人方向に動かしてできる立体について，その特徴を考える。 3　長方形や直角三角形を，ある１辺を軸として回転させてできる立体について，その特徴を考える。 4　様々な図形を動かしたり，回転させたりしてできる立体を考え，見取図をかく。	・実際に図形を動かして見せることで，できる形を想起しやすくする。 ・母線，回転体，回転の軸などの用語をおさえる。 【評価規準】 図形が動いた後にできる立体の形に気付くことができる。 （数学的な考え方）
2節　空間にある図形	1　平面の決定	直線や，いくつかの点が平面に含まれるかどうかを判断する活動を通して，平面の決定条件を理解することができる。	1　紙にいくつか点を取り，その点を直線で結ぶことを考える。 課題平面，直線，点の関係を調べよう。 2　平面上の幾つかの点をふくむ平面について考える。 3　平面が１つに決まる他の３つの条件を確認する。	・紙や下敷きなどを使って，実際に面を作ることで，理解を促す。 【評価規準】 平面は，３つの点によって決定されることを理解することができる。 （知識・理解）
	2　直線，平面の位置関係	立方体や直方体を平面で切った立体の辺や面の位置関係を調べる活動を通して，空間における直線や平面の位置関係を知ることができる。	1　次の立体の直線で，交わる直線と交わらない直線を考える。  課題直線や平面の位置関係を調べよう。 2　次の立体で，交わったり，含んだりする直線と平面について考える。  3　直線のねじれの位置，面と直線との交点，平行といった用語とその意味について知る。	・立体の辺を直線とみることをおさえる。 ・実際に立体の模型を用意し，直線や面の位置関係に気付けるようにする。 【評価規準】 直線や面の位置関係に気付くことができる。 （数学的な考え方）

	3　空間にける垂直と距離	直線と平面，平面と平面とが垂直であることの意味や，その距離について理解することができる。	1　机を平面と見立てて，鉛筆を垂直に立てることを考える。 課題 平面と直線，平面と平面の位置関係を考えよう。 2　平面と，その平面上にない点との距離の表し方を知る。 3　五角柱をもとにして，それぞれの面どうしの位置関係を考える。 4　平行な平面の距離について知る。	【評価規準】 直線と平面の垂直，平面と平面上にない点との距離，平面と平面の垂直と平行，平面どうしの距離について理解することができる。（知識・理解）
3節　立体の体積と表面積	1　角柱，円柱の体積	角柱や円柱の体積は，（底面積）×（高さ）で求められることが分かり，求めることができる。	1　右の三角柱の体積を，直方体を半分に切った立体とみて，求める。  2　柱体の体積は，底面積×高さで表されることを理解する。 課題 角柱や円柱の体積を求めよう。 3　教科書Ｐ．１８３に載っている角柱や円柱などの立体の体積を，計算して求める。	・公式は，文字を使って表すことができることをおさえる。 【評価規準】 立体の体積が（底面積）×（高さ）であることから，実際に体積を計算して求めることができる。（技能）
	2　角すい，円すいの体積	角すいや円すいの体積が，同じ底面と高さの柱体の体積の３分の１であることをもとに，角すいや円すいの体積を求めることができる。	1　三角形の面積は，同じ底辺，同じ高さの長方形の面積の１／２であることをもとに，角すいや円すいの体積を予想する。  課題 角すいや円すいの体積をもとめよう。 2　右のように，同じ高さ，同じ底面の角すいと角柱，円すいと円柱を準備し，水を移し替えることで，体積が３分の１になっていることを知る。 3　角柱や円柱の体積を，文字を使って公式として表す。 4　公式を使って，様々な角すいや円すいの体積を求める。	・実際に，角すいや角柱などの形をした容器を用いることで，実感を伴った理解を図る。 【評価規準】 公式を用いて，角すいや円すいの体積を，正しく求めることができる。（技能）

	3 角柱，円柱，角すいの表面積	角柱や円柱，角すいの展開図を基にして，それらの表面積を求めることができる。	1　円柱の展開図を考え，全ての面の面積を求める。 2　立体の表面全体の面積を表面積，側面全体の面積を側面積ということを知る。 課題立体の表面積を求めよう。 3　教科書のＰ．１８７の様々な角柱，角すい，複合図形の表面積を求める。	・表面積，側面積，底面積の言葉をセットにしておさえる。 【評価規準】 立体の表面積を，正しく求めることができる。（技能）
	4 おうぎ形の面積と円すいの表面積	おうぎ形の面積は，円の一部とみたり，細かく切って長方形とみたりすることによって求められることが分かり，それをもとに円すいの表面積を求めることができる。	1　底面の半径，高さの異なる円すいの表面積を比べる方法を考える。 課題おうぎ形の面積の求め方を考えよう。 2　おうぎ形の面積を，もとになる円の面積と，中心角との関係から求める。 3　おうぎ形を，細かく切って，長方形の形に再構成して面積を求める方法がることを知り，その面積の公式を理解する。 4　実際に，円すいの表面積を求める。	・おうぎ形の弧の長さも，中心角と円周をもとに求められることをおさえる。 【評価規準】 おうぎ形の面積を，中心角をもとにした考え方や，弧と半径の長さをもとにした考え方で求めることができる。（技能）
	5 立体の投影	立体を正面や真上から見たときの図に表現してその特徴を読み取り，空間図形についての理解を深める。	1　ある方向から見たとき，正三角形に見える立体は，どんなものがあるかを考える。 2　立面図，平面図，投影図という言葉とその意味を知る。 課題様々な立体の立面図，平面図，投影図を考えよう。 3　正四角柱，円柱，正三角すい，円すいの投影図を考えてかく。 4　投影図を見て，もとの立体を考える学習に取り組む。	・投影図を見ただけでは，立体はただ一つに決まらないことをおさえる。 【評価規準】 立体の特徴をもとに，投影図の形を考えたり，投影図からもとの立体の形を考えたりすることができる。（数学的な考え方）

	6 球の表面積と体積	球の表面積と体積の調べ方をもとに，それられの量を式で表すことを通して，球の表面積と体積の公式を導き出し，その意味を理解することができる。	1　球の表面積や体積の求め方について交流する。 課題球の表面積の求め方を調べよう。 2　ひもを使った半球の表面積の求め方から，表面積の式による表し方を考える。 3　球の半径と同じ半径で，直径と同じ高さの円柱の体積との比較から，体積の式による表し方を考える。 4　球の表面積や体積の公式を使う練習問題に取り組む。	・ひもを使った半球の表面積の求め方を提示する。 ・球と，その球の半径と同じ半径で直径と同じ高さの円柱の体積との比較場面を提示する。 【評価規準】 球の表面積と球の体積の公式の意味が理解できる。（知識・理解）

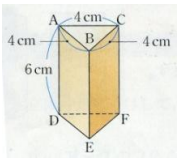
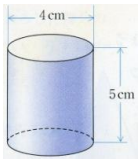
資料２　本時のねらい及び展開

＜第２時　「角柱，円柱の展開図」＞

◆　本時のねらい

角柱や円柱について，見通しをもって展開図を考え，立体を組み立てる学習を通して，隣り合う面や重なる辺に気付き，展開図の正しさを説明することができる。

◆　本時の展開

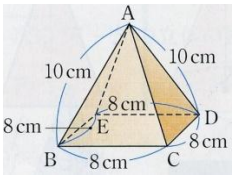
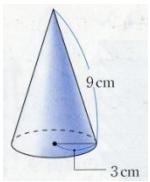
過程	ねらい	学習活動	指導・援助，評価規準
問題提示 課題化	立体を作成するには，展開図を考えて，それを組み立てればよいという見通しをもつことができる。	1　問題から，課題を見つける。 [問題]１枚の工作用紙から，次のような立体を作りましょう。   ・展開図をかいて作ればいい。 [課題]展開図を考えて，三角柱と円柱を作ろう。	＜当日の持ち物＞ 定規，はさみ，コンパス ・実際に工作用紙で作った立体と工作用紙を交互に見せ，「まず何を考えたらよいですか。」と発問し，展開図を考えればよいことに気付かせる。 【評価規準】 角柱や円柱の辺や面の位置関係や相等関係に気付き，立体を作成することができる。 （数学的な考え方）
個人追究	立体を作成する活動の中で，隣り合う面を考えて展開図の形を考えたり，重なる辺を考えて辺の長さを調節したりすることができる。	2　立体を作成する。 ・工作用紙を用いて，展開図をかく。 ＜三角柱＞ ・底面の三角形は，コンパスを用いて作図する。 ・側面は，工作用紙のマスを利用して作成する。 ＜円柱＞ ・底面は，コンパスを使って作図する。 ・側面は，横の長さが底面の円周と同じであることから，底面の円周を計算して求める。 ・展開図を切り取ってテープで固定し，完成させる。	・三角柱の底面の三角形をかくことができない生徒には，前単元の学習を生かして，コンパスを用いることで作図できることを助言する。 ・教室に見本を展示し，自由に展開したり組み立てたりできるようにしておき，展開図が分からない生徒がいつでも見られるようにしておく。 ・円柱の見本の底面の円周と，側面の横の部分に同じ色を付けておき，同じ長さになっていることに気付かせる。
全体交流 課題解決	辺や面の位置関係や相等関係について理解を深めることができる。	3　完成した立体の展開図のかき方を交流し，隣り合う面，重なる辺を確認する。 ・三角柱は，底面が三角形で，側面は長方形になっていて，３つある。 →側面の長方形は底面の辺の数だけある。 ・円柱は，底面が円で，側面は長方形が１つある。側面の横の辺は，底面の円周と重なるため，同じ長さになっている。 ・底面どうしは，隣り合わない。	・生徒が様々な展開図を考えた場合には紹介し，ない場合には，他の展開図もあらかじめ準備しておき，紹介することで理解を深められるようにする。 ・長さが不明確な辺の長さを知りたいときには，その辺と重なる辺の長さを調べることで，知ることができることを押さえる。
振り返り	本時学んだ内容を振り返る。	4　本時の学習の自己評価を行う。	

＜第４時　「角すい，円すいの展開図」＞

◆　本時のねらい

角すいや円すいについて，見通しをもって展開図を考え，立体を組み立てる学習を通して，隣り合う面や重なる辺に気付き，展開図の正しさを説明することができる。

◆　本時の展開

過程	ねらい	学習活動	指導・援助，評価規準
問題提示	正四角すいの展開図が分かり，作成の見通しをもつとともに，円すいの展開図の側面の形について疑問をもつ。	1　問題から，課題を見つける。 [問題]次の正四角すいと円すいの展開図は，どんな形になっているでしょう。   	＜当日の持ち物＞ 定規，はさみ，コンパス，分度器 ・黒板上て円すいを転がして，展開図の側面の形状の見当をつける。 ・生徒からの意見の後，実際に工作用紙で作った正四角すいと円すいを展開して見せて，展開図を確認する。
課題化	おうぎ形について理解し，円すいの展開図が分かる。	＜正四角すい＞ ・三角形と正方形 ＜円すい＞ ・底面は円，側面は分からない。 2　円すいの側面の形について知る。 ・側面は，円の一部分のような「おうぎ形」と呼ばれる形になっている。 [課題]展開図を考えて，正四角すいと円すいを作ろう。	・母線という用語を押さえる。 ・おうぎ形，中心角という用語を押さえる。特に，円の中心角は３６０°であることも押さえる。
個人追究	側面の中心角の大きさと，円すいの底面の半径や母線の長さとの関係を考える。	3　中心角が 120°になる理由を考える。 ・底面の円周と側面のおうぎ形の弧の長さが同じ。 ・おうぎ形の弧の長さは，同じ母線を半径とする円の円周の３分の１。 ・中心角も３分の１なので 120°となる。	【評価基準】 角柱や円柱の辺や面の位置関係や相等関係に気付き，立体を作成することができる。 （数学的な考え方）
全体交流	立体の，隣り合う面や重なる辺を考え，必要な辺の長さを考えて求め，作成することができる。	4　立体を作成する。 ・工作用紙を用いて，展開図をかく。 ＜正四角すい＞ ・コンパス，定規を用いて作成する。 ＜円すい＞ ・コンパスと分度器を使って作成する。 ・テープで固定し完成させる。	・黒板に展開図を掲示し，展開図が分からない生徒がいつでも見られるようにしておく。 ・円すいの見本の底面の円周と側面のおうぎ形の弧の部分に同じ色を付けておき，同じ長さであることに気付かせる。
課題解決	辺や面の位置関係や相等関係について理解を深めることができる。	5　展開図のかき方を確認し，隣り合う面や重なる辺を確認する。 ・正四角すいは，底面が正方形で，側面は全て三角形になっていて，４つある。 →三角形は底面の辺の数だけある。 ・円すいは，底面が円で側面はおうぎ形になっていて，側面の弧は底面の円周と重なるため同じ長さになっている。	・側面のおうぎ形の中心角が分からない生徒には，弧の長さと中心角は，比例していることを助言する。 ・長さが不明確な辺の長さを知りたいときには，円柱のときと同様に，その辺と重なる辺の長さを調べることで，知ることができることを確認する。
振り返り	本時学んだ内容を振り返る。	6　本時の学習の自己評価を行う。	